IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXV.

GENNAIO e FEBBRAIO

Pubblicato il 18 Marzo 1889.

1889

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXXV.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXV.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1888

SOPRA LA ENTROPIA DI UN SISTEMA NEWTONIANO IN MOTO STABILE;
NOTA I. DI E. BETTI.

(Dagli *Atti della R. Accad. dei Lincei*, 1888).

Se denotiamo con P, T e Φ il potenziale, la energia cinetica e la funzione di Jacobi di un sistema Newtoniano, i punti del quale sono in moto gli uni relativamente agli altri, avremo

$$P = \Sigma \frac{m_i m_s}{r_{is}}$$

$$T = \tfrac{1}{2} \Sigma \frac{m_i m_s}{M} v^2_{is}$$

$$\Phi = \tfrac{1}{2} \Sigma \frac{m_i m_s}{M} r^2_{is}$$

dove m_i è la massa concentrata nel punto m_i, M è la somma di tutte le masse, r_{is} la distanza di m_i da m_s, v_{is} la velocità relativa di m_i ed m_s.

Diremo che il sistema è *in moto stabile* quando il valore di Φ si conserverà sempre compreso tra due valori finiti, avrà un numero infinito di massimi e di minimi, e denotando con t_n il tempo impiegato a passare dal 1° all' n^{esimo} dei massimi o minimi di Φ, $\frac{t_n}{n-1}$ o sarà indipendente da n, oppure col crescere di n convergerà verso un limite determinato.

Nel primo caso il valore costante di questo rapporto, nel secondo il limite di esso, lo chiameremo *tempo periodico medio.*

Indichiamo con $\overline{\varphi_n}$ il valor medio di φ nel tempo t_n, cioè poniamo

$$\overline{\varphi_n} = \frac{1}{t_n}\int_0^{t_n} \varphi\, dt\,.$$

La equazione di Jacobi e quella delle forze vive, integrandole tra 0 e t_n, divengono

$$(1) \qquad 0 = \mathrm{M}\Sigma\, m_i m_s \overline{\left(\frac{1}{r_{is}}\right)} - 2h$$

$$(2) \qquad \tfrac{1}{2}\Sigma\, m_i m_s \overline{(v^2_{is})} = \mathrm{M}\Sigma\, m_i m_s \overline{\left(\frac{1}{r_{is}}\right)} - h\,.$$

Se $\frac{1}{\mathrm{R}_n}$ è un valore compreso tra il massimo e il minimo di $\overline{\left(\frac{1}{r_{is}}\right)}$, e v^2_n è un valore compreso tra il massimo e il minimo di $\overline{(v^2_{is})}$, e poniamo

$$\mathrm{H} = \frac{h}{\Sigma\, m_i m_s}$$

dall' equazioni (1) e (2) avremo:

$$(3) \qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{R}_n} = 2\mathrm{H}\,, \\ &\tfrac{1}{2} v^2_n = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{R}_n} - \mathrm{H} \end{aligned}\right.$$

e quindi R_n e v_n indipendenti da n. Li denoteremo con R e v, e li chiameremo la *distanza media* e la *velocità media* del sistema.

Dall' equazioni (3) si deduce

$$(4) \qquad v^2 = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{R}}\,.$$

e quindi

$$\overline{2\mathrm{T}} = \overline{\mathrm{P}}\,.$$

Ora per un sistema in moto stabile, per n sufficientemente

grande e per le variazioni che conservano la stabilità del moto, è verificata la equazione di Clausius

$$(5) \qquad - \overline{\delta P} = \overline{\delta T} + \overline{2T}\, \delta \log t_a$$

la quale con i valori trovati diviene:

$$\frac{M}{2R} \delta \log \frac{v^2 \theta^2}{R^2} - \frac{M}{2R} \delta \log \frac{M \theta^2}{R^3} = 0$$

onde

$$(6) \qquad \frac{M \theta^2}{R^3} = k^2$$

essendo k^2 una costante e abbiamo il teorema:

Le variazioni del moto di un sistema Newtoniano in moto stabile non mutano il rapporto tra il cubo della distanza media e il prodotto della massa per il quadrato del tempo periodico medio.

Denotando con E la energia totale del sistema la equazione (5) può scriversi:

$$\delta E - \overline{2T}\, \delta \log v^2 \theta = 0$$

o anche sostituendo il valore di θ dato dalla (6)

$$\delta E - \overline{T}\, \delta \log M R = 0,$$

e quindi: *la entropia del sistema è uguale al logaritmo del prodotto della massa per la distanza media.*

SOPRA LA ENTROPIA DI UN SISTEMA NEWTONIANO IN MOTO STABILE; NOTA II. DI E. BETTI.

(Dagli *Atti della R. Accad. dei Lincei*, 1888).

In seguito alla Nota precedente, reputo conveniente di aggiungere la dimostrazione dell' applicabilità del teorema di Clausius ai sistemi Newtoniani in moto stabile, dalla quale dipende la determinazione della loro Entropia.

Le funzioni:

$$\Phi = \tfrac{1}{2} \Sigma \frac{m_i m_s}{M} r^2_{is} ,$$

$$\phi = \tfrac{1}{2} \Sigma m_i r^2_i = \Phi + \Theta ,$$

dove r_i denota il raggio vettore di m_i e Θ la energia cinetica costante del baricentro, in cui si riguardano concentrate tutte le masse, hanno gli stessi massimi e minimi, e sodisfano alla stessa equazione differenziale di 2° ordine. Potremo dunque, in vista delle ulteriori applicazioni, considerare la funzione ϕ invece della Θ.

Un sistema di valori delle coordinate di tutti i punti del sistema determina la loro posizione; diremo che determina la *posizione* del sistema, e denoteremo questa con una lettera.

Se le coordinate dei medesimi punti in due posizioni a e b differiscono tutte di quantità infinitesime, diremo che le posizioni a e b sono *infinitamente vicine*.

Denoteremo con $\delta_{ab} f$ la variazione che riceve una funzione qualunque f delle coordinate, nel passare da una posizione a del sistema a una b infinitamente vicina; cioè porremo:

$$\delta_{ab} f = \Sigma \left(\frac{df}{dx_i} \delta_{ab} x_i + \frac{df}{dy_i} \delta_{ab} y_i + \frac{df}{dz_i} \delta_{ab} z_i \right) .$$

Se a, b, c sono tre posizioni del sistema infinitamente vicine, per ogni coordinata sarà:

$$\delta_{ac} = \delta_{ab} + \delta_{bc} ,$$

e quindi

(1) $$\delta_{ac} f = \delta_{ab} f + \delta_{bc} f .$$

Chiameremo *trajettoria* di un sistema in moto, e denoteremo con una lettera, la serie linearmente infinita di posizioni che il sistema prende col variare del tempo.

La variazione che una coordinata, per esempio x_i, riceve nel passare dalla posizione b che ha sopra una trajettoria nel tempo, t, alla posizione c che ha sulla stessa trajettoria nel tempo $t + \delta t$, sarà:

(2) $$\delta_{bc} x_i = x'_i \delta t .$$

Consideriamo ora una trajettoria A di un sistema in moto stabile. Sia o la posizione del sistema all' origine del tempo, a sia una posizione sopra A, nella quale la funzione ϕ ha un valore massimo o minimo e t_a il tempo in cui il sistema ha la posizione a; avremo

$$(3) \qquad \frac{d\phi_a}{dt} = o \,.$$

Sia B un' altra trajettoria dello stesso sistema e o' la posizione che ha sulla medesima il sistema all' origine del tempo. Chiamiamo *corrispondenti* due posizioni, una in A l' altra in B, che prende il sistema per lo stesso valore del tempo, e supponiamo che le posizioni corrispondenti siano infinitamente vicine e il moto sia stabile in ambedue le trajettorie. Le posizioni di massimo e di minimo della funzione ϕ non saranno corrispondenti, ma infinitamente vicine e se a è una posizione di massimo o minimo di ϕ sopra A, e c la posizione di massimo o minimo di ϕ sopra B, infinitamente vicina ad a, avremo

$$\phi_c = \phi_a + \delta_{ac}\,\phi$$

e quindi, a oagione della (3),

$$(4) \qquad \frac{d\delta_{ac}\,\phi}{dt} = o .$$

Se b è la posizione corrispondente ad a, ponendo mente alla equazione (1), otterremo:

$$\frac{d\delta_{ab}\,\phi}{dt} = -\frac{d\delta_{bc}\,\phi}{dt} \,.$$

Supponiamo che le variazioni delle velocità siano infinitesime di 2° ordine, mentre le variazioni delle coordinate sono di 1° ordine, cioè che le variazioni infinitesime delle coordinate avvengano in tempi finiti, sarà:

$$(5) \qquad \frac{d\delta\phi}{dt} = \Sigma m_i\,(x'_i\,\delta x_i + y'_i\,\delta y_i + x'_i\,\delta z_i) \,.$$

Sostituendo nel 2° membro della equazione (4) e rammentando le equazioni (2), otterremo:

$$\frac{d\delta_{ab}\Phi}{dt} = -T_a \delta t_a . \tag{6}$$

essendo T_a la energia cinetica del sistema nella posizione a, e t_a il tempo in cui si trova in a, $t_a + \delta t_a$ il tempo in cui si trova in c.

Ora sia a' un'altra posizione di massimo o minimo di Φ sopra A, b' la posizione corrispondente, c' la posizione di massimo o minimo di Φ infinitamente vicina ad a' sopra B, e t_a' il tempo della posizione a'. Avremo analogamente:

$$\frac{d\delta_{a'b'}\Phi}{dt} = -T_a' \delta t_a' . \tag{6)'$$

Affinchè il sistema dal descrivere il tratto aa' della trajettoria A passi a descrivere il tratto bb' della trajettoria B, è necessario che sia verificata la diseguaglianza

$$\int_{t_a}^{t_a'} (\delta P + \delta T)\, dt - \Sigma m_i (x'_i \delta_{a'b'} x_i + y'_i \delta_{a'b'} y_i + z'_i \delta_{a'b'} z_i)$$
$$+ \Sigma m_i (x_i \delta_{ab} x_i + y'_i \delta_{ab} y_i + z'_i \delta_{ab} z_i) > o ,$$

e se osserviamo l'equazioni (5), (6) e (6)', e denotiamo con t_n il tempo impiegato dal sistema a passare dalla posizione a ad a', avremo:

$$(\delta \overline{P} + \delta \overline{T})\, t_n + 2 (T_a' \delta t_a' - T_a \delta t_a) > o ,$$

Ma

$$T_a' = \overline{T} + \varepsilon_a'$$

$$T_a = \overline{T} - \varepsilon_a$$

onde

$$\delta \overline{P} + \delta \overline{T} + 2 \overline{T} \delta \log t_n + \frac{\varepsilon_a'}{t_n} \delta t_a' + \frac{\varepsilon_a}{t_n} \delta t_a > o$$

e al limite col crescere di t_n,

$$\delta \overline{P} + \delta \overline{T} + 2 \overline{T} \delta \log \theta > o$$

ed essendo

$$\overline{T} - \overline{P} = \overline{E}$$

avremo:

$$\delta\overline{E} - 2\overline{T}\delta \log \overline{T}\, \theta < o\ .$$

Tutto questo vale tanto per i sistemi liberi, quanto per quelli con legami qualunque, tanto per le forze che variano colla distanza secondo la legge di Newton, quanto per quelle che variano con una legge qualunque.

SUI FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI;
MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI [1]).

(Dalle *Memorie della R. Acc. delle Sc. dell' Istit. di Bologna*. Ser. IV, Tomo IX, 1888).

5. I Signori E. Wiedemann ed Ebert [2]) ripresero lo studio del fenomeno di Hertz, ne semplificarono le condizioni, ed ebbero il merito di stabilire che l'azione delle radiazioni si esercita, non sul gas, ma sugli elettrodi ed anzi sul solo elettrodo negativo.

Alle scariche d'una macchina d'Holtz sono offerte, mediante biforcazione dei reofori, due vie diverse, in ciascuna delle quali è riservato un intervallo per scintilla. Una di queste scintille, sulla quale si sperimenta, si forma fra due palline racchiuse in un tubo di vetro, nel quale trovasi aria o altro gas a pressione variabile a volontà. Una finestra laterale chiusa da una lamina di quarzo, permette di far cadere sulla scintilla le radiazioni d'una lampada ad arco voltaico, senza che le radiazioni stesse abbiano a traversare il vetro, il quale ne assorbirebbe la parte che è attiva in tali fenomeni. Una lente di quarzo serve poi a concentrare le radiazioni sulla scintilla studiata. Avvicinati gli

1) *Continuazione* vedi pag. 256 del volume precedente.

2) *Wied. Ann.* T. XXXIII, pag. 241, 1888. Questa Memoria era stata comunicata compendiosamente alla Società Fisico-Medica di Erlangen, nelle Sedute del 1° Agosto, 14 Novembre e 12 Dicembre 1887.

elettrodi di confronto, cioè quelli che stanno all'aria libera. sinchè la scarica avvenga fra di essi, basta illuminare gli elettrodi posti nel tubo, perchè le scintille mutino posto e si formino entro il tubo medesimo. Bisogna accostare, di una quantità che può misurarsi, gli elettrodi posti all'aria libera (e riparati dalle radiazioni), se si vuole che le scariche si formino di nuovo fra essi.

Ma non solo le radiazioni rendono più piccola la differenza di potenziale richiesta alla produzione delle scintille, ma le modificano notevolmente. Infatti i detti Autori trovarono, che sotto l'azione delle radiazioni le scintille successive, anzichè seguire vie diverse (donde, per causa della persistenza delle imagini, l'aspetto di fiocco o di fascio, che assume la scarica della macchina d'Holtz senza condensatori), seguono tutte lo stesso cammino, e da rosse che erano divengono vivamente bianche. Il numero delle scintille prodotte in un dato tempo cresce, come fu constatato con un tubo spettrale posto in circuito ed osservato in uno specchio girante, ed infine le stesse scariche si seguono con tal regolarità, che un telefono posto in circuito, anzichè un suono rauco che è piuttosto un rumore, fa sentire un puro suono musicale,

Ma ciò che offre nel lavoro di E. Wiedemann ed Ebert il più grande interesse, si è l'avere essi riconosciuto, che si producono i detti fenomeni se si fanno cadere le radiazioni sull'elettrodo negativo, ma per nulla affatto se, nascosto quest'ultimo, esse giungono soltanto sull'elettrodo positivo e sul gas che si trova fra i due elettrodi.

E. Wiedemann ed Ebert cercano poi di collegare questi fenomeni alla teoria che il primo di essi formulò in occasione di altre ricerche [1]), e che è fondata su ciò, che un gas rarefatto è reso luminoso dalla scarica, senza un riscaldamento corrispondente di esso.

L'elettricità accumulandosi sugli elettrodi, produrrebbe la polarizzazione dielettrica del mezzo, e cioè una deformazione delle atmosfere eteree delle sue molecole. Raggiunta che abbia la densità elettrica un certo valore, comincia l'elettricità a pro-

1) *Wied. Ann.* t. IX, pag. 160.

pagarsi dall'elettrodo negativo al gas, variandosi così istantanea la polarizzazione già esistente, con produzione di vibrazioni nelle dette atmosfere molecolari. Siccome la luce nel catodo, emerge solo in direzione normale alla sua superficie, così è a ritenersi che le vibrazioni si formano già alla superficie del catodo, per cui questa più che alla superficie di un corpo luminoso, è da paragonarsi ad una superficie d'onda. Il periodo delle vibrazioni proprie delle atmosfere eteree, che può essere diverso per i vari gas, è dell'ordine di grandezza dei periodi vibratori delle onde luminose. Se onde luminose di egual periodo giungono al catodo, esse devono favorire la produzione dei fenomeni che costituiscono la scarica dall'elettrodo negativo, e quindi rendere possibile la scarica stessa quando la densità elettrica ha su di esso valori anche piccoli.

6. Al lavoro di E. Wiedemann ed Ebert, seguì da presso quello assai notevole di Hallwachs [1]), il quale, fatto tesoro dell'osservazione, che le radiazioni agiscono sull'elettrodo negativo e non sul gas, cercò se un'analoga azione potesse constatarsi sui conduttori elettrizzati negativamente, in quanto a farne più rapidamente disperdere, entro il gas ambiente, la carica.

Egli trovò diffatti, che un disco di zinco elettrizzato negativamente e comunicante con un elettroscopio a foglie d'oro, perdeva rapidamente o anche istantaneamente la sua carica, quando si facevano cadere su di esso le radiazioni dell'arco voltaico. Constatò che l'effetto era maggiore se il metallo era stato di recente pulito, che era pure maggiore sullo zinco che non sul ferro o sull'alluminio, e che era nullo sull'oro non pulito. Si persuase che erano raggi ultravioletti, quelli che meglio producevano l'effetto. ed infine trovò, che l'elettricità dispersa dal disco illuminato poteva raccogliersi su altro conduttore attiguo comunicante con un elettroscopio.

7. Un lavoro ulteriore di Arrhenius [2]) chiude la serie di quelli dei quali dovevasi trattare in questo primo capitolo. Con-

1) *Wied. Ann.* t. XXXIII, p. 301. Fascicolo pubblicato il 15 gennaio 1888.

Un chiaro riassunto delle esperienze di Hertz, di E. Wiedemann ed Ebert, e di Hallwachs, è stato fatto dal Dott. Faè, nella *Rivista Scientifica Industriale* del 15 marzo 1888.

2) *Wied. Ann.*, t. XXXIII, pag. 688. Comunicata l'11 Gennaio 1888 all'Accademia Svedese delle Scienze.

apparvero altri lavori, dei quali è duopo render conto brevemente.

Dopo che la mia prima Nota era apparsa, anche tradotta in francese, fu presentata all'Accademia di Parigi [1]) una nota del Sig. A. Stoletow, nella quale sono descritte esperienze che e per le disposizioni sperimentali e pei risultati ottenuti, coincidono quasi in ogni punto colle mie della detta prima Nota, come feci poscia rilevare alla stessa Accademia [2]). Solo, invece dell'elettrometro, il Sig. Stoletow fa uso del galvanometro, precisamente come Arrhenius nelle esperienze precedentemente riassunte.

Il Sig. Blondlot [3]) sostituì al metallo elettrizzato, una nappa di acqua cadente, o ferma in un vaso, ed elettrizzata negativamente dal polo d'una pila, ma non ottenne traccia di effetto, facendo cadere sul liquido le radiazioni. Trovò invece qualche traccia di effetto sul cartone bianco. Verificò poi, come già aveva annunciato l'Hallwachs, che l'acqua è trasparente per quei raggi che valgono a provocare i fenomeni di cui qui si tratta.

In un'ulteriore comunicazione [4]), dopo avere riconosciuto la mia priorità sulle esperienze da lui fatte, il Sig. Stoletow riferisce altre esperienze dalle quali risulta, che contrariamente a quanto egli aveva asserito nella sua prima comunicazione, l'azione delle radiazioni ha luogo solo sui corpi elettrizzati negativamente, accordandosi così con me anche nel solo punto in cui esisteva divergenza fra i nostri risultati. Poscia studia l'azione delle radiazioni, sopra carta o tela imbevuta di diversi liquidi, e trova che questa azione ha luogo in modo tanto più marcato, quanto meno il liquido è trasparente per le radiazioni ultraviolette attive. Così le soluzioni d'eosina o di fluorescina nell'ammoniaca mostrano sensibilmente il fenomeno di disperdere la carica negativa quando sono illuminate, mentre le soluzioni di fucsina e di violetto d'anilina nell'acqua, agiscono quanto un metallo.

A questa comunicazione il Stoletow ne ha fatto recentemente seguire un'altra [5]), in cui rende conto dei risultati di

1) Nella Seduta del 16 Aprile 1888.
2) Seduta del 7 Maggio 1888.
3) *Comp. Rend.*, Seduta 7 Maggio 1888.
4) *Comp. Rend.*, 4 Giugno 1888.
5) *Comp. Rend.*, 9 Luglio 1888.

esperienze fatte in vari gas, e cioè aria secca od umida, idrogeno, anidride carbonica. D'accordo con E. Wiedemann ed Ebert e con Arrhenius egli trova nessuna differenza fra i primi gas, ed una rapida dispersione coll'ultimo, ed un massimo d'effetto ad un certo grado di rarefazione.

9. Un lavoro di Hallwachs segue in ordine di data [1]. In esso è dimostrato, che un metallo scarico si elettrizza positivamente quando è illuminato. Questo fatto, che è evidentemente molto importante, fu considerato come probabile dal Sig. Hallwachs nella sua prima pubblicazione; ma fu asserito da me in modo sicuro nella mia prima Nota, che d'assai precedè questo ultimo lavoro del Sig. Hallwachs.

Inoltre fu il fatto studiato in modo completo nella mia Nota V; ma trattandosi di un fatto così nuovo e singolare, è stato bene che la dimostrazione venga data da più sperimentatori.

Esperienze in parte simili a quelle di Hallwachs, sono state recentemente eseguite dal Sig. Narr [2]. Egli illumina, con una lampada a magnesio, due dischi paralleli, ad uno dei quali dà una carica iniziale costante, ora positiva ora negativa. La sorgente luminosa è posta di lato, ed illumina simultaneamente le faccie prospicienti dei due dischi. Egli trova risultati in generale poco distinti, il che è naturale stante la scelta della sorgente, e per la poca sensibilità dell'elettrometro dei seni, di cui fa uso; ma l'effetto secondo il Narr è più marcato quando il disco caricato possiede l'elettricità positiva.

Non si comprende bene questo risultato, nè la ragione per cui entrambi i dischi vengano simultaneamente illuminati, mentre, per riconoscere una differenza nel modo di comportarsi delle due elettricità, era bene tener all'oscuro il secondo disco, che certo si carica per influenza di elettricità di nome contrario a quella del primo.

10. Per ultimo devo far cenno di alcune osservazioni di Borgmann [3], e di una recentissima Nota di Bichat [4]. Il Borgmann vede una relazione fra le esperienze di Hertz, E. Wiede-

1) *Phil. Mag.* July 1888. *Wied. Ann.* 1888, n. 8.
2) *Wied. Ann.*, t. XXXIV, pag. 712, (1888).
3) *Phil. Mag.*, September 1888, pag. 272.
4) *Comp. Rend.*, 1 Ottobre 1888.

mann ed Ebert ecc., e le sue, relative alla propagazione nell' aria di correnti elettriche con elettrodi costituiti da fiamme o da punte metalliche. Egli crede che le radiazioni emesse dalle fiamme o dalla stelletta che ha origine sopra una punta mentre disperde elettricità negativa, agiscano sull'elettrodo stesso sul quale esistono, come le radiazioni dell' arco voltaico agiscono sui metalli nelle esperienze richiamate più sopra. Descrive poi un'esperienza nella quale le radiazioni dell' arco voltaico ed una fiamma si aiutano, per così dire, onde far disperdere ad un disco di zinco la sua carica negativa. Davanti al disco è posta la lampada ad arco, a tal distanza da non produrre effetto, anche se davanti al disco, sta una lamina metallica in comunicazione col suolo, traforata per lasciare adito alle radiazioni. La distanza di questa lastra dal disco elettrizzato è tale, che se alla lastra si sostituisce una fiamma in comunicazione col suolo, essa non produce nessun effetto. Ma se la fiamma e le radiazioni dell' arco voltaico agiscono ad un tempo, subito il disco disperde la sua carica, producendosi una corrente fra esso e la fiamma.

Infine, il Bichat descrive questa esperienza. Posto il suo molinello elettrico entro un cilindro conduttore comunicante col suolo, vide che cominciava a girare quando il suo potenziale era di — 63 (C. G. S.); ma illuminandolo coll'arco voltaico cominciò a girare al potenziale di — 22. Deduce da ciò che la convenzione ha una parte essenziale nel fenomeno, accordandosi così col mio modo di vedere. Aggiunge poi una curiosa osservazione, che però sembra non avere nessuna intima relazione coi fenomeni dei quali qui si tratta, e cioè che una pianta qualunque collocata sopra un isolatore e comunicante coll' elettrometro, si elettrizza negativamente quando si fanno su di essa cadere i raggi ultravioletti.

Questi sono i lavori che sino a questo momento sono apparsi intorno all' argomento di cui qui si tratta. Fra essi spiccano maggiormente quello di Hertz, che per primo riconobbe l' azione delle radiazioni ultraviolette sulla produzione delle scariche, quello di E. Wiedemann ed Ebert, i quali stabilirono che sede dell' azione è l' elettrodo negativo, e quello di Hallwachs il quale trovò l' accelerarsi della dispersione dell' elettricità negativa per effetto delle radiazioni. Passerò quindi ad esporre i risultati delle

mie ricerche, e per amore di chiarezza non seguirò sempre l'ordine nel quale le ricerche stesse furono da me compiute.

Cap. III.

Azione delle radiazioni sull' elettricità di contatto.

11. Le mie prime esperienze furono dirette ad esaminare se le radiazioni ultraviolette modificassero le cariche che assumono per contatto due conduttori affacciati, posti precedentemente per un istante fra loro in comunicazione.

Onde far agire le radiazioni su quella parte della superficie d'uno dei due metalli, che è vicinissima all'altro metallo, non era possibile ricorrere ad una illuminazione obliqua, stante la grande prossimità che è necessaria fra le due superficie metalliche di diversa natura, onde ottenere deviazioni elettrometriche distinte. Perciò ebbi l'idea di prendere uno dei metalli sotto forma di reticella, e di illuminare l'altro metallo attraverso i vani di essa. È a questa disposizione semplicissima, che è stata adottata da altri dopo di me, che debbo gran parte dei risultati ottenuti.

Un sostegno isolante E (*Tav. I, fig.* 1) porta un pezzo d'ottone ABC formato da una parte cilindrica A e da una piastra circolare BC, sulla quale possono avvitarsi successivamente diversi dischi metallici D, di diversa natura, aventi in generale 6 centimetri di diametro (che già mi servirono per altre ricerche). Il sostegno E è girevole intorno ad un asse orizzontale O, ma in un senso il moto è vietato, allorchè una forte vite V tocca un pezzo metallico M, verso il quale è spinta da un peso P. Parallelamente al disco è fissata una rete metallica RR (d'ottone, o di ferro, o di platino, quali trovansi in commercio, oppure di zinco che feci espressamente fabbricare, oppure un reticolo di sottili fili metallici paralleli e vicinissimi fra loro). Questa rete è in generale mantenuta in comunicazione col suolo e con una delle coppie di quadranti di un elettrometro, mentre il disco comunica coll'altra coppia. La vite V permette poi di variare la distanza a cui il peso P mantiene il disco D dalla rete RR, men-

tre, profittando del giuoco che trova la vite centrale del disco, questo può essere ridotto parallelo alla rete, per mezzo di tre piccole viti *v*, *v*. Basta far girare il sostegno intorno ad O per allontanare d' un tratto il disco dalla rete.

L' elettrometro da me sempre adoperato è del modello Mascart, ma con specchietto piano e senza lente. L' ago dell' istrumento comunica con uno dei poli di una piccola batteria rame-acqua-zinco di 100 coppie, di cui l' altro polo comunica col suolo, e quando ebbi bisogno d' ottenere la massima sensibilità i due fili di seta della sospensione bifilare furono accostati il più possibile alla parte superiore, mentre furono permanentemente raccorciati i due fili di platino orizzontali che pescano nell' acido solforico e che sono destinati a smorzare le oscillazioni. L' acido fu rinnovato di frequente, onde non adoperarlo più appena diveniva un poco vischioso. Infine, la scala fu tenuta in generale a distanza piuttosto grande dall' istrumento, anche fino ad 8 metri, mentre il cannocchiale, posto su un sostegno indipendente, era a circa $1^m,5$, in prossimità degli apparecchi che conveniva maneggiare nel corso delle esperienze. A norma della distanza fra i fili di sospensione, e della distanza fra la scala e l' istrumento, la sensibilità fu quindi variata a norma del bisogno, in modo che una differenza di potenziale eguale ad 1 Volta fra le coppie di quadranti, diede una deviazione da 12 a 400 e più particelle della scala.

Un commutatore costruito con vaschettine di rame isolate da colonne d' ebanite e piene di mercurio, permetteva di porre ad intervalli in comunicazione coll' elettrometro una pila campione Latimer-Clarcke. Si aveva così il modo di esprimere le deviazioni in Volta, qualora lo si stimasse necessario, ed in ogni caso si poteva aver idea del grado di sensibilità posseduta dallo istrumento.

Il sistema formato dal disco metallico e dalla rete, o in generale l' apparecchio su cui dovevansi far agire le radiazioni, era rivolto verso una piccola finestra quadrata praticata nel muro del laboratorio, e che si apre in un ambiente attiguo. La finestra era il più delle volte chiusa da una lastra metallica avente un' apertura circolare coperta da una lastra di gesso trasparente (selenite), che permetteva alle radiazioni attive di cadere sugli

apparecchi. Al di là del diaframma, e cioè nella camera vicina, stava la sorgente luminosa, la quale non poteva in tal modo esercitare sugli apparecchi nessuna dannosa influenza.

Ho fin dalle prime prove riconosciuto, che le radiazioni capaci di provocare i nuovi fenomeni fotoelettrici, sono le più rifrangibili delle ultraviolette. Infatti la luce ultravioletta solare, che secondo il Sig. Cornu è limitata, dalla parte più rifrangibile dello spettro, dalla lunghezza d'onda 295.10^{-7} (in centimetri), non produce nessun effetto, mentre la luce del magnesio e più ancora quella dell'arco voltaico, che forniscono onde anche più brevi, danno il fenomeno in modo marcatissimo.

Coll'arco voltaico formato fra due carboni, gli effetti sono molto incostanti, quanto ad intensità. Bisogna sempre procurare che l'arco voltaico si formi dalla parte degli strumenti sui quali le radiazioni devono agire, poichè non è la parte più luminosa della sorgente, quella che dà l'effetto. È bene pure ottenere un arco lungo, poichè è più difficile così che si nasconda dietro uno dei carboni quella parte dell'arco che emette più abbondantemente le radiazioni attive.

Ma ho ottenuto gli effetti più potenti sostituendo un cilindro di zinco fuso al carbone positivo. L'arco voltaico diviene così assai più lungo, e la luce ottenuta, che è rosea o violacea, benchè assai meno intensa all'occhio, ha sui corpi elettrizzati un'azione di gran lunga maggiore che quella dell'arco voltaico ordinario. Per esempio, la deviazione elettrometrica ottenuta da un disco metallico parallelo ad una rete di metallo diverso, nel modo che sarà descritto fra poco, anzichè richiedere più secondi o più minuti primi per raggiungere il suo valore definitivo, può divenire colla luce dello zinco, istantanea o quasi. Coi miei apparecchi, la corrente aveva un'intensità di circa 10 Ampère, mentre si produceva l'arco voltaico sullo zinco.

Per servirmi a lungo della luce ottenuta collo zinco, ho trovato comodo un regolatore di Reynier. I bastoni di zinco lunghi 7 centimetri e di 1,5 centimetri di diametro, vengono fissati successivamente al posto del carbone inferiore della lampada. Uno di tali bastoni dura in media cinque minuti primi. Una persona è incaricata di attendere alla lampada, ed ha cura di raschiare di tanto in tanto lo zinco, con un'asticella di ferro,

per staccare la crosta bianca d'ossido che tende a formarsi nella sua parte superiore, e che farebbe da schermo. Non si può però impunemente guardare, anche per poco tempo, direttamente la luce emessa dall'arco voltaico in tali condizioni; ma bisogna riparare l'occhio dai raggi più rifrangibili per mezzo di lastre di mica o di vetro. Ho trovato infatti che senza questa precauzione quasi a tutti accade di essere assaliti da un molesto senso di bruciore agli occhi, che finisce col divenire intollerabile. Che sia dovuto ai raggi più rifrangibili, risulta da ciò, che mentre una lastra di vetro o di mica trasparentissime bastano a impedirlo, una di selenite o di quarzo è senza efficacia.

Avendo avuto bisogno in qualche caso, di ottenere effetti anche più intensi, ho aggiunto, fra l'arco voltaico e gli apparecchi, una lente di quarzo, che concentra su di essi le radiazioni [1]).

12. Messo per un istante il disco metallico (che, come si è detto, comunica coll'elettrometro) in comunicazione col suolo, mediante una leva metallica girevole, comunicante col suolo, e che può pescare in uno dei pozzetti di mercurio comunicanti col disco, l'ago dell'elettrometro assume una posizione che indica lo zero delle deviazioni.

Se si lascia ogni cosa a sè, la posizione di fermata non varia affatto, dato che gli apparecchi siano in buone condizioni d'isolamento; ma se si allontana d'un tratto il disco dalla rete, si ottiene una deviazione, più o meno grande a norma della variazione di capacità che ha subìto il disco pel cambiamento della sua distanza dalla rete. La deviazione è positiva nel caso di un disco di zinco e della rete di platino; essa è dovuta alla differenza di potenziale che si stabilisce fra i due metalli, e sarebbe nulla se le superficie della rete e del disco fossero identiche chimicamente e fisicamente. Questi sono i noti fenomeni che si possono osservare senza far agire le radiazioni.

Supponiamo invece, che dopo avere per un istante fatto comunicare col suolo il disco, si apra l'adito alle radiazioni. Im-

1) Ho constatato poi direttamente che le radiazioni attive si polarizzano per riflessione (vedi la Nota VI), come le radiazioni visibili o attiniche, il chè toglie il dubbio che questi fenomeni non sieno causati dalle vibrazioni trasversali dell'etere luminoso.

mediatamente l'elettrometro devìa, in senso negativo nel caso del disco di zinco e della rete di platino, cioè nello stesso senso come se i due metalli (rete e disco) venissero immersi nell'acqua. La deviazione cresce più o meno rapidamente, e infine diviene pressochè stazionaria.

Se a questo punto il disco viene allontanato rapidamente dalla rete, l'elettrometro non dà alcun sensibile indizio di variazione di carica, ammesso, come supponiamo quando non si avverte il contrario, che il disco e la rete abbiano subìto l'azione delle radiazioni stando estremamente vicini l'uno all'altra.

Ciò dimostra che dopo che le radiazioni hanno agito, non esiste più differenza di potenziale fra i due metalli, o in altre parole che: *le radiazioni riducono i due metalli allo stesso potenziale.*

È bene avvertire quì, una volta per tutte, che parlando di potenziale dei metalli, non intendo affermare che nei fenomeni così detti di contatto non intervenga il mezzo nel quale i conduttori sono immersi. Molti ritengono anzi, che le differenze di potenziale di contatto che si osservano nelle esperienze elettrostatiche, spettino piuttosto agli strati d'aria che avviluppano immediatamente i metalli, che ai metalli stessi, dal che si avrebbe ragione del non esistere proporzionalità fra le differenze di potenziale di contatto misurate colle esperienze elettrostatiche, e quelle che si possono desumere dal fenomeno di Peltier. A tutt'oggi non vi sono prove sicure in favore nè di questo modo di vedere, nè del modo di considerare le cose adottato dal Volta, ed intendo lasciare libera la questione, quantunque le esperienze che sto descrivendo appariscano più favorevoli alla prima opinione.

Essendo i metalli ridotti allo stesso potenziale, la deviazione elettrometrica ottenuta per effetto delle radiazioni varrà a misurare la differenza di potenziale di contatto fra i due metalli. Infatti, assumiamo come zero il potenziale dei quadranti allorchè comunicano col suolo, e siano V, V' i potenziali rispettivamente del disco e della rete, allorchè pure comunicano col suolo, sarà $V-V'$ la differenza di potenziale di contatto fra i due metalli. Se, dopo che le radiazioni hanno prodotto tutto il loro effetto, X è il potenziale dei quadranti che comunicano col disco, sarà

$X + V$ il potenziale del disco (dovendo sussistere, fra il disco ed il metallo dei quadranti, sempre la stessa differenza di potenziale V), mentre il potenziale della rete, che è rimasta in comunicazione col suolo, è sempre V'.

L'esperienza indica che i due metalli hanno lo stesso potenziale, dunque:

$$V' = X + V,$$

da cui:

$$X = V' - V.$$

D'onde un mezzo assai preciso per misurare la differenza di potenziale fra due metalli, nell'aria o in un gas qualunque, che in seguito mi propongo di utilizzare.

Se si sperimenta con un disco meno ossidabile del metallo di cui è formata la rete, per esempio, disco di rame e rete di zinco, la deviazione elettrometrica provocata dalle radiazioni è positiva. Essa si forma però in un modo assai più rapido e ne vedremo presto la ragione. Si può sostituire al disco di rame uno di mercurio, disponendo orizzontalmente la rete al disopra del metallo liquido, contenuto in un recipiente colmo sin oltre l'orlo. Si ha così un effetto simile a quello che si ottiene col rame, il chè prova che lo stato solido non è necessario, nel corpo che riceve le radiazioni, onde il fenomeno si produca.

Infine, se invece di mettere il disco in comunicazione coll'elettrometro, lo si mette in comunicazione col suolo, e si pone la tela metallica, in tal caso isolata, in relazione coll'istrumento, si ottengono deviazioni di segno contrario, ma non eguali in valore assoluto allorchè la tela metallica è di un metallo più ossidabile di quello con cui è fatto il disco (p. es. rete di zinco e disco di rame). In tal caso, come era a prevedersi, le radiazioni tendono a far disperdere continuamente la carica negativa dello zinco, come nelle citate esperienze di Hallwachs.

In ogni caso poi si ha sempre la stessa deviazione finale, se invece di far cominciare l'azione della luce dopo aver messo per un istante in comunicazione col suolo l'elettrometro, si comincia col comunicargli una carica qualunque, anche se questa è tale da produrre una deviazione maggiore della deviazione fi-

nale. Ciò che principalmente influisce sul valore della deviazione finale è la condizione della superficie dei metalli; perciò essi furono generalmente puliti accuratamente con carta smerigliata, prima d'ogni esperienza.

13. Il sistema di disco e rete si comporta, mentre riceve le radiazioni, come una coppia voltaica a circuito aperto, che può chiamarsi *coppia fotoelettrica*. Si possono riunire parecchie di tali coppie, e formare così una *pila fotoelettrica*.

Ho sperimentato con una pila di 20 coppie, ciascuna delle quali è costituita da una rete di zinco, tesa in una cornice rettangolare di filo di zinco lunga 62cm,5 e larga 45cm, e da una lastra di rame parallela alla prima di egual grandezza, ed assai vicina. Le coppie sono disposte in serie nel modo ordinario, e cioè, il rame della prima comunica collo zinco della seconda, il rame di questa collo zinco della terza e così di seguito. Lo zinco della prima coppia ed il rame dell' ultima costituiscono i poli della pila. Le coppie sono poi sorrette da colonnette d'ebanite fissate ad una tavola verticale, e sono disposte in 4 fila di 5 coppie ciascuna, in modo da formare un rettangolo. Tutte le coppie sono interamente verniciate con vernice nera resinosa ad eccezione delle superficie di zinco e di rame che trovansi reciprocamente affacciate, onde attenuare, ove non è necessaria, l'azione delle radiazioni (vedi n. 14).

Se lo zinco della prima coppia è tenuto in comunicazione col suolo ed il rame dell'ultima è messo in relazione coll'elettrometro, e se dopo avere messo quest'ultimo in comunicazione col suolo per un momento, si fanno cadere sulla pila le radiazioni dell'arco voltaico (fatto sullo zinco), si ottiene una deviazione positiva che cresce rapidamente sino a divenire eguale a circa 20 Volta. Un piccolo elettroscopio a foglie d'oro si carica in modo visibile mettendolo in comunicazione col polo isolato. Se le radiazioni cessano d'agire, la deviazione diminuisce lentamente per ordinaria dispersione, e diminuisce pure momentaneamente se, come spesso accade per le irregolarità inevitabili nella produzione dell' arco voltaico e nella combustione dello zinco, l'intensità delle radiazioni viene a diminuire. Perciò quando la deviazione ha quasi raggiunto il suo valore massimo, si hanno delle fluttuazioni dovute all'incostanza della sorgente luminosa.

Le cose procedono ben diversamente se si dispongono all'inverso le comunicazioni, vale a dire se il polo zinco comunica coll'istrumento ed il polo rame col suolo. In questo caso sotto l'azione delle radiazioni si ottiene una piccola deviazione negativa, non molto maggiore certo di quella che darebbe una sola coppia.

Ciò si spiega facilmente. Infatti, essendo in comunicazione col suolo il polo rame, i potenziali di tutte le lamine della pila tendono a divenire negativi; ma la carica di un corpo elettrizzato negativamente si disperde prontamente sotto l'azione delle radiazioni (esperienze di Hallwachs), e questo avviene nella stessa rete di zinco che comunica coll'elettrometro. Non può dunque quest' ultimo assumere una carica negativa, se non assai debole. La vernice che ricopre la massima parte della superficie delle coppie attenua, come si vedrà più oltre (n. 14), ma non impedisce questa dispersione.

Questa diversità grandissima di effetti che si ottengono da una *pila foto-elettrica*, secondo che è l'uno o l'altro polo che resta isolato, fornisce la più bella prova, che le radiazioni non agiscono egualmente sui conduttori che hanno la carica positiva e su quelli che l'hanno negativa. Vedremo fra poco, che l'azione ha luogo esclusivamente sui corpi carichi di elettricità negativa.

14. Ho fatto alcune esperienze sostituendo al disco metallico, o sovrapponendo al medesimo, lastre di diverse sostanze.

Un disco di carta, applicato al disco metallico, si comporta, di fronte alla rete di ottone o di zinco, come un metallo poco ossidabile, e cioè sotto l'azione delle radiazioni si carica positivamente. Un disco di abete diede effetto simile. La deviazione però fu in entrambi i casi, e specialmente col legno, assai lenta.

Coprendo con una vernice resinosa il disco o la rete, gli effetti in generale si fanno più deboli, e la vernice nera di Soehnè Frères che trovasi in commercio, si mostra più efficace che quella comune di gomma lacca. Però è ben diverso il risultato secondo che si copre di vernice l'uno o l'altro dei due metalli.

È particolarmente interessante il caso in cui il disco costituisce il metallo più ossidabile della coppia, p. es. disco di zinco e rete di ottone. Verniciando la rete d'ottone la deviazione diviene estremamente lenta a formarsi. Questa esperienza conferma

che le radiazioni agiscono su quello dei due conduttori che ha la carica negativa, e quindi nel caso attuale, sull'ottone. Le radiazioni raggiungono quest'ultimo dopo essersi riflesse alla superficie del disco. Si comprende con ciò come la deviazione sia assai più lenta a formarsi quando la rete costituisce il metallo elettronegativo, che nel caso contrario, e si comprende pure come si arrivi sempre alla stessa deviazione finale, anche se si comincia col dare al disco una carica qualunque.

Tutti i fenomeni fin qui descritti si comprendono bene, ammettendo che sotto l'azione delle radiazioni ultraviolette le cariche negative anche debolissime, sieno trasportate lontano dal corpo che le possiede sino ai conduttori circostanti. Uno dei due metalli, rete o disco, assume appunto una carica negativa sia semplicemente in causa della differenza di potenziale di contatto, sia per la carica che può darsi inizialmente all'elettrometro, mentre l'altro metallo assume la carica positiva. È sul metallo negativo, che le radiazioni, o direttamente, o dopo riflessioni, producono il loro effetto. La carica negativa è trasportata sul conduttore positivo, e l'azione non cessa che quando le cariche dei due metalli sono annullate nelle parti affacciate, e quindi quando i metalli stessi sono ridotti allo stesso potenziale (astrazione fatta per ora dai fenomeni di cui si parlerà nel cap. IV).

Vedremo più avanti che secondo ogni probabilità il trasporto delle cariche negative è operato dalle particelle d'aria o in generale del gas nel quale si sperimenta, e che queste si muovono come si muoverebbe qualunque altra particella elettrizzata nel campo elettrico.

Esaminiamo per ora come si modifica l'esperienza variando la distanza alla quale il disco è collocato dalla rete.

15. Ho detto più sopra che non si ha nessun movimento nell'ago dell'elettrometro, allorquando si allontana d'un tratto il disco metallico dalla rete che gli sta di fronte, dopo che le radiazioni hanno agito sui due metalli per un tempo sufficiente onde la deviazione elettrometrica che si forma sotto la loro influenza abbia raggiunto il suo massimo valore.

Ciò non è però esattamente vero, e solo sensibilmente si verifica, se disco e rete erano estremamente vicini durante l'azione delle radiazioni su di essi. Ma se al contrario si pone fin dal

principio il disco a qualche millimetro di distanza dalla rete, e poi si fanno agire le radiazioni, i risultati delle esperienze mutano, e tanto più quanto maggiore è quella distanza.

Per chiarezza distinguo due casi, secondo che è elettropositivo per contatto il disco relativamente alla rete, oppure elettronegativo.

Il primo caso si può realizzare con un disco di zinco posto dietro una rete di platino o di ottone. Se la distanza fra essi è estremamente piccola, le radiazioni provocano una deviazione negativa nell'elettrometro comunicante col disco (essendo la rete in comunicazione col suolo), come si è detto più sopra, e riduce i metalli allo stesso potenziale, giacchè, una volta che la detta deviazione si è stabilita, essa più non varia sensibilmente allontanando d'un tratto il disco dalla rete. Ma se invece si pone il disco a distanza maggiore dalla rete, si osserva: 1° che la deviazione negativa prodotta dalle radiazioni è più lenta a formarsi, e tanto più lenta quanto più grande è quella distanza. Per esempio, con disco di zinco e rete d'ottone fra loro vicinissime ottenni:

dopo	10	secondi d'azione	delle radiazioni	— 0,05	Volta
»	20	»	»	0,12	»
»	30	»	»	0,17	»
»	60	»	»	0,30	»
»	90	»	»	0,38	»
»	alcuni minuti primi		»	0,46	»

mentre che ponendoli ad un centimetro di distanza ebbi:

dopo	10	secondi d'azione	della luce	— 0,04	Volta
»	15	»	»	0,07	»
»	30	»	»	0,13	»
»	60	»	»	0.18	»
»	90	»	»	0,22	»
»	alcuni minuti primi		»	0,43	»

2° che il valore finale della deviazione (cui si può giungere, sia illuminando senz'altro il sistema, sia cominciando col caricare il sistema formato dal disco e dall'elettrometro ad un potenziale

tale da aversi una deviazione negativa più forte della deviazione finale) è minore, di quando si operava con distanza piccola, e tanto più quanto maggiore è la distanza fra rete e disco. Per esempio, ho ottenuto in una serie di esperienze le seguenti deviazioni finali:

Distanza fra disco di zinco e rete di ottone	Deviazione finale in Volta
Minore di $^1/_2$ mm.	— 0,456
2^{mm}	0,431
5^{mm}	0,388

3° che formatasi la deviazione, essa diminuisce allontanando di un tratto il disco dalla rete, ciò che dimostra che le radiazioni non riducono esattamente i due metalli allo stesso potenziale, ma lasciano al disco di zinco un potenziale positivo, tanto più grande quanto più il disco è lontano dalla rete.

Il secondo caso, cioè di un disco elettro-negativo rispetto alla rete, può realizzarsi con una rete di zinco ed un disco di rame, o meglio di rame dorato, oppure di platino. Mentre anche quì se la distanza fra disco e rete è estremamente piccola le radiazioni riducono i due metalli sensibilmente allo stesso potenziale, quando la distanza suddetta è maggiore si osserva che: 1° la deviazione provocata dalle radiazioni (che in tal caso è positiva) è anche in questo caso più lenta a formarsi. Per esempio, con un disco di rame comunicante coll'elettrometro, e rete di zinco vicinissima e comunicante col suolo, la deviazione elettrometrica arrivava al suo massimo 0,76 Volta, in tre o quattro secondi, mentre che ponendo il disco ad un centimetro dalla rete, ottenni:

dopo	10	secondi d'azione	delle radiazioni	+ 0,12	Volta
»	15	»	»	0,26	»
»	30	»	»	0,38	»
»	45	»	»	0,42	»
»	60	»	»	0,50	»
»	90	»	»	0,57	»
»	alcuni minuti primi		»	0,78	»

2° che la deviazione finale che si ottiene, sia illuminando senza altro i due metalli, sia caricando dapprima fortemente di elettricità positiva l'elettrometro, è maggiore di quella che si ebbe quando i due metalli erano vicinissimi fra loro, e tanto più grande quanto maggiore è la distanza fra disco e rete. Per esempio, ho ottenuto in due serie di esperienze questi risultati:

Distanza fra disco di rame e rete d' ottone	Deviazione finale in Volta
Minore di 1/2 mm.	+ 0,144
2mm	0,158
10mm	0,170

Distanza fra disco di foglia d' oro e rete d' ottone	Deviazione in Volta
Minore di 1/2 mm.	+ 0,292
10mm	0,315
40mm	0,392

3° che se una volta formatasi la deviazione positiva, si allontana d' un tratto il disco dalla rete, si ha un aumento nella deviazione positiva, tanto maggiore quanto più grande è la distanza iniziale fra i due metalli.

Anche in questo secondo caso dunque, i metalli non sono ridotti esattamente allo stesso potenziale, ma invece quello che direttamente riceve le radiazioni, e cioè il disco, rimane ad un potenziale positivo tanto più elevato quanto maggiore è la sua distanza dalla rete.

In conclusione, i fenomeni che si hanno allorchè si fa l'esperienza ponendo il disco non molto vicino alla rete, rivelano una tendenza, nel disco che riceve le radiazioni, a rimanere con carica positiva.

Fui così naturalmente condotto a studiare se e quali fenomeni si producevano sopprimendo la rete, e cioè illuminando

semplicemente un metallo isolato comunicante coll'elettrometro, e precedentemente posto per un momento in comunicazione col suolo. Il risultato generale, che resi noto nella mia prima pubblicazione del 4 Marzo 1888, fu, che il metallo si carica positivamente sotto l'azione delle radiazioni. Ma il fenomeno è stato con maggior cura da me studiato, e ad esso viene dedicato il seguente capitolo.

(Continua).

SULLE LINEE DI LIVELLO NEL DISCO RUOTANTE DI ARAGO; NOTA II.ª DEL DOTT. RINALDO FRANCESCO PITONI.

In una prima memoria pubblicata in questo stesso giornale [1]), feci conoscere alcune differenze fra i dati sperimentali, e i resultati della teorica stabilita dall'Jochmann sulle correnti indotte da un polo magnetico in un disco piano indefinito. Per varie ragioni, quell'esperienze furon pubblicate quando ancora non erano ultimate; ed è perciò che torno sopra i resultati ottenuti e specialmente sopra i due seguenti:

1.° Esiste una linea di livello passante per il centro del disco e per la proiezione del polo sul disco; essa ha la forma di una ellisse. Così trovai in un caso, per lunghezza degli assi 8 e 10 centimetri.

2.° Questa curva si deforma coll'allontanarsi del polo dal disco. A misura che la distanza aumenta, la curva si allontana sempre più dalla proiezione del polo.

Siccome la teorica suppone il disco infinito, e la velocità angolare così piccola da ritenere nulle le correnti indotte d'ordine superiore, bisogna dimostrare che nel caso da me studiato non vi era influenza perturbatrice nè degli orli, nè della velocità.

Ho già indicato nella memoria precedente il metodo seguìto. Aggiungerò qui, che il galvanometro Magnus che adoperavo, sufficientemente compensato, aveva una formola di merito di $\frac{6 \times 10^{-8}}{mt\,1{,}10}$ amp., e che le punte degli scandagli erano sottili al possibile. A dare un'idea dell'esattezza che in queste misure potevo rag-

1) Fasc. di Luglio-Agosto 1887.

giungere, riporterò le deviazioni osservate nel determinare il diametro b_4 di cui si fa menzione quì appresso. Le altezze sono misurate in millimetri al disopra della congiungente la proiezione del polo col centro del disco, cioè al disopra del diametro maggiore dell' ellisse.

Altezza in mm.	Deviazione in cm. della scala.
1	26
11	25
21	21,5
31	14
33,5	11
34,5	10
35,5	7
37,5	5
39,5	1
40,0	0
40,5	— 0,3

Si vede adunque che ero in grado di giudicare del quarto di millimetro.

Ora io ho sempre osservato, che quelle curve sono delle ellissi il di cui diametro maggiore è dato dalla distanza fra la proiezione del polo e il centro del disco, sia che adoprassi dischi di zinco o di rame di cm. 18 di raggio, sia che adoprassi dischi di stagnola fissati sopra un disco di legno e di diametro variabile dai 13 ai 19 cm. Tracciato sopra un disco di stagnola l' ellisse di assi 8 e 10 cm., e tenendo uno scandaglio fisso al centro, ho fatto percorrere all' altro l' intera curva senza che il galvanometro deviasse minimamente.

Ecco le dimensioni in centimetri degli assi maggiori e minori osservati nei varii casi:

$a_1 = 3$	$b_1 = 2,8$
$a_2 = 6$	$b_2 = 5,6$
$a_3 = 8$	$b_3 = 7,2$
$a_4 = 10$	$b_4 = 8,0$
$a_5 = 12$	$b_5 = 9,5$

Così pure, a misura che la distanza Δ del polo dal disco aumenta, la curva si allontana sempre più dalla proiezione del polo; e non solo varia il diametro maggiore, ma anche il minore. Ho studiato la deformazione della linea di livello nei cinque casi precedenti, e costruendo delle curve aventi per ascisse i valori di Δ, per ordinate le lunghezze degli assi a (o b) corrispondenti, ottenni delle curve sensibilmente parallele. Ciò dimostra che la variazione segue una medesima legge, qualunque sia la distanza degli orli del disco al polo inducente. A maggior conferma, aggiungerò che non ebbi sensibile differenza nelle misure fatte sopra dischi di diametro diverso, a parità delle altre circostanze, pur adoperando in alcuni casi il galvanometro delicatissimo del Thomson.

Riferisco qui soltanto alcune misure per dare un'idea di quelle variazioni [1]).

Δ	a_1	b_1
0 mm	3,00	2,80
10	2,80	2,70
15	2,75	2,60
20	2,70	2,50
25	2,60	2,50
30	2,50	2,40
35	2,40	2,30
40	2,35	2,20

1) Al § III. della nota precedente ho dato valori troppo grandi al diametro d, per errore commesso nella misura delle distanze, che veniva fatta direttamente; le differenze non superano 4 mm. In queste esperienze la calamita era portata da una vite micrometrica.

Δ	a_2	b_2
0,5 mm	6	5,7
5,5	5,95	5,6
10,5	5,9	5,6
15,5	5,75	5,4
20,5	5,65	5,30
25,5	5,5	5,2
30,5	5,3	5,1
35,5	5,0	4,75
40,5	4,9	4,3
45,5	4,7	4,25
50,5	4,5	4,2

Δ	a_3	b_3
0,5 mm	8,0	7,2
5,0	7,6	6,4
15,0	7,2	6,3
20,0	7,0	6,2
25,0	6,9	6,0
40,0	6,35	5,4

Si osservi come la diminuzione nei diametri aumenti coll'allontanarsi del polo induttore.

Mi resta finalmente da far notare, che il disco poteva acquistare le velocità di 2, 6, 10 giri al secondo, mosso com'era da una ruota ausiliare che aveva tre gole di diametro diverso. Nei tre casi non ebbi differenze notevoli nei resultati. Non si può dunque obiettare lo spostamento delle linee di livello per la velocità del disco.

Pisa, Ottobre 1888.

INTORNO AD ALCUNI PROBLEMI DI PROPAGAZIONE DEL CALORE; MEMORIA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI [1]).

§ 8.

Riprendiamo ora la formola (5), relativa al caso in cui lo spazio sferico possegga inizialmente una data temperatura $G(r)$.

Facendo in questa formola $r = R$ si ottiene per U un valore variabile con t, che è dato da

$$\frac{1}{2aR\sqrt{\pi t}}\int_0^R G(\rho)\left\{ e^{-\frac{(R-\ )^2}{4a^2t}} - e^{-\frac{(R+\rho)^2}{4a^2t}}\right\}\rho d\rho$$

e che vogliamo sostituire in luogo di $F(t)$ nell' espressione (11). Denotando con U_1 il risultato di questa sostituzione, ed usando l' espressione simbolica che precede l' equazione (11), avremo dunque

$$U_1 \equiv \frac{\varepsilon R}{2ar\sqrt{\pi}}\sum_0^\infty [(2n+1)R-\varepsilon r]\int_0^t F(\tau)(t-\tau)^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{[(2n+1)R-\varepsilon r]^2}{4a^2(t-\tau)}} d\tau,$$

dove $F(\tau)$ rappresenta ora una funzione che, usando il medesimo simbolismo, si può rappresentare con

$$F(\tau) \equiv \frac{\varepsilon'}{2aR\sqrt{\pi\tau}}\int_0^R G(\rho) e^{-\frac{(R-\varepsilon'\rho)^2}{4a^2\tau}} \rho d\rho,$$

ε' essendo un fattore il quale, come ε, deve prendere successivamente i valori $\varepsilon' = 1$, $\varepsilon' = -1$. Eseguita la sostituzione di questo valore di $F(\tau)$ nella formola precedente, si trova, invertendo l' ordine delle integrazioni, il risultato seguente:

$$U_1 \equiv \frac{\varepsilon\varepsilon'}{4a^2\pi r}\sum_0^\infty [(2n+1)R-\varepsilon r]\int_0^R G(\rho)\rho d\rho . K,$$

1) *Continuazione e fine.* V. pag. 145 del Volume precedente.

dove K rappresenta l' integrale

$$K = \int_0^t e^{-\frac{[(2n+1)R-\varepsilon r]^2}{4a^2(t-\tau)} - \frac{[R-\varepsilon'\rho]^2}{4a^2 t}} (t-\tau)^{-\frac{3}{2}} \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau .$$

Ora questo integrale si può calcolare per mezzo della formola $(8)_a$, ponendo in questa

$$A = \frac{R-\varepsilon'\rho}{2a}, \qquad B = \frac{(2n+1)R-\varepsilon r}{2a}, \qquad a = 0, \qquad b = t$$

e si trova in tal modo:

$$K = \frac{2a\sqrt{\pi}}{(2n+1)R-\varepsilon r} t^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{[2(n+1)R-\varepsilon r-\varepsilon'\rho]^2}{4a^2 t}},$$

cosicchè risulta

$$U_1 \equiv \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2ar\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_0^\infty e^{-\frac{[2(n+1)R-\varepsilon r-\varepsilon'\rho]^2}{4a^2 t}},$$

ossia

$$U_1 \equiv \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2ar\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_0^\infty e^{-\frac{(2nR-\varepsilon r-\varepsilon'\rho)^2}{4a^2 t}}.$$

Scrivendo questa formola distesamente si ha

$$(13) \quad U_1 = \frac{1}{2ar\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_1^\infty \Big[e^{-\frac{(2nR+r+\rho)^2}{4a^2 t}} + e^{-\frac{(2nR-r-\rho)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(2nR+r-\rho)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(2nR-r+\rho)^2}{4a^2 t}} \Big]$$

L' esattezza di questa espressione si verifica *a posteriori* osservando che, per $r = R$, essa diventa

$$U_1' = \frac{1}{2aR\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_1^\infty \Big[e^{-\frac{[(2n+1)R+\rho]^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{[(2n+1)R-\rho]^2}{4a^2 t}}$$

$$- e^{-\frac{[(2n-1)R+\rho]^2}{4a^2 t}} + e^{-\frac{[(2n-1)R-\rho]^2}{4a^2 t}} \Big]$$

$$= \frac{1}{2aR\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \Big[\sum_1^\infty \Big(e^{-\frac{[(2n-1)R-\rho]^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{[(2n-1)R+\rho]^2}{4a^2 t}} \Big)$$

$$- \sum_1^\infty \Big(e^{-\frac{[(2n-1)R-\rho]^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{[(2n-1)R+\rho]^2}{4a^2 t}} \Big)$$

ossia

$$U_1' = \frac{1}{2aR\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho) \Big[e^{-\frac{(R-\rho)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(R+\rho)^2}{4a^2 t}} \Big] \rho d\rho\,,$$

il quale è appunto il valore donde siamo partiti, e che risultava dal porre $r = R$ nell' espressione (5).

Se ora da questa stessa espressione (5) di U si sottrae l' espressione (13) di U_1, è chiaro che la differenza rappresenta quella temperatura variabile della sfera che corrisponde alla temperatura iniziale $G(r)$ e ad una temperatura costantemente ***nulla*** sulla superficie limite $r = R$. Ma la formola (13) può scriversi così:

$$-U_1 = \frac{1}{2ar\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_{n=1}^{n=\infty} \Big(e^{-\frac{(2nR+r-\rho)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(2nR+r+\rho)^2}{4a^2 t}} \Big)$$

$$+ \frac{1}{2ar\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho \sum_{n=-1}^{n=-\infty} \Big(e^{-\frac{(2nR+r-\rho)^2}{4a^2 t}} - e^{-\frac{(2nR+r+\rho)^2}{4a^2 t}} \Big)\,;$$

quindi, sommando membro a membro quest' equazione colla (5) e denotando con v la nuova temperatura variabile, corrispondente alle testè indicate condizioni, si ottiene [1])

1) Schlaefli. Memoria citata II.

$$(14)\qquad v=\frac{1}{2ar\sqrt{\pi t}}\int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho\sum_{-\infty}^{\infty}\left(e^{-\frac{(2nR+r-\rho)^2}{4a^2t}}-e^{-\frac{(2nR+r+\rho)^2}{4a^2t}}\right),$$

formola la cui composizione rende evidente la proprietà che ha v di annullarsi, qualunque sia t, per $r=R$.

Si può dare alla funzione v un' altra forma, la quale permette di verificare anche l' altra proprietà che deve avere questa funzione di ridursi a $G(r)$ per $t=0$. Scrivasi infatti, col solito simbolismo,

$$v\equiv\frac{\varepsilon}{2ar\sqrt{\pi t}}\int_0^R G(\rho)\,\rho d\rho\sum_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{(2nR+r-\varepsilon\rho)^2}{4a^2t}},$$

e si ponga poscia

$$\frac{2nR+r-\varepsilon\rho}{2a\sqrt{t}}=s\,,\qquad G(\rho)\rho=\phi(\rho)\,.$$

Si ottiene così

$$v\equiv-\frac{1}{r\sqrt{\pi}}\sum_{-\infty}^{\infty}\int_{\frac{2nR+r}{2a\sqrt{t}}}^{\frac{(2n-\varepsilon)R+r}{2a\sqrt{t}}}\phi\left(\frac{2nR+r-2as\sqrt{t}}{\varepsilon}\right)e^{-s^2}ds,$$

ossia, scrivendo distesamente,

$$(14)_a\qquad v=\frac{1}{r\sqrt{\pi}}\sum_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{\frac{(2n-1)R+r}{2a\sqrt{t}}}^{\frac{2nR+r}{2a\sqrt{t}}}\phi(2nR+r-2as\sqrt{t})e^{-s^2}ds\right.$$

$$\left.-\int_{\frac{2nR+r}{2a\sqrt{t}}}^{\frac{(2n+1)R+r}{2a\sqrt{t}}}\phi(2as\sqrt{t}-2nR-r)e^{-s^2}ds\right]$$

Ora è facile vedere che, finchè si ha

$$0 < r < R,$$

i limiti del secondo integrale

$$\frac{2nR+r}{2a\sqrt{t}}, \qquad \frac{(2n+1)R+r}{2a\sqrt{t}}$$

sono amendue diversi da zero ed hanno segno eguale, qualunque sia il valore positivo, negativo o nullo dell'intero n; lo stesso ha luogo per i limiti del primo integrale

$$\frac{(2n-1)R+r}{2a\sqrt{t}}, \qquad \frac{2nR+r}{2a\sqrt{t}}$$

tranne quando $n = 0$, nel qual caso questi limiti si riducono a

$$-\frac{R-r}{2a\sqrt{t}}, \qquad \frac{r}{2a\sqrt{t}}$$

e sono ancora diversi da zero, ma hanno segno contrario. Ne risulta che, facendo tendere t verso zero, rimane semplicemente il termine della serie positiva corrispondente ad $n = 0$ e si ha quindi

$$v = \frac{1}{r\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(r)e^{-s^2}ds = \frac{\phi(r)}{r} = G(r).$$

Se invece si fa dapprima $r = R$ e si fa poscia tendere t verso zero, rimane il termine della serie positiva corrispondente ad $n = 0$ e quello della serie negativa corrispondente ad $n = -1$, e si ha quindi

$$v = \frac{1}{R\sqrt{\pi}}\left[\int_0^{\infty}\phi(R)e^{-s^2}ds - \int_{-\infty}^{0}\phi(R)e^{-s^2}ds\right] = 0.$$

Per determinare il valore v_0 di v nel centro della sfera, si ponga per un momento

$$\sum_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(2nR+r+\rho)^2}{4a^2t}} = K, \qquad \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(2nR+r-\rho)^2}{4a^2t}} = K'$$

e si osservi essere $K' = K$ per $r = 0$, qualunque sia ρ. L' equazione (14) può allora scriversi così:

$$v = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \frac{\int_0^R (K' - K)\, G(\rho)\rho d\rho}{r}$$

e quindi, per r tendente a zero, si ha

$$v_0 = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^R \left(\frac{dK'}{dr} - \frac{dK}{dr}\right)_{r=0} G(\rho)\, \rho d\rho .$$

Ma

$$\frac{dK}{dr} = \frac{dK}{d\rho}, \quad \frac{dK'}{dr} = -\frac{dK'}{d\rho},$$

quindi si può scrivere anche

$$v_0 = \frac{-1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_0^R \left[\frac{d(K+K')}{d\rho}\right]_{r=0} G(\rho)\rho d\rho$$

$$= \frac{-1}{a\sqrt{\pi t}} \int_0^R \left(\frac{dK}{d\rho}\right)_{r=0} G(\rho)\rho d\rho ,$$

ossia finalmente

$$(14)_b \qquad v_0 = -\frac{1}{a\sqrt{\pi t}} \int_0^R G(\rho)\, \rho d\rho \frac{d \sum_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(2n R+\rho)^2}{4a^2 t}}}{d\rho} .$$

Per esempio, nel caso particolare $\rho G(\rho) = R$, si avrebbe

$$v_0 = \frac{R}{a\sqrt{\pi t}} \sum_{-\infty}^{\infty} (-1)^n e^{-\frac{n^2R^2}{4a^2t}} .$$

Se colla funzione u, determinata nel § 6, e colla v, calcolata nel presente paragrafo, si forma la somma

$$u + v ,$$

è chiaro che si ha in questa somma l'espressione analitica della temperatura variabile d'una sfera, della quale sia data la temperatura iniziale G (r) e la temperatura superficiale F (t).

In parecchie delle formole precedenti si sono presentate delle serie infinite che si potrebbero immediatamente esprimere per funzioni *teta*. Ho ommesso d'introdurre esplicitamente queste funzioni, perchè non era qui il caso di ricorrere alle altre loro proprietà. Il Betti e lo Schlaefli, nelle citate loro Memorie, si sono serviti di queste proprietà per trasformare opportunamente alcune di quelle formole ed in particolare per ricondurle a quelle che risultano dall'applicazione del metodo classico.

INFLUENZA DELLA TEMPERA SULLE PROPRIETÀ TERMOELETTRICHE DEL BISMUTO; RICERCHE DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI LIBERO DOCENTE DI FISICA NELLA R. UNIVERSITÀ DI ROMA [1]).

(*Atti d. R. Accad. di Torino*, vol. XXIII).

Riassunto dell'autore.

Oggetto del presente lavoro è stato il confermare mediante lo studio delle proprietà termoelettriche l'analogia che riguardo alla resistenza elettrica presenta il bismuto contenente stagno (chiamato dal Righi bismuto acciaio) col ferro contenente carbonio (acciaio). Per raggiungere tale scopo ho fatto per il bismuto contenente diverse quantità di stagno uno studio analogo a quello che fece il Barus sul comportamento termoelettrico dell'acciaio.

Questo sperimentatore in una estesa serie di esperienze cimentò, sia delle verghe cilindriche temperate col metodo che comunemente impiegano i meccanici, sia dei fili che venivano tesi dentro un tubo di vetro, arroventati dal passaggio di una corrente elettrica, e poscia raffreddati per mezzo di una corrente

1) Queste ricerche furono fatte nel laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo, diretto dal Prof. D. Macaluso, che mi fu largo di mezzi e di consigli per poterle eseguire.

di acqua fredda paragonandole con verghe e fili dello stesso metallo non temperati. Ottenne sempre, nelle diverse misure, una corrente termoelettrica che andava dal metallo temperato al non temperato attraverso alla saldatura calda, mentre il Magnus [1]) aveva trovato che la corrente va attraverso alla stessa saldatura dal filo d'acciaio non incrudito all'incrudito alla filiera. Ciò prova che la tempra incrudisce l'acciaio in modo diverso della filiera, malgrado che le proprietà meccaniche dei fili incruditi nei due diversi modi abbiano molta analogia.

Dalle ricerche di Barus risulta inoltre che diversi fili di una stessa qualità di acciaio, temprati allo stesso modo (a tutta tempera) sono collocati molto vicini nella serie termoelettrica, e rimangono tali anche dopo una seconda tempera. Se le aste sono temperate in diverso grado la corrente va attraverso il caldo dal filo più temperato al meno temperato.

Il Barus chiama *tempera termoelettrica* il rapporto $\frac{dE}{dt}$ per t tendente a zero, E essendo la forza elettromotrice della coppia acciaio temperato — acciaio ricotto e t la differenza di temperatura delle saldature; questa quantità può essere presa come misura della tempera dell'acciaio, e la sua variazione per i diversi gradi di questa ha un andamento simile alle variazioni di volume (studiate dal Fromme) che l'acciaio subisce con la tempera. Il Barus ritiene nel suo lavoro che nella tempera, oltre al fenomeno fisico, avvenga anche un processo chimico, confermando così la teoria di Karsten, il quale ammise che, riscaldando l'acciaio, si formi un composto chimico che diviene stabile pel raffreddamento repentino.

Per le mie ricerche occorreva del bismuto il più possibilmente puro ed assolutamente esente da stagno. Ebbi dal Trommsdorff un prodotto che sottoposto ad analisi chimica [2]) dimostrò contenere piccolissime traccie di ferro e di piombo, ma essere completamente privo di stagno: credetti dovermene contentare attesa la grande difficoltà che si ha ad ottenere del bismuto

1) *Wied. Ann.*, Band VII, s. 383 (1879).

2) Quest'analisi, come pure altre che accennerò in seguito, vennero eseguite nel laboratorio di Chimica della R. U. di Palermo dal Dott. Alberto Peratoner, al quale esterno qui i miei ringraziamenti.

perfettamente puro e visto che, volendo procedere per differenza, quello che a me maggiormente interessava era la mancanza assoluta dello stagno.

Misurai, rispetto al rame, il potere termoelettrico di questo bismuto, ricotto o temperato, sia puro, sia quando conteneva diverse quantità di stagno.

A tale uopo ne costruiva delle spranghette cilindriche di 7 a 9 centimetri di lunghezza e di 4^{mm} circa di diametro, a due per volta, versando il metallo fuso dentro un tubo di vetro ad U preventivamente riscaldato in un bagno di paraffina ad una temperatura superiore a quella di fusione del bismuto, e facendo raffreddare il bagno molto lentamente.

Ad ogni cilindretto tagliava le estremità, la inferiore perchè ricurva, la superiore perchè conteneva un po' di ossido e col rimanente ne faceva una coppia, della quale determinavo il potere termoelettrico prima e dopo averla temprata.

Per ciò fare le due estremità del cilindro di bismuto, limate in un piano parallelo alle generatrici, erano riunite mediante due morsetti alle estremità piatte di due fili di rame. Questi fili venivano collocati dentro due tubi verticali di 60^{cm} di lunghezza e 3^{cm} di diametro circa, situati l'uno sull'altro a 4^{cm} di distanza; l'estremità inferiore del tubo superiore era chiusa per mezzo di un turacciolo di sughero attraverso il quale passava il cilindretto di bismuto che rimaneva per un centimetro od un centimetro e mezzo dentro il tubo. L'altra estremità del cilindro penetrava altrettanto dentro il tubo inferiore. In esso circolava l'acqua di un grande recipiente, riempito circa 12 ore prima di cominciare le esperienze; l'efflusso era regolato in modo che il bismuto rimanesse sempre immerso per un centimetro circa. Un termometro Baudin diviso in quinti di grado serviva a determinarne la temperatura. L'altra saldatura veniva tenuta nel vapor d'acqua bollente che mediante una disposizione speciale circolava nel tubo di vetro superiore.

Il metodo sperimentale eseguito nella misura delle forze elettromotrici era un metodo di compensazione quasi identico a quello adoperato in un precedente lavoro [1]).

1) *Rendiconti della R. Acc. dei Lincei.* Seduta del 5 febbraio 1888.

Si misurava il rapporto fra il potere termoelettrico p della coppia da cimentare, paragonandolo a quello di una coppia campione rame-ferro alla quale vennero riferite tutte le misure.

Questa coppia campione era di una costanza perfetta durante una serie di esperienze, e si poteva facilmente tener conto delle sue variazioni da una serie all' altra.

Prima di cominciare le ricerche definitive volli esaminare se smontando il cilindretto di bismuto e rimettendolo a posto si avesse una differenza notevole.

Nella tavola seguente sono riportate sei misure fatte con una coppia contenente l' uno per cento di stagno. Fra una misura e l' altra essa veniva spostata e poscia nuovamente rimessa a posto: qualche volta anche veniva smontato completamente l' apparecchio e poscia rimontato da capo.

1ª misura	$\frac{p}{\pi} = 1{,}562$
2ª »	$\frac{p}{\pi} = 1{,}591$
3ª »	$\frac{p}{\pi} = 1{,}591$
4ª »	$\frac{p}{\pi} = 1{,}559$
5ª »	$\frac{p}{\pi} = 1{,}531$
6ª »	$\frac{p}{\pi} = 1{,}547$.

In queste misure la differenza massima è un po' minore del 4 % del valore medio: credetti conveniente l' esaminare a che cosa dovesse attribuirsi, quantunque lo studio del fenomeno in parola non richiedesse una grandissima precisione.

La bontà dei contatti del bismuto col rame era assicurata dalla superficie piuttosto grande dei fili di rame, che veniva volta per volta levigata e ripulita e si adattava perfettamente sulla superficie del pari piana, levigata e pulita delle estremità del bismuto, mediante le viti di pressione che venivano fortemente strette. La resistenza del circuito termoelettrico non era

mai inferiore a 2^{ohm}, e rispetto ad essa doveva essere trascurabile quella di contatti così bene stabiliti.

Esclusa quindi tale causa di errore le differenze sopra notate mi pare si debbano attribuire alla mancanza di omogeneità nella composizione chimica [1]) o nella struttura molécolare delle diverse parti del cilindretto. Se questo è eterogeneo nelle diverse sezioni e nel rimetterlo a posto, dopo averlo rimosso, vien collocato in posizione alquanto differente, rispetto a quello del turacciolo *t* od al livello dell' acqua nel tubo M, può darsi che la caduta di calore avvenga nel suo interno in modo diverso nei due casi, e quindi si abbia una variazione nell' intensità della corrente termoelettrica. Alcune osservazioni da me fatte confermano tale spiegazione; per esempio capovolgendo il cilindretto, e rimettendolo a posto la forza elettromotrice varia quasi sempre e spesse volte in modo assai rilevante: tale variazione deve molto probabilmente attribuirsi alla ragione sopra accennata. Ed osservai inoltre che le differenze fra le diverse misure erano tanto più notevoli, quanto maggiore era la variazione di potere termoelettrico del bismuto pel capovolgimento della coppia.

Per queste ragioni cercai di ottenere delle leghe omogenee, agitando lungamente il metallo liquido prima di versarlo dentro il tubo ad U, e curai che nelle diverse misure il cilindretto di bismuto occupasse sempre la stessa posizione relativamente al turacciolo del tubo N ed al livello dell' acqua nel tubo M. Con queste precauzioni ottenni dei risultati più concordanti: per esempio ebbi per la coppia N. 2

1ª misura $\frac{p}{\pi} = 1,980$

2ª » $\frac{p}{\pi} = 1,989$

con la differenza di $\frac{1}{200}$ circa. Per la coppia N. 3 ottenni:

1ª misura $\frac{p}{\pi} = 1,329$

2ª » $\frac{p}{\pi} = 1,335$

1) Un' analisi chimica, fatta sopra due pezzi di una stessa asticina di bismuto, dimostrò che uno conteneva un terzo di stagno di più dell' altro.

con una differenza ancora più piccola; e per la stessa coppia, capovolgendo il bismuto

$$1^a \text{ misura} \qquad \frac{p}{\pi} = 1{,}300$$

$$2^a \quad \text{»} \qquad \frac{p}{\pi} = 1{,}310\,.$$

Tale limite di approssimazione è più che sufficiente nel nostro caso, anzi in molti casi sarebbero bastate misure assai meno approssimate.

Regolato bene l'apparecchio ed accertatomi del suo limite di esattezza cominciai con l'eseguire alcune esperienze sopra il bismuto puro, determinando il potere termoelettrico di diversi cilindretti, ottenuti col metallo del Trommsdorff, prima e dopo la tempera.

Tale operazione veniva eseguita riscaldando il cilindro dentro un bagno di paraffina ad una temperatura che oscillava da 230° a 255° ed immergendolo poscia rapidamente, qualche volta in un bicchiere pieno di acqua alla temperatura ambiente, per lo più in un recipiente pieno di un miscuglio frigorifero di neve e sale che rendevo liquido con l'aggiunta di un po' di acqua fredda.

Nella tempera cercai sempre di procedere allo stesso modo, ma non oso affermare che il calore sia stato sottratto dal metallo, nelle esperienze simili, sempre con la stessa rapidità. E questa è forse una delle ragioni del fatto che i fenomeni variavano quantitativamente da una coppia all'altra.

Riporto qui sotto i risultati di tre serie di esperienze eseguite sulle coppie A, B, C, fatte di bismuto puro; è bene avvertire che le tre coppie vennero fuse separatamente in tubi diversi e che la coppia B venne cimentata con la primitiva disposizione sperimentale, nella quale i contatti fra il bismuto e rame erano a mercurio.

Credetti bene fare le misure sia nell'una che nell'altra posizione dei cilindretti di bismuto, il potere termoelettrico essendo generalmente diverso da una posizione all'altra. Per distinguere le due posizioni le indicherò coi segni I e II.

Chiamerò P il valore di $\frac{p}{\pi}$ della coppia che dopo la fusione era stata raffreddata lentissimamente, P_1 il valore di $\frac{p}{\pi}$, dopo che la coppia era stata temperata e farò $P - P_1 = \beta$ e $\frac{P - P_1}{P} = \delta$.

COPPIA A.

tempera a 250° e nell' acqua alla temperatura ambiente.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 15°,8$	$P = 4{,}730$	$t = 16°,0$	$P = 4{,}818$
$t = 16°,0$	$P_1 = 4{,}579$	$t = 16°,1$	$P_1 = 4{,}652$
$\beta = 0{,}151$	$\delta = 0{,}032$	$\beta = 0{,}166$	$\delta = 0{,}034$,

COPPIA B.

tempera a 250° e nell' acqua alla temperatura ambiente

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 13°,3$	$P = 5{,}00$	$t = 13°,4$	$P = 5{,}48$
$t = 14°,1$	$P_1 = 4{,}95$	$t = 13°,4$	$P_1 = 5{,}35$
$\beta = 0{,}05$	$\delta = 0{,}01$	$\beta = 0{,}13$	$\delta = 0{,}02$,

COPPIA C.

tempera a 250° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 16°,9$	$P = 4{,}350$	$t = 16°,8$	$P = 4{,}450$
$t = 17°,0$	$P_1 = 4{,}295$	$t = 17°,7$	$P_1 = 4{,}311$
$\beta = 0{,}055$	$\delta = 0{,}012$	$\beta = 0{,}139$	$\delta = 0{,}031$.

Come si è visto, i valori di P e P_1 ci danno i valori del potere termoelettrico medio fra 100° e t delle coppie prima e dopo la tempera, riferito a quello medio fra 100° e t dalla coppia rame-ferro, che secondo il Tait è eguale ad 11,43 microvolta; β dà il valore del coefficiente che Barus chiamò *tempera termoelettrica* riferito sempre alla stessa unità di misura, δ il rapporto fra questo coefficiente ed il potere termoelettrico prima della tempera. Dai valori sopra riportati si vede che β, abbastanza pic-

colo in valore assoluto, è piccolissimo e trascurabile rispetto a P, i valori di δ sono molto vicini a zero.

Si può quindi concludere che la tempera influisce in grado piuttosto piccolo sul comportamento termoelettrico del bismuto esente da stagno [1]).

Passando quindi ai risultati avuti col bismuto contenente stagno, esporrò prima le esperienze fatte con le coppie N. 1, N. 2, N. 3. — Le coppie N. 1 e N. 2, vennero preparate contemporaneamente dalla fusione di gr. 50 di bismnto e gr. 0,50 di stagno; la coppia N. 3 fu fusa a parte, impiegando i metalli nelle stesse proporzioni. Tutte e tre le coppie contenevano quindi in media per cento 99,01 di bismuto e 0,99 di stagno; fondevano a 243°,5.

COPPIA N° 1.

tempera a 215° e nell' acqua a temperatura ambiente.

Posizione I.

$t = 13°,8$	$P = 1,563$ [2])
$t = 13°,8$	$P_1 = 1,364$
$\beta = 0,199$	$\delta = 0,128$

COPPIA N° 2.

tempera a 220° e nell' acqua a temperatura ambiente.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 12°,5$	$P = 1,984$ [3])	$t = 12°,8$	$P = 1,873$
$t = 12°,9$	$P_1 = 1,807$	$t = 12°,7$	$P_1 = 1,702$
$\beta = 0,177$	$\delta = 0,089$	$\beta = 0,171$	$\delta = 0,091$

COPPIA N°. 3.

tempera a 240° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 15°,8$	$P = 1,332$ [4])	$t = 15°,8$	$P = 1,305$ [5])
$t = 15°,5$	$P_1 = 0.706$	$t = 15°,4$	$P_1 = 0,716$
$\beta = 0,626$	$\delta = 0,470$	$\beta = 0,589$	$\delta = 0,451$.

1) Se tale piccola influenza sia dovuta ad alterazione di struttura molecolare del metallo, od alle traccie di piombo o di ferro che esso conteneva, potrà forse essere deciso in avvenire, quando avrò a mia disposizione del bismuto perfettamente puro, ciò che è molto difficile ad ottenersi.

2) Media di 6 determinazioni.

3) Media di 2 determinazioni.

4) Media di 2 determinazioni.

5) Media di 2 determinazioni.

Come si vede, i valori di β sono notevolmente maggiori di quelli avuti col bismuto puro, e quelli di δ assai più grandi nella coppia N. 3 per esempio, che fu sottoposta ad un'energica tempera, il potere termoelettrico si ridusse circa alla metà dopo che venne temperata; mentre per la coppia C di bismuto puro, temperata a un dipresso nello stesso modo la variazione del potere termoelettrico fu solo del 3 per cento.

È interessante l'osservare che nelle successive misure il potere termoelettrico della coppia, che prima della tempera era costante, dopo la tempera va continuamente crescendo fino a raggiungere all'incirca il valore primitivo.

Così per esempio per la coppia N. 1 si ebbero successivamente i valori di P_1 che riporto qui in seguito. Fra la prima e la seconda misura trascorse un intervallo di tempo di mezz'ora, fra la seconda e la terza di 16 ore circa.

Coppia n° 1 temperata.

Posizione I.

1ª	determinazione	$t = 13°,8$	$P_1 = 1,364$
2ª	»	$t = 14°,2$	$P_1 = 1,465$
3ª	»	$t = 14°,1$	$P_1 = 1,518$.

Per la coppia N. 2 facendo le misure con l'intervallo di tempo di mezz'ora (eccetto per la 6ª la quale fu fatta 16 ore dopo la 5ª) si ebbe

Coppia n° 2 temperata.

Posizione I.

1ª	determinazione	$t = 12°9$	$P_1 = 1,807$
2ª	»	$t = 13°2$	$P_1 = 1,839$
3ª	»	$t = 13°2$	$P_1 = 1,859$
7ª	»	$t = 13°0$	$P_1 = 1,975$.

Posizione II.

4ª	»	$t = 12°7$	$P_1 = 1,702$
5ª	»	$t = 12°9$	$P_1 = 1,774$
6ª	»	$t = 13°3$	$P_1 = 1,870$.

Questo successivo variare di potere termoelettrico poteva essere dovuto o ad una modificazione di struttura o di composizione chimica che avveniva spontaneamente ed in modo piuttosto rapido, oppure al ricuocimento che subiva la sbarra di bismuto quando, per eseguire le misure, un estremo di essa veniva portato a 100° circa. Per vedere a quale delle due cause dovesse attribuirsi la variazione in parola, dopo fatta per la coppia N. 3 temperata una prima determinazione, e lasciatala in riposo per 24 ore, ne eseguii una seconda, quindi ricuocei il bismuto nella paraffina fino a 232° facendolo raffreddare nello stesso liquido, e senza far trascorrere molto tempo feci una nuova determazione.

Qui sotto sono esposti i risultati ottenuti:

COPPIA N° 3 TEMPERATA.

	Posizione I.		Posizione II.	
1ª determ.	$t = 15°,5$	$P_1 = 0,706$	$t = 15°,4$	$P_1 = 0,716$
	lasciata in riposo per 24 ore.			
2ª »	$t = 15°,6$	$P_1 = 0,724$	$t = 15°,8$	$P_1 = 0,729$
	ricotta nella paraffina.			
3ª »	$t = 15°,8$	$P_1 = 1,256$	$t = 16°,2$	$P_1 = 1,254$.

Si vede nettamente da questi risultati che poco o nulla è alterato il potere termoelettrico delle coppie temperate se vengono lasciate in riposo anche per un tempo abbastanza lungo [1]) mentre invece se si riscaldano e si fanno raffreddare lentamente esso ritorna quasi al valore che aveva prima della tempera. In sostanza il bismuto contenente stagno rispetto alla tempera, per le proprietà termoelettriche si comporta come l'acciaio. Basta a ricuocerlo una temperatura di molto inferiore a quella della tempera, e questa si conserva inalterata se il metallo non viene riscaldato.

1) In queste esperienze la differenza fra i valori di P_1 della 1.a e 2.a misura è forse quasi interamente dovuta al riscaldamento subito dal bismuto nella 1.a determinazione. Per diminuirlo avrei voluto fare le esperienze ad una temperatura più bassa, immergendo uno degli estremi del bismuto nel vapor d'etere anzichè in quello d'acqua. Però la corrente termoelettrica in questo caso era troppo piccola per potere eseguire delle misure precise delle sue variazioni, per cui dovetti ritornare alla disposizione primitiva.

Riguardo al senso della variazione del potere termoelettrico del bismuto contenente stagno, bisogna osservare che esso riferito al rame, diminuisce con la tempera: tale bismuto temprato si trova dunque nella serie termoelettrica fra il non temperato e il rame. Quindi in una coppia formata di metallo non temperato e temperato la corrente andrebbe dal primo al secondo attraverso la saldatura calda, mentre per una coppia acciaio non temperato e temperato abbiamo visto che la corrente va in senso inverso.

Però si ha d'altra parte che in una coppia acciaio non temperato — ferro la corrente attraverso il caldo va dal primo al secondo. Possiamo dunque scrivere la seguente serie termoelettrica:

Bismuto puro.
Bismuto contenente stagno,
Bismuto contenente stagno temperato,
Acciaio temperato,
Acciaio non temperato,
Ferro,

dalla quale si ricava che l'aggiunta del carbonio produce nel ferro uno spostamento nella serie termoelettrica in senso inverso a quello che fa subire lo stagno al bismuto puro. Si ha quindi che, sì nell'acciaio che nel bismuto contenente stagno il metallo non temperato sta nella serie termoelettrica fra il metallo temperato ed il puro, e che la tempera produce in entrambi l'identico effetto che ha prodotto in essi l'aggiunta della sostanza estranea. Ed è da questo lato, parmi, che si debba intendere l'analogia fra il bismuto contenente stagno e l'acciaio riguardo alla tempera.

Analogo è il comportamento della resistenza elettrica: si ha per il ferro, che mentre la resistenza specifica del metallo puro è secondo il Matthiessen di 0.0986 U. S., quella dell'acciaio ricotto oscillò nelle ricerche di Barus da 0.136 a 0.430 U. S; e quella dell'acciaio temperato da 0,144 a 0,724 U. S. mentre dalle esperienze del Righi risulta che la resistenza elettrica specifica del bismuto puro è 1,1534 U. S. e quella del bismuto commerciale contenente piccole quantità di stagno è 2,4122 U. S. per il metallo raffreddato lentamente e 3.5065 U. S. per il metallo temprato.

Poichè le misure termoelettriche confermano l'analogia fra il bismuto-acciaio e l'acciaio, riusciva interessante il ricercare se l'azoto o gli altri gas esistenti nell'atmosfera hanno influenza nella formazione del bismuto-acciaio. Per l'acciaio vero l'influenza dei gas in parola e dell'ammoniaca, che si sviluppa nella decomposizione delle materie organiche aggiunte nel processo di cementazione è stato oggetto di discussioni molto lunghe e complesse fra Caron e Fremy. Per il bismuto ho tentato la seguente esperienza.

Un tubetto cilindrico ben disseccato veniva riempito di pezzetti di stagno e di bismuto nella proporzione di uno di stagno per 100 di bismuto ed attaccato ad una pompetta a mercurio. Si estraeva l'aria spingendo la rarefazione quanto più era possibile, poi si chiudeva ermeticamente l'estremità del tubicino e si fondevano i due metalli nel vuoto agitando la lega in modo da avere un prodotto il più possibilmente omogeneo. Infine, mentre il bismuto era fuso, si immergeva il tubo dentro un bagno di paraffina scaldato a 270°, e si lasciava lentamente raffreddare.

Ottenuto così il cilindro si rompeva il tubo sott'acqua, per constatare che non vi fosse penetrata dell'aria durante l'operazione, e si eseguivano col solito metodo le misure termoelettriche prima e dopo aver temperato il cilindretto.

Riporto qui appresso i risultati ottenuti con la coppia N. 9, costruita nel modo anzidetto ed impiegando i metalli nelle stesse proporzioni delle coppie N. 1, N. 2, N. 3.

COPPIA N. 9.

tempera a 230° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 17°,2$	$P \begin{matrix} = 1,350 \\ = 1,442 \end{matrix} \Big\} 1,396$	$t = 17°,4$	$P = 0,755$
$t = 17°,4$	$P = 1,088$	$t = 17°,3$	$P = 0,520$
$\beta = 0,308$	$\delta = 0,221$	$\beta = 0,235$	$\delta = 0,311$.

È da osservare anzitutto nella superiore tabella la grandissima differenza fra il potere termoelettrico della coppia nelle posizioni I e II, e la differenza piuttosto notevole fra due successive determinazioni fatte con la stessa coppia. Poichè fondendo i

due metalli nel tubetto, che era piuttosto sottile, per quanto lo si scuotesse era molto difficile che la lega risultasse perfettamente omogenea, questi due fatti confermano le spiegazioni da me date sulle divergenze fra le diverse misure fatte con la medesima coppia.

Riguardo poi alla variazione del potere termoelettrico con la temperatura è da osservare che i valori di δ per la coppia N. 9 sono dello stesso ordine di grandezza di quelli avuti con la coppia N. 3 che venne temperata all' incirca nelle stesse condizioni. Quindi sebbene le divergenze fra i risultati ottenuti con diversi campioni non permettano di venire ad una conclusione rigorosa, sembra, dietro l' esperienza fatta, sia da escludersi una grande influenza dei gas esistenti nell' atmosfera nella formazione del bismuto acciaio [1]).

Credetti opportuno anche di esaminare leghe fatte con proporzioni diverse da quelle sin qui studiate. Riporto anzitutto i risultati delle determinazioni eseguite su due cilindretti preparati e fusi contemporaneamente in un tubo ad U con 50 grammi di bismuto e grammi 0,25 di stagno, e che quindi contenevano in media per cento 99,50 di bismuto e 0,50 di stagno.

Coppia n° 4.

tempera a 240° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 17°,6$	$P = 2,215$	$t = 17°,6$	$P = 2,198$
$t = 18°,0$	$P_1 = 1,908$	$t = 18°,2$	$P_1 = 1,900$
$\beta = 0,307$	$\delta = 0,139$	$\beta = 0,298$	$\delta = 0,136$

1) Siccome oltre il carbonio, anche altre sostanze possono, come è noto, conferire al ferro le proprietà dell' acciaio, restava a vedere se accadesse lo stesso per il bismuto: era interessante specialmente studiare l' azione del titanio, che ha con lo stagno molta analogia chimica. Però, operando sia in un' atmosfera di idrogeno, sia nell' aria atmosferica non riuscii ad ottenere alcuna lega di bismuto e titanio. Nell' idrogeno, riscaldando fino al rosso, il titanio rimaneva galleggiante alla superficie del bismuto fuso senza unirsi affatto allo stesso; nell' aria atmosferica si formava una sostanza pulverulenta grigia, contenente forse rilevanti quantità di azoto, e che non aveva alcun aspetto metallico.

COPPIA N° 5.

tempera a 250° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 18°,0$	$P = 3,101$	$t = 18°,0$	$P = 3,098$
$t = 18°,1$	$P_1 = 2,602$	$t = 18°,2$	$P_1 = 2,622$
$\beta = 0,499$	$\delta = 0,161$	$\beta = 0,476$	$\delta = 0,154$

Come si vede i valori di β e più specialmente i valori di δ sono notevolmente più piccoli di quelli avuti con la coppia N. 3 che era stata temperata allo stesso modo.

Risultati ancora più piccoli ebbi con le coppie N. 6 e N. 7, preparate contemporaneamente con 50 gr. di bismuto e gr. 0,05 di stagno e che quindi contenevano in media 99,90 di bismuto e 0,10 di stagno.

COPPIA N° 6.

tempera a 250° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 18°,2$	$P = 4,244$	$t = 18°,4$	$P = 4,360$
$t = 18°,4$	$P = 4,055$	$t = 18°,6$	$P = 4,151$
$\beta = 0,189$	$\delta = 0,045$	$\beta = 0,209$	$\delta = 0,048$

Dopo avere determinato P, la coppia suddetta venne ricotta nella paraffina a 235° e lasciata lentamente raffreddare.

Si ebbe allora:

COPPIA N° 6 RICOTTA.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 19°,0$	$P = 4,333$	$t = 19°,4$	$P = 4,311$.

Per la coppia N. 7 si ebbero i seguenti risultati:

COPPIA N° 7.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 18°,6$	$P = 4,062$	$t = 18°,8$	$P = 4,905$
$t = 18°,8$	$P_1 = 3,775$	$t = 19°,0$	$P_1 = 3,801$
$\beta = 0,287$	$\delta = 0,071$	$\beta = 0,294$	$\delta = 0,072$

I valori di β e di δ vanno decrescendo col diminuire della quantità di stagno contenuta nel bismuto, ma pur non di meno rimangono, anche pel bismuto contenente piccolissime quantità di stagno notevolmente superiori a quelli avuti col bismuto puro.

Ho anche sperimentato con bismuto contenente stagno in quantità superiore all' 1 %. Riporto qui sotto i risultati avuti con la coppia N. 8 contenente per cento 95,00 di bismuto e 5,00 di stagno, e preparata nel solito modo.

Coppia n° 8.

tempera a 220° e nel miscuglio frigorifero.

Posizione I.		Posizione II.	
$t = 18°,1$	$P = -2,981$	$t = 18°,2$	$P = -3,011$
$t = 18°,2$	$P_1 = -3,283$	$t = 18°,2$	$P_1 = -3,293$
$\beta = 0,302$	$\delta = -0,092$	$\beta = 0,282$	$\delta = -0,086$.

In questo caso i valori di P e di P_1 hanno il segno — per indicare che con questa coppia la corrente termoelettrica aveva una direzione opposta alle altre; andava cioè dal rame alla lega bismuto stagno, attraverso la saldatura calda. In queste misure i valori di P_1 risultarono più grandi in valore assoluto di quelli di P, e quindi i valori di β dello stesso segno di prima: vale a dire che anche in questo caso il bismuto temperato rispetto a quello temperato occupava la stessa posizione nella scala termoelettrica che nelle altre esperienze.

I valori di β e più specialmente quelli di δ, a prescindere dal segno sono più piccoli di quelli avuti con la coppia N. 3 contenente l' uno per cento di stagno, e temperata come la coppia N. 8; pare adunque che l' aggiunta di nuova quantità di stagno diminuisca l' effetto della tempera; precisamente come avviene per il carbone aggiunto al ferro.

Per fare meglio vedere la variazione di β e di δ con la proporzione dello stagno contenuto nel bismuto, riporto nella seguente tabella i valori medii di questi due coefficienti presi fra le coppie della stessa composizione, temperate nel miscuglio frigorifero.

Composizione centesimale		β	δ
Bismuto	Stagno		
100	—	0,097	0,022
99,90	0,10	0,245	0,059
99,50	0,50	0,395	0,147
99,01	0,99	0,607	0,461
95,00	5,00	0.292	—0,089

L'analogia dell'acciaio col bismuto-acciaio viene adunque confermata dalle presenti misure termoelettriche in modo piuttosto soddisfacente: ove si ammetta come rigorosamente stabilita, essa potrà servire a studiare con maggiori particolari il processo della tempera, in questo caso molto più semplice di quello dell'acciaio.

Riguardo alla spiegazione dei fatti ottenuti parmi che quella data da Karsten per la tempera dell'acciaio si possa applicar bene al nostro caso; non è inverosimile che riscaldando il bismuto fin presso alla temperatura di fusione si possa formare un composto che possieda proprietà fisiche notevolmente diverse da quelle dei componenti, e che questo composto si dissocii di nuovo se il metallo ritorna lentamente alla temperatura primitiva, mentre possa invece persistere in tutto o in parte quando il metallo vien raffreddato bruscamente. Il fatto che i valori di P_1 per le coppie N. 1 e N. 2 (§ 10) andavano successivamente aumentando con i diversi riscaldamenti confermerebbe, parmi, tale spiegazione, che però è assai difficile dimostrare con esperienze dirette.

Per concludere, riassumerò brevemente i risultati ottenuti.

a) Il potere termoelettrico del bismuto esente da stagno riferito al rame, viene poco alterato dalla tempera: questa non fa variare il potere termoelettrico della coppia bismuto puro rame di più del 3 °/₀ del valore primitivo.

b) Se viceversa il bismuto contiene quantità anche piccole di stagno, la tempera altera molto più notevolmente il valore del potere termoelettrico. Il p. t. e. della coppia bismuto-rame diminuisce se la corrente termoelettrica prodottasi ha la stessa direzione di quella che si ha col bismuto puro accoppiato al rame aumenta in caso diverso. Tale variazione è piccola quando la

quantità di stagno aggiunta al bismuto, è piccolissima, cresce con l'aumentare della quantità di stagno fino ad un certo limite, poi diminuisce di nuovo. Con una coppia contenente l'uno per cento di stagno il potere termoelettrico diminuì del 47 %.

c) La differenza fra il potere termoelettrico del bismuto contenente stagno non temperato e temperato si conserva inalterata se il metallo rimane abbandonato a se stesso, ma diminuisce se viene riscaldato a temperatura anche di molto inferiore a quella della tempera; con i successivi riscaldamenti il potere termoelettrico va continuamente aumentando fino a raggiungere quello che aveva prima della tempera.

d) I fatti sopraccennati confermano l'analogia trovata dal Righi fra il bismuto contenente stagno e il bismuto puro da una parte e l'acciaio e il ferro dall'altra. Tanto per il bismuto-acciaio che per il ferro-acciaio si ha che il metallo non temperato sta nella serie termoelettrica fra quello temperato e quello puro, analogamente a quello che avviene per la resistenza elettrica.

e) Sembra che la formazione del bismuto-acciaio sia indipendente dalla presenza dell'azoto, o degli altri gas contenuti nell'atmosfera, l'influenza dei quali, nel processo di acciaiazione del ferro non è ancora stabilita con precisione.

f) I fatti sopraccennati si possono spiegare ammettendo che nel riscaldare il bismuto contenente stagno, si formi un composto poco stabile, il quale possa almeno in parte sussistere, ove il metallo venga rapidamente raffreddato.

Dall'Istituto di Fisica della R. Università di Palermo.
Maggio 1888.

DI UNA BATTERIA SECONDARIA AD IMMERSIONE; DEL PROF. LUIGI DONATI.

In una breve Nota comunicata circa tre anni fa all'*Accad. delle Sc. di Bologna* [1]) io detti la descrizione di una specie di

1) *Mem. dell' Acc.* Serie IV, Tomo VII.

pila secondaria da me ideata, e più tardi con altra Nota [1]) descrissi una batteria ad immersione formata con simili elementi e destinata alla produzione di correnti di forte intensità. Siccome poi ho avuto agio in seguito di constatare la bontà pratica dell'apparecchio e la sua utilità per gli usi di lezione e di gabinetto, credo che non sia fuor di luogo il darne anche qui una breve notizia.

Si tratta come ho detto di una specie di pila secondaria, che tiene al tempo stesso dell'accumulatore e della pila ordinaria, ed ha rapporto cogli accumulatori ad un solo elettrodo di piombo e in particolare con quelli a *piombo* e *rame* o a *piombo* e *zinco*. Partendo dal noto accumulatore di *Planté*, se si considerano a parte le funzioni dell'anodo si vede che questo durante la carica si ricopre di perossido di piombo, il quale poi nella scarica fa da depolarizzante di fronte all'altro elettrodo di piombo, che rappresenta allora il metallo solubile, come lo zinco nelle pile ordinarie. Tutti gli accumulatori sono in sostanza pile temporarie costituite con materiali apprestati dalla corrente primaria, le quali si usano con vantaggio in certe condizioni surrogando l'impiego diretto della corrente stessa. Così in particolare quando occorra per brevi intervalli di tempo una corrente di grande intensità, giova servirsi di tali pile temporarie caricate a comodo con una corrente primaria più debole che si abbia disponibile, anzichè ricorrere alle ordinarie pile a corrente intensa, che sono sempre incomode e costose. Ma poichè gl'inconvenienti di queste ultime provengono come si sa in massima parte dal depolarizzante, ho pensato che potesse anche convenire di servirsi della corrente primaria solo come mezzo per la preparazione di un elettrodo depolarizzante di piombo perossidato. Tale è appunto il principio del mio apparecchio, il quale consiste in una pila temporaria costituita da un simile elettrodo, che viene accoppiato collo zinco in una combinazione alla *volta*.

È cosa, come si vede, molto ovvia; e può parere che non ci si guadagni nulla rispetto agli accumulatori ordinari, e anzi ci si scapiti per lo meno in semplicità col consumo dello zinco per

1) *Ibid.* Tomo VIII.

giunta. Ma tuttavia il sistema presenta realmente in pratica dei vantaggi.

L'elettrodo anzidetto consiste in una specie di pacco formato con delle striscie di lamina di piombo di 3 a 4 cm. di larghezza alternativamente piane e corrugate, sovrapposte e saldate alle due estremità in guisa da costituire due solide testate di piombo, all'una delle quali si fissa il conduttore che fa da reoforo. Si ha così un insieme saldo, compatto e di facile maneggio, che sotto piccolo volume offre una grande superficie all'azione elettrolitica. Lo si vede rappresentato nella fig. 4ª. (*Tav. II*). Nel modello attuale le striscie sono una trentina, dell'altezza di circa 40 cm., ed il peso totale è di circa 7 chg.

Vien sottoposto dapprima ad un trattamento preliminare in un bagno elettrolitico formato di una soluzione di nitrato di piombo, con aggiunta di acido nitrico, dove esso funziona da anodo. Lo si lascia quivi un giorno o due esposto all'azione della corrente (al che basta una *Daniell*); dopo di che si ritira e si lava: ed è così senz' altro in buone condizioni di *formazione*.

Per caricarlo si può far uso al modo solito di una soluzione di acqua acidulata ponendolo come anodo di fronte ad un catodo di piombo, ovvero di una soluzione di solfato di rame con un catodo di rame. Nel primo caso ci si guadagna in comodità, poichè lo stesso recipiente e lo stesso liquido che serve per la carica serve anche per la scarica, mentre nell'altro modo occorre lavare e cambiar liquido. Ma si ha poi allora un vantaggio per un altro verso, in quanto che la forza elettromotrice antagonista che si sviluppa riesce minore di circa 1 *volta*. Nell'uno o nell'altro modo però la carica riesce bene; e l'elettrodo lavato ed asciugato e tenuto all'aria la conserva per un tempo indefinito, rimanendo pronto per usarne quando si vuole: per il che non si ha da far altro che accoppiarlo con lo zinco in una soluzione di acido solforico. La fig. 3ª mostra la disposizione della coppia quando non resta che ad immergerla nel liquido; disposizione che è la stessa tanto per l'atto della carica come per quello della scarica, con questa differenza, che le due striscie le quali come si vede dalla figura fronteggiano l'elettrodo in discorso, sono nel primo caso di piombo o di rame, e nel secondo caso sono di zinco.

La forza elettromotrice *assorbita* nella carica (f. el. antago-

nista) è di circa 1,5 *volta* col solfato di rame, onde bastano per la carica due elementi *Daniell*; la forza elettromotrice sviluppata nella scarica è di circa 2,5 *volta* nei primi istanti, poi scende a 2,2 *volta* circa, valore che conserva con lentissima diminuzione fin presso all'esaurimento. La resistenza interna è variabile ma sempre piccola, come si desume dall'estensione e dal piccolo spessore dello strato liquido interposto fra l'elettrodo e le striscie metalliche che lo fronteggiano; e può divenir minima all'atto della scarica in ragione della conducibilità dell'acqua acidulata. La *capacità* col modello attuale riesce generalmente superiore a 100 000 *coulomb*, poichè con un intensità media di 10 *ampère* si ha una scarica che dura oltre tre ore, tenendo conto solo del periodo durante il quale la forza elettromotrice si conserva senza notevole diminuzione (che rappresenta circa i $^3/_4$ della durata totale). Il rapporto fra la quantità di elettricità data dalla scarica e quella che ha attraversato l'apparecchio di carica che può chiamarsi coefficiente di rendimento, riesce di poco inferiore all'unità quando si adopèri una corrente primaria non troppo intensa e si regoli la carica in modo da rimanere dentro i limiti della capacità dell'apparecchio.

Se s'indicano con f e F le forze elettromotrici per la carica (col solfato di rame) e per la scarica rispettivamente, e con u e U le corrispondenti quantità di energia computate per il passaggio di una stessa quantità e di elettricità, si avrà

$$u = ef, \quad U = eF; \quad u = U + e(f - F):$$

vale a dire che l'energia della scarica (U) è uguale all'energia (u) assorbita nella carica più un'altra parte rappresentata da $e(F - f)$. Ora poichè la differenza $F - f$ (relativa a due processi elettrolitici che nella loro essenza differiscono solo in quanto nell'uno si forma solfato di zinco, mentre nell'altro che è inverso, si decompone del solfato di rame) corrisponde virtualmente alla forza elettromotrice di una coppia *Daniell*, l'ultima parte rappresenta l'energia che sarebbe sviluppata per un egual consumo di zinco in una coppia *Daniell*. Onde confrontando le funzioni del presente apparecchio con un accumulatore propriamente detto, si vede che in esso il consumo dello zinco non è in perdita, e che (come ho già accennato in principio) si ha in qual-

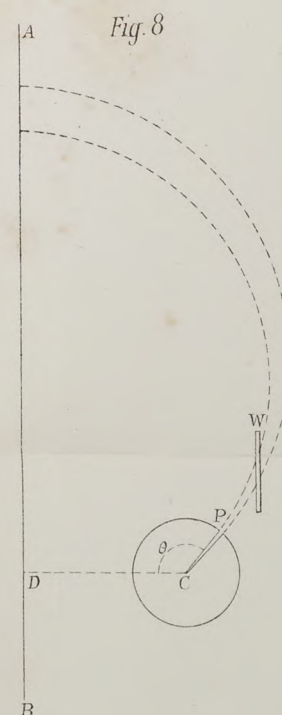
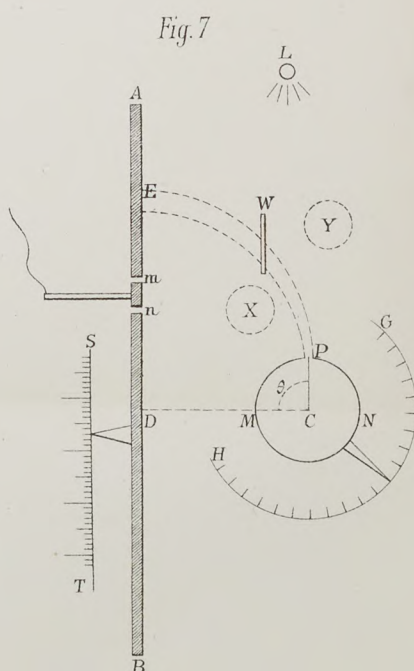
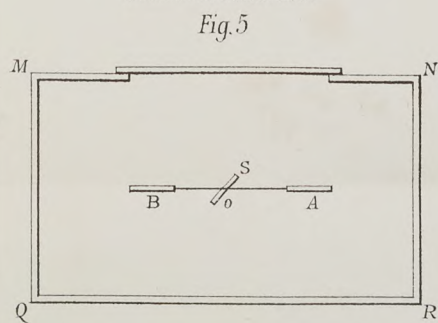
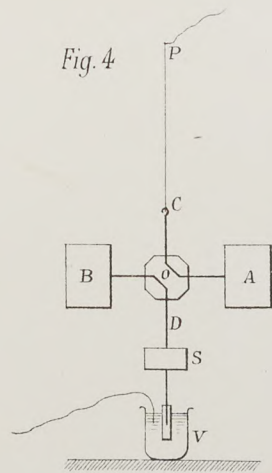
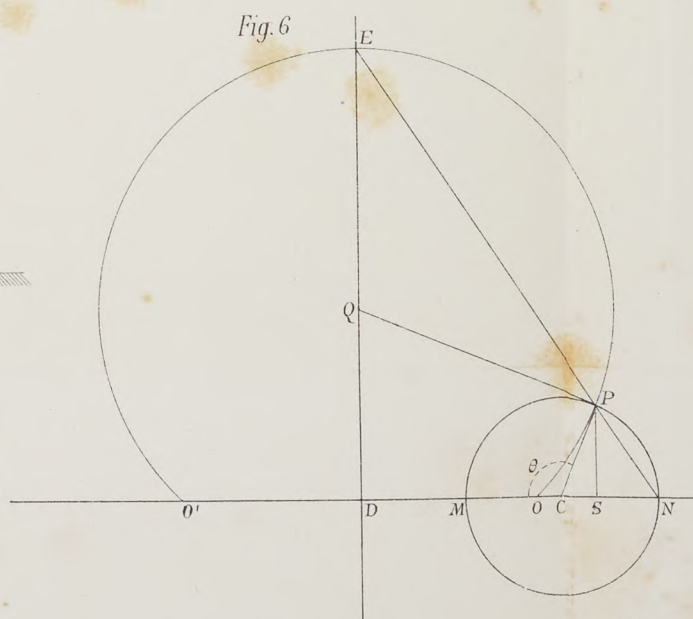
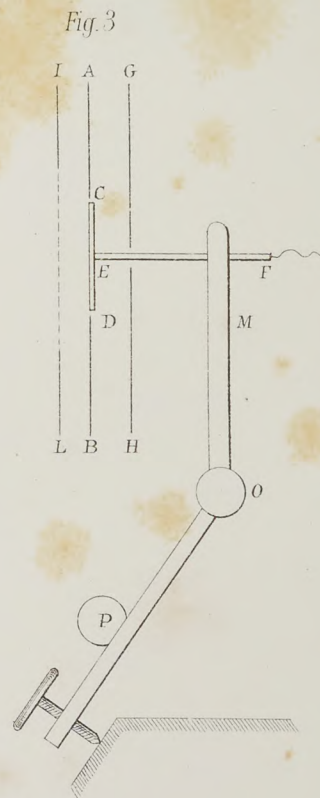
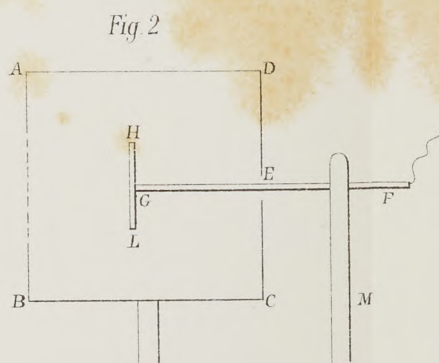
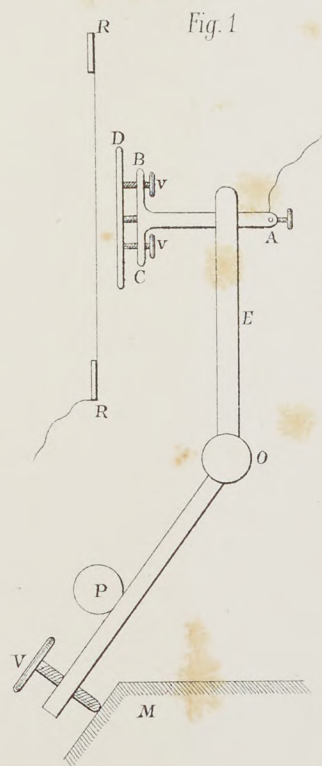
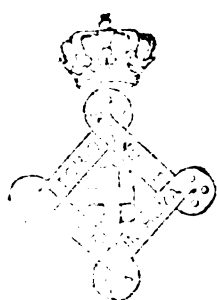
che modo una sovrapposizione di due funzioni, cioè di accumulatore per la parte *u* di energia, e di pila per l'altra parte.

Ciò che precede basta a dare un'idea dell'apparecchio, il quale si raccomanda per semplicità e comodità di uso. L'accennata proprietà degli elettrodi di conservare la carica indefinitamente, permette di prepararli a comodo serbandoli per l'occorrenza e di avere così, con l'aggiunta di due striscie di zinco, delle coppie come quella rappresentata dalla fig. 3, sempre pronta all'uso e che non si ha che ad immergere nell'acqua acidulata.

Con 12 elementi di questa specie ho fatto costruire una batteria ad immersione, rappresentata dalle fig. 1 e 2, che dànno l'apparecchio visto di fronte e di fianco, e sono abbastanza evidenti per rendere superflua ogni descrizione. Da esse apparisce come a mezzo di un manubrio e di due ruote d'ingranaggio si possono immergere contemporaneamente le coppie nei bicchieri sottostanti. Ad ogni coppia sovrasta un gancio al quale essa si può appendere, rimanendo allora l'estremità inferiore di qualche centimetro al di sotto dell'orlo del bicchiere ma al di sopra del liquido, Ciò per potere all'occorrenza immergere quel numero di coppie che si vuole, rimanendo le altre appese ai ganci rispettivi. Dal lato meccanico il congegno risponde bene, e permette di immergere comodamente le coppie mettendo in azione le batterie in pochi secondi, oppure di sollevarle. Rimanendo le estremità inferiori delle coppie sempre dentro i bicchieri anche quando sono sollevate, il liquido sgocciola nei bicchieri sottoposti e non dà luogo ad alcun inconveniente.

Considerato come mezzo di produrre di quando in quando correnti intense, mi pare che questo sistema per comodità ed efficacia lasci indietro gli altri finora in uso: e in particolare mi sembra preferibile alle pile a bicromato che esso può surrogare utilmente in tutte le applicazioni. *La mancanza di vapori nocivi e di acidi incomodi* (poichè il liquido eccitatore è una soluzione d'acido solforico che può tenersi anche molto diluita), *la costanza dell'azione* fino all'esaurimento, *l'inalterabililità delle coppie* per cui, salvo l'evaporazione dell'acqua dei bicchieri, la batteria può rimanere degli anni sempre pronta all'azione, e infine la *grande forza elettromotrice* e *la piccola resistenza* delle coppie, sono vantaggi che nessun altro sistema riunisce allo stesso grado.

A. Righi — *Fenomeni elettrici prov.i dalle radiazioni.*

A. Righi, dis. | E. Contoli, inc. | Stab.t lit.o G. Wenk e Figli—Bologna

Resta come per gli accumulatori l'incomodo della carica dei piombi. Ma questo non sarà grave in un gabinetto dove si può tenere una pila *Daniell* costantemente montata, o quando si abbia una macchina dinamoelettrica.

Quanto alla grandezza concreta delle quantità che ne determinano l'efficacia, essa risulta dai dati relativi alle singole coppie. La forza elettromotrice media durante la scarica sarà di circa 25 *volta;* la resistenza può rendersi inferiore a $^1/_4$ di *ohm:* onde la possibilità di avere correnti di un'intensità fino a 100 *ampère*. Con un'intensità di 10 *ampère* la durata della scarica è di circa 3 ore. Con due batterie simili si può mantenere per due ore un arco voltaico.

In conclusione a me pare che un tale apparecchio possa rendere utili servigi sulla pratica dei gabinetti; ed è questo l'ufficio a cui lo credo sopratutto destinato.

DI UN NUOVO MODELLO DI ELETTROMETRO A QUADRANTI E DELL'APPLICAZIONE DELLE CORRENTI DI FOUCAULT ALLO SMORZAMENTO DELLE OSCILLAZIONI DEGLI ELETTROMETRI; NOTA DEL PROFESSOR LUIGI DONATI.

(*Mem. dell' Accad. delle Scienze di Bologna* t. VIII).

I.

Più di dieci anni fa, cioè fin dal 1876, io ebbi, credo per il primo, l'idea di applicare allo smorzamento delle oscillazioni degli elettrometri il metodo che si fonda sull'azione delle correnti indotte dette di Foucault, quale si pratica nei galvanometri. In questi ultimi la parte mobile comprende un magnete, e lo smorzamento si ottiene facendo che le oscillazioni si compiano in presenza di masse metalliche. Negli elettrometri, invertendo, io pensai di far muovere il conduttore metallico (ago) in un campo magnetico.

Riuscii allora ad applicare la mia idea in modo abbastanza soddisfacente; e ne resi conto in una brevissima nota pubblicata in questo Giornale [1]).

Io feci allora queste prove nel Gabinetto di Fisica dell'Università di Pisa, dove ero in qualità di Aiuto al Ch. Prof. Felici, e dove credo che esista ancora l'elettrometro così modificato. Uno simile ne fu costrutto in quel tempo nell'officina del signor Pierucci di Pisa per il Gabinetto dell'Istituto tecnico di Firenze, e credo che lo stesso costruttore ne abbia in seguito fatti altri sullo stesso principio.

L'accennata disposizione permette di ottenere un grado di smorzamento sufficiente nella massima parte dei casi. Ma occorre a tal uopo che si abbia un ago estremamente leggero e che si tengano i settori dei due piani opposti molto vicini fra loro, il che non sempre conviene. Per questo io non ho molto insistito nel detto sistema: il quale è poi caduto in dimenticanza, venendo invece generalmente adottato il processo di smorzamento che consiste nell'immersione nell'acido solforico di una laminetta di platino unita all'estremità inferiore dell'ago dell'elettrometro, malgrado i non lievi inconvenienti che un tal processo porta seco.

Recentemente però la mia attenzione è stata richiamata su questo soggetto da alcuni articoli pubblicati nel giornale *La Lumière Électrique* dal sig. H. Ledeboer; nei quali si parla di nuovi elettrometri costrutti dai sigg. Curie, con l'applicazione dello smorzamento a mezzo delle correnti di Foucault. Non avendo probabilmente notizia della mia antica prova, il processo è dato come nuovo ed originale, sebbene sia uguale in sostanza a quello da me indicato, ed anche applicato alla stessa maniera.

Anzichè pensare a muovere delle sterili reclamazioni di priorità, mi è venuto in mente di tentare un nuovo modo di applicazione dello stesso principio, che meglio corrispondesse in pratica alle esigenze sperimentali. Incoraggiato dai risultati di alcune osservazioni preliminari, ho istituito delle esperienze in proposito; e così sono stato condotto ad attuare una disposizione semplice ed efficace, che ora mi propongo di riferire.

Mi son servito in queste prove di un elettrometro di mo-

1) *N. Cim.* Serie II, XV, Genn. e Febbr. 1876, pag. 95.

dello proprio da me fatto costrurre già da qualche anno. Non ne avevo mai fin qui pubblicata la descrizione, perchè esso non contiene novità sostanziali; ma è piuttosto una fusione di elementi desunti qua e là dagli strumenti congeneri, scelti e combinati allo scopo di conciliare il più che fosse possibile l'esattezza delle indicazioni con la semplicità e la comodità del maneggio. Siccome tuttavia mi pare che realmente in pratica corrisponda assai bene, colgo ora l'eccasione per darne un breve cenno descrittivo unitamente al disegno. Dopo di che verrò a dire della nuova disposizione per lo smorzamento delle oscillazioni.

II.

L'elettrometro nella sua forma primitiva è rappresentato nell'insieme dalla figura I. (*Tav. III*) — Esso si avvicina per la forma dei quadranti al tipo dell'elettrometro di Edelmann, da cui però differisce in molti punti.

I quadranti costituiscono le quattro parti di una campana cilindrica Q, Q chiusa superiormente da un fondo piano *f*, *f* e aperta in basso. Essa campana è ottenuta di getto in un sol pezzo per fusione, con due abbrancamenti trasversali *a*, *a* alla parte superiore, destinati a collegare, dopo la divisione in quattro parti, i quadranti opposti a guisa di ferro di cavallo o di diapason. Gli stessi abbrancamenti servono a fissare mediante quattro sostegni isolanti *s*, *s* i quadranti sopra una base formata da una piastra di ebanite *e*, *e* sovrapposta ad una piastra di ottone. Su questa base la detta campana viene impiantata quando essa è ancora in un sol pezzo, quale risulta dalla fusione; e tutto l'insieme viene poi messo al tornio e lavorato, in guisa da risultarne un cilindro perfetto coll'asse perpendicolare alla base ridotta esattamente circolare. A questo punto viene aggiunto il fondo circolare *f*, *f* che si aggiusta solidamente e vien lavorato al tornio in solidarietà col resto: dopo di che con due tagli diametrali si fa la separazione dei quadranti. I quali risultano per tal modo stabilmente collegati in un sistema di forma invariabile, perfettamente centrato e regolare.

Dall'altra parte della base sta la camera A destinata allo specchio di riflessione, e su questa si erge il tubo T per il filo

di sospensione portante in alto lo apparecchio S di sospensione. Tutti questi pezzi hanno uno stesso asse comune di simmetria, e vengono aggiustati e regolati al tornio unitamente alle parti predette in un unico sistema centrato ed invariabile, salvo i movimenti di rotazione intorno all'asse comune di ciascuna parte rispetto alle altre nelle giunture o punti di riporto. Questi ultimi sono lavorati a forma leggermente conica, il che assicura la stabilità del centramento.

Così le parti che costituiscono propriamente l'istrumento formano un tutto solidale e centrato in modo permanente, che perciò non ha mai bisogno di venire regolato.

La cassa cilindrica C che racchiude i quadranti e che in parte è di vetro (per lasciar vedere nell'interno), in parte metallica, ha superiormente un fondo piano di ottone *p, p* con apertura circolare, su cui viene a riposare la sopraddetta base dallo strumento, che fa da coperchio alla cassa e costituisce un piano unico col fondo, come si vede dalla figura. Mediante due maniglie, che non appariscono nel disegno, si può, agevolmente mettere e togliere lo strumento, o farlo girare intorno al suo asse rimanendo fissa la cassa. Questa è montata sopra un solido trepiede munito di viti calanti; ed è fatta in modo che la sua parte inferiore C' può togliersi, essendo collegata al resto con un incastro a baionetta. Un diaframma metallico *d, d* divide la capacità interna in due scompartimenti, comunicanti fra loro per un'apertura circolare posta al centro del diaframma, di cui il superiore contiene i quadranti che sono quasi per intero racchiusi fra pareti metalliche. Lo scompartimento inferiore corrispondente alla parte mobile C' contiene una vaschetta di vetro *v* con acido solforico, dove viene a pescare l'estremità di un filo di platino che forma il prolungamento inferiore dell'ago passante attraverso il foro del diaframma. Questo filo che porta in fondo una laminetta pur di platino è destinato, come negli istrumenti congeneri, al doppio ufficio di stabilire la comunicazione elettrica per l'ago e di produrre alla maniera comune lo smorzamento delle oscillazioni. Un altro filo di platino attraversa il fondo della vaschetta la quale è retta da un sostegno di ebanite, e si prolunga in basso fino ad una piccola capsula *c* di ferro contenente del mercurio e collegata ad un serrafili *r* esterno alla cassa,

che serve per istabilire le comunicazioni. Detta capsula *c* può alzarsi ed abbassarsi, il che permette di far sì che l'ago comunichi col morsetto *r* o sia isolato. L'asta metallica poi che collega la capsula al morsetto *r* passa attraverso un tubo di vetro sorretto internamente sopra dell'ebanite, ed esce dalla cassa per un'apertura senza toccarla: e ciò per avere un migliore isolamento secondo il metodo di Mascart. La campana H che racchiude il morsetto può mettersi e togliersi, e serve ad impedire l'adito dell'umidità esterna, nel tempo in cui l'istrumento non si adopera.

Le stesse precauzioni in ordine all'isolamento ed alle comunicazioni coll'esterno sono prese riguardo ai quadranti. I sostegni *s* che li portano sono bastoni di vetro fissati sopra la grossa piastra *e, e* di ebanite che forma la parte inferiore della base, e le comunicazioni coll'esterno si fanno a mezzo di due aste di ottone che passano attraverso due fori praticati in essa base senza toccarli, e fanno capo ai due bottoni *m, m*. Due piccoli coperchi scorrevoli a sfregamento lungo le aste servono a chiudere le aperture nel tempo in cui lo strumento è in riposo.

L'ago ha la forma indicata nella figura IV, la quale corrisponde alla forma dei quadranti. Esso è in alluminio e può farsi leggerissimo. La sospensione è bifilare e si fa mediante un filo di bozzolo. L'apparecchio di sospensione S è fatto in modo da permettere di alzare od abbassare l'ago, e di far variare a piacere l'intervallo fra i due fili per regolare la sensibilità dell'elettrometro.

Tralasciando per brevità altri dettagli che possono rilevarsi dal disegno o supporsi facilmente, darò un cenno del modo di montare l'istrumento. Per questo si toglie dapprima il tubo T e l'apparato di sospensione S, si attacca a quest'ultimo il filo e al filo si attacca in basso il telaietto che regge lo specchio; si fa passare attraverso il tubo T, e si ricolloca quest'ultimo al suo posto, regolando mediante il pezzo *o* la lunghezza del filo in guisa che lo specchio si trovi ad altezza conveniente nella camera A. Ciò fatto, si toglie la parte inferiore della cassa cilindrica e s'infila l'ago di sotto in su nel cilindro formato dai quadranti, che è aperto in basso, facendo passare il suo prolungamento superiore attraverso i fori che vi sono negli abbranca-

menti *a*, *a* del cilindro e attraverso il foro centrale della base, e lo si aggancia allo specchietto. Se l'ago è fatto accuratamente e ben equilibrato, in guisa che quando è sospeso il suo asse sia disposto sulla verticale, non resta altro che a regolare per mezzo delle viti calanti la posizione dell'apparecchio in guisa da renderlo verticale, nel qual caso l'asse dell'ago coinciderà con l'asse dello strumento. Siccome il prolungamento inferiore e il superiore dell'ago sono visibili, si ha da essi il criterio per giudicare della verticalità: al qual uopo sono notati sui bordi dei fori circolari che essi attraversano, quattro punti che corrispondono alle estremità di due diametri ortogonali. Così l'aggiustamento riesce facile e pronto: e siccome per quanto si è detto le parti fisse dell'apparecchio formano un insieme permanentemente centrato, non rimane altro da regolare, salvo l'orientamento relativo dei quadranti, dell'ago e dello specchio nella camera A, e l'orientamento generale dell'apparecchio rispetto all'esterno. A tal uopo i quadranti, la camera A col tubo T e l'apparato di sospensione S sono, come si è detto, girevoli gli uni rispetto agli altri intorno all'asse comune; e tutto l'insieme poi è girevole con la sua base sul fondo *p*, *p* della cassa cilindrica che racchiude i quadranti.

Il diametro interno del cilindro costituito dai quadranti è di 8 cm.: le altre dimensioni sono in proporzione, come appaiono dalla figura che rappresenta l'apparecchio in iscala ad $^1/_4$ della grandezza naturale.

Il perfetto contramento delle parti essenziali dell'apparecchio, e la grande facilità di aggiustamento e di maneggio ne costituiscono i pregi principali. L'isolamento, qualora l'aria sia mantenuta nell'interno convenientemente secca a mezzo dell'acido solforico, riesce pure eccellente. Per le esperienze di lezione io soglio caricare permanentemente l'ago con una pila a secco, mettendo una coppia di settori in relazione con la sorgente elettrica cui si riferisce la misura, e l'altra coppia in comunicazione colla terra. Per le esperienze di qualche esattezza invece ho sempre fatto uso di una pila formata di cento elementi alla Volta, ben isolati e divisi in due serie di cinquanta ciascuna, colle quali secondo il metodo di Mascart venivano caricati i quadranti, mentre l'ago era messo in relazione colla sorgente. In queste

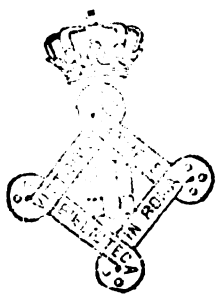
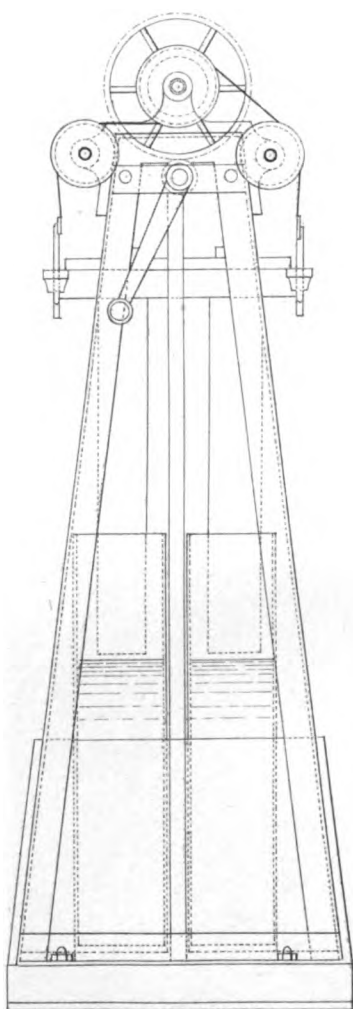
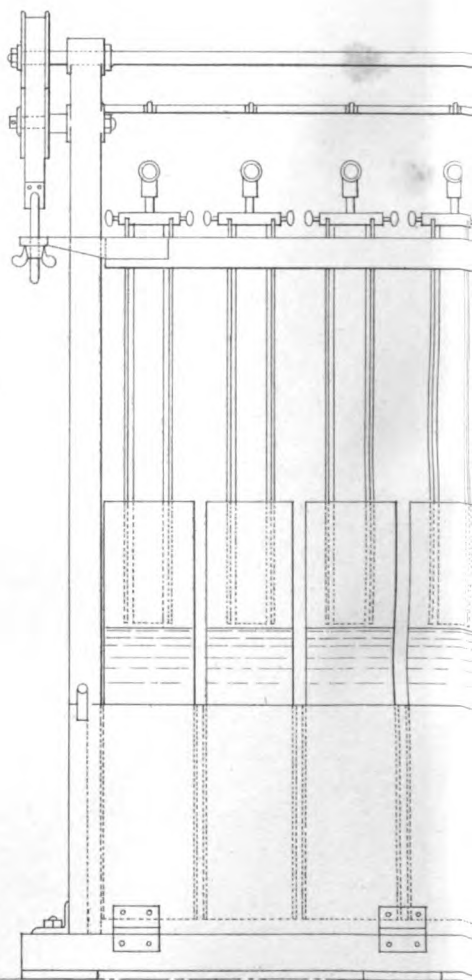
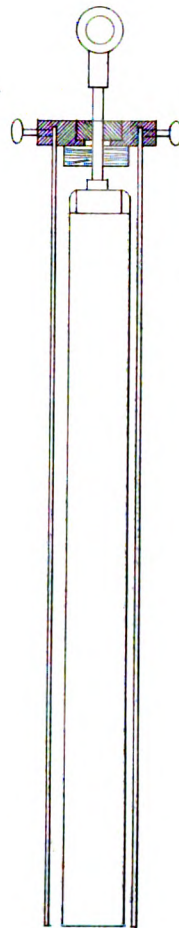
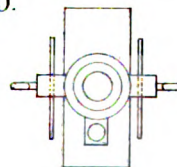



Fig. 2. Fig. 1.

Scala 1:10

A. Baraldini, inc.

Tav. II.

L. Donati

Scala 1:5.

lit. G. Wenk, Bologna.

Fig. I.

o s T A m m p p e e s s a a f f c Q Q Q d d v c' c H r

Scala 1:4

A. Baraldini inc.

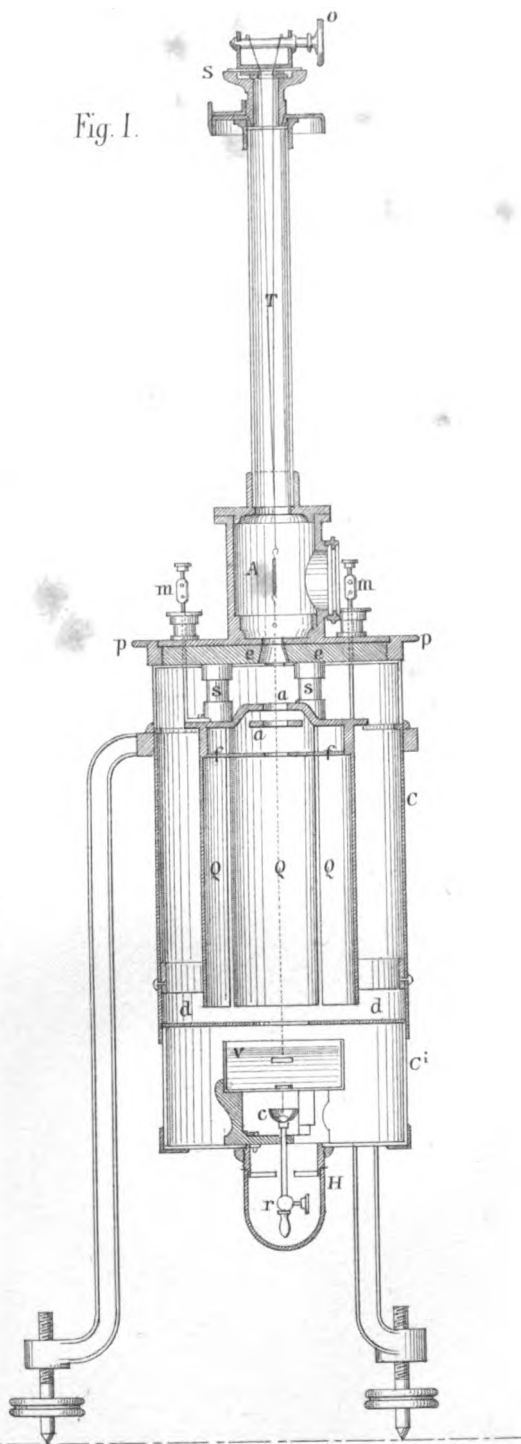



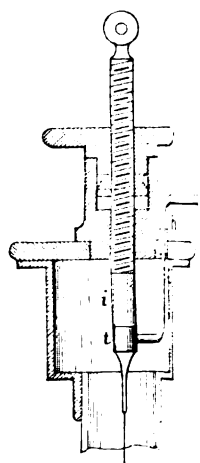
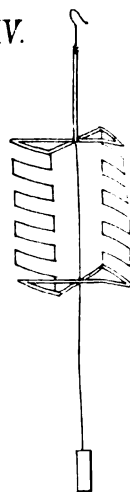
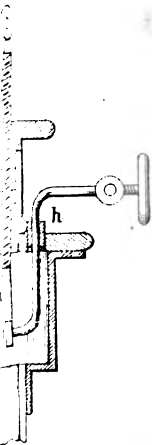
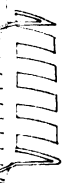
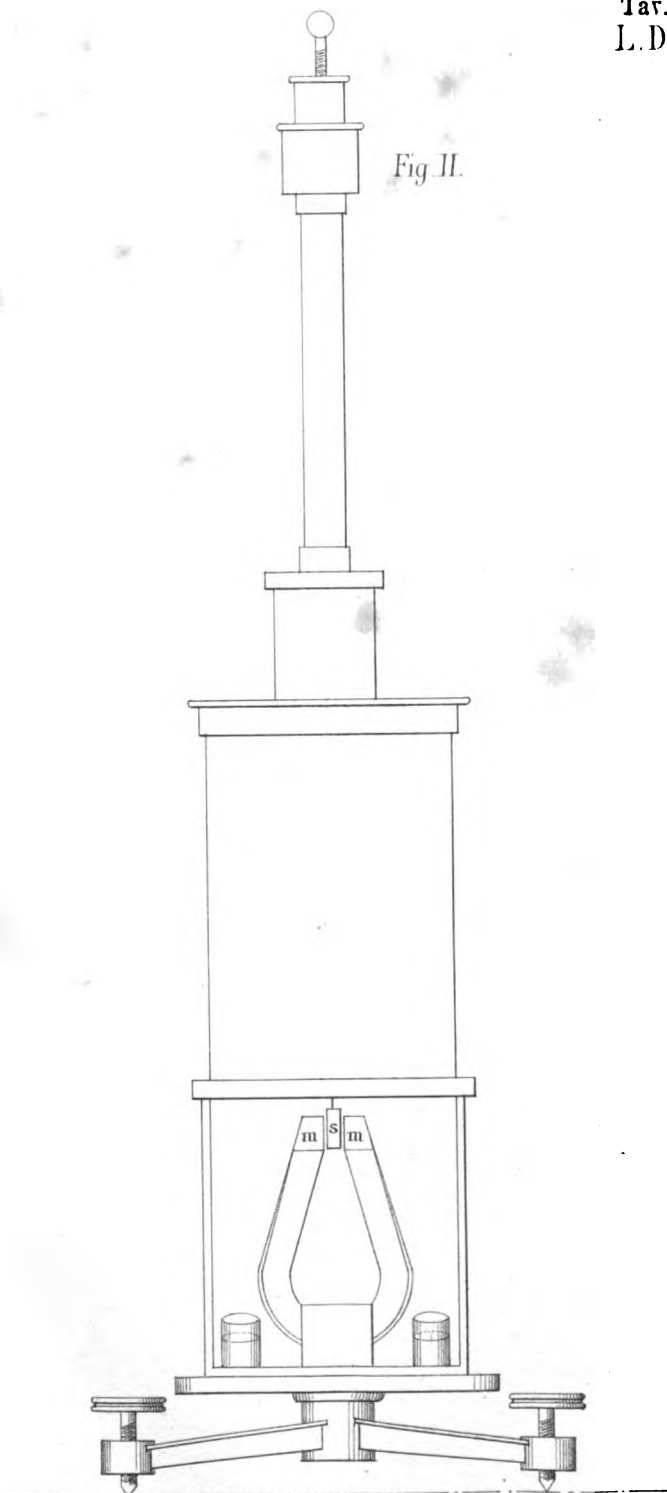
Fig. III.

Scala 1:2

Fig. IV.

Tav. III
L. Donati

Fig. II.

m s m

Scala 1:4

lit. G. Wenk, Bologna.

condizioni, e avendo l'avvertenza di rinnovare spesso l'acido solforico, la regolarità e la costanza delle indicazioni mi hanno sempre fatto fede della bontà dell'apparecchio.

Quanto alla sua sensibilità — la quale dipende naturalmente dal peso e dalle dimensioni dell'ago e dalla distanza dei fili di sospensione, come pure dall'intensità della carica costante dei settori, e può regolarsi secondo il bisogno — essa può essere resa assai grande, pur conservando l'esattezza e la stabilità delle indicazioni. Adoperando per la carica dei settori la detta pila di 100 elementi di Volta, si può avere comodamente per la forza elettromotrice di una coppia Daniell una deviazione corrispondente a mezzo metro della scala posta a due metri di distanza dallo specchio.

L'accennata necessità di rinnovare sovente l'acido solforico quando si vogliano indicazioni esatte, dipende dalle irregolarità del movimento della laminetta di platino immersa nell'acido non messo di fresco. Questo fatto, che è stato riscontrato da moltissimi sperimentatori, costituisce un inconveniente capitale inerente al metodo di smorzamento delle oscillazioni per mezzo dell'acido solforico, che è quello comunemente usato, e fa sentire il bisogno di ricorrere per gli elettrometri ad altri processi, quale appunto quello cui si riferisce il presente lavoro.

(*Continua*).

RIVISTA

SUNTI di A. STEFANINI.

J. L. Soret. *Azione dell'elettricità sul vapor d'acqua condensato. (Arch. des Sc. phys. et nat.*, XIX, 1888). — In una sala oscura si pone una capsula di platino piena d'acqua, su un sostegno metallico che si mette in comunicazione con uno dei poli d'una macchina Töpler. Al di sopra di quella capsula si mette una punta metallica isolata, che è in comunicazione coll'altro polo. L'acqua è fatta bollire con una fiamma alla Bunsen, e la capsula s'illumina fortemente per proiezione con un largo fascio di luce elettrica. Finchè la macchina elettrica non funziona, si vedono i fumi del vapore condensato che si elevano nel modo so-

lito; ma quando si fa agire la macchina, l'azione dell'elettricità si manifesta nel modo più vivace. Per una certa distanza dalla punta alla superficie dell'acqua, i fumi si raccolgono volteggiando lungo gli orli della capsula, e illuminati dalla luce elettrica, sembrano fiammeggianti. Se la punta si avvicina di più all'acqua i vapori spariscono completamente, benchè l'acqua continui a bollire con forza.

Detto. *Sulla polarizzazione atmosferica.* (*Ann. de Chem. et de Phys.*, XIV, 1888). — Dopo avere esposto ed analizzato i fenomeni della polarizzazione atmosferica, l'A. conclude:

I. Le masse dell'aria che non ricevono i raggi diretti del sole, e che sono illuminate soltanto dalla luce diffusa del cielo sereno, presentano fenomeni di polarizzazione luminosa del tutto confrontabili a quelli che si osservano sulle masse d'aria che non sono nell'ombra.

II. Se si ammette che la diffusione e la polarizzazione della luce del cielo sieno sottoposte alle leggi dell'illuminazione dei corpi trasparenti, quella polarizzazione della massa ombreggiata si spiega ammettendo una diffusione di second'ordine. Il calcolo mostra infatti che l'azione della luce parzialmente polarizzata, inviata dalle diverse parti del cielo su un punto dato della massa atmosferica, è equivalente all'azione che eserciterebbe un raggio di luce naturale che arrivasse a quel punto secondo la direzione stessa del sole, d'un raggio di luce molto più debole, diretto perpendicolarmente al primo, e polarizzato nel piano perpendicolare alla direzione del sole.

III. L'azione di quest'ultimo raggio fittizio, le cui vibrazioni son dirette secondo la linea che unisce il sole col punto considerato, spiega in parte il fatto che la polarizzazione atmosferica non è mai completa, anche in una direzione a angolo retto con quella del sole, poichè la diffusione di second'ordine provoca sempre una perturbazione nell'effetto della prima diffusione dei raggi solari diretti.

IV. Questa diffusione di second'ordine spiega anche i punti neutri osservati da Arago, Babinet e Brewster, quando si tien conto dell'aumento di spessore dell'atmosfera, e dell'aumento della diffusione della luce nelle direzioni prossime all'orizzonte.

V. Per un osservatore posto su di una montagna, al di sopra delle nubi, la luce diffusa dalle nubi presenta fenomeni di polarizzazione molto complessi. Si osservano molte inversioni di polarizzazione, e molti cerchi o regioni neutre.

F. Kohlrausch. *Sul potere conduttivo termico dell'acciaio crudo e dolce.* (*Würzburger Phys.-med. Gesellsch.*, Dicembre 1887).

— Come la conduttività elettrica delle due specie di acciaio è diversa, così l' A. ha trovato che il potere conduttivo termico K è:

$$\left.\begin{array}{lll}\text{per l'acciaio crudo} & K = 0{,}062 \\ \quad » \quad \text{dolce} & = 0{,}111\end{array}\right\} \text{(gr. cal. cm. sec.).}$$

La conduttività elettrica è stata trovata invece

$$\begin{array}{ll}\text{per l'acciaio crudo} & x = 3{,}3 \\ \quad » \quad \text{dolce} & = 5{,}5\,;\end{array}$$

talchè i rapporti $\frac{K}{x} = 0{,}019$ e $= 0{,}020$, sono molto prossimi fra loro e assai concordanti con quelli indicati da Kirchhoff e Hansemann.

Detto. *Sulla conduttività elettrica assoluta del mercurio (K. bayer Ak. d. Wiss.* 1888; *Wied. Ann.* XXXV, 1888). — Il Kohlrausch ha pubblicato il resoconto dettagliato delle esperienze che eseguì collo Strecker, per determinare il valore dell' ohm. Molte osservazioni importantissime sull' uso degli strumenti, e sul modo di eseguire le misure di precisione che furon necessarie, in quelle ricerche, son contenute in questa Memoria; ma non potendo riferire convenientemente quelle osservazioni, non resta che accennare al resultato finale ottenuto, secondo il quale si ha

$$1 \text{ ohm} = 1{,}0632 \frac{\text{m}}{\text{m m}^2} \text{ Hg a } 0^\circ.$$

G. Quincke. *Sulle proprietà fisiche delle lamine solide sottili.* (*Berl. Sitgbr.* 1888; *Wied. Ann.* XXXV, 1888). — La superficie di separazione di due liquidi tende a divenir più piccola che è possibile. La forza α_{12} che agisce alla superficie di separazione dei fluidi 1, 2, è stata chiamata tensione superficiale; e l' A. ha già da molti anni indicato diversi metodi per misurarla.

Forze simili si presentano alla superficie di separazione di un corpo solido coll' aria o con un altro fluido; ed anche tali superficie tendono ad assumere il valor minimo; ma i fenomeni sono qui molto più complicati, perchè manca la mobilità delle particelle solide.

Mentre la superficie di separazione fra due fluidi, astraendo dall' azione della gravità, è sferica, quella fra un solido e un fluido è increspata, o in certi casi ha forma cilindrica o a tubi.

L' A. ha ottenuto delle lamine solide ponendo sul mercurio spalmato con traccie di grasso, dell' albumina, o delle soluzioni di colla, o soluzioni alcooliche di resina.

La periferia delle lamine solide presenta allora una sinusoide che è situata su una superficie cilindrica, e che è unita col centro

della lamina per mezzo di linee rette radiali. La periferia della lamina solida è ora più alta ora più bassa della superficie orizzontale iniziale del mercurio.

Sulla periferia possono presentarsi n protuberanze e n depressioni, essendo n un numero intero qualunque, uguale a 1, 2, 3, 20, 100 o anche più grande.

Quanto più piccolo è lo spessore e più grande il diametro della lamina, e tanto maggiore in generale è n e minore l'altezza verticale dei sollevamenti e delle depressioni. L'orlo della lamina può anche essere più volte periodico.

La grandezza e la forma della lamina solida dipende dalla tensione superficiale del mercurio, e perciò dallo strato di grasso che si trova sul mercurio, dalla temperatura e dall'illuminazione in modo che su di esse si può osservare l'eliotropismo.

Le lamine solide, di spessore $< 0^{mm},000045$ posson modificare la forma della superficie di un fluido, e posson mostrare una superficie increspata. Lo spessore può dunque esser tanto piccolo, da non potersi vedere nemmeno col microscopio.

Se delle bolle piatte di aria nell'acqua o delle goccie di mercurio nell'aria si coprono di lamine solide sottilissime, la forma delle bolle e delle goccie è alterata nello stesso modo di quello che accade quando si cuoprono con lamine liquide.

Delle lamine solide e sottili di colla, resina, sapone, chiaro d'uova e strati metallici sottili presentavano forme cilindriche o tubulari sulla superficie di separazione fra mercurio, acqua, cloroformio, oli grassi e l'aria o altri fluidi, quando la superficie tendeva a divenire la più piccola possibile, e per mancanza di scorrevolezza laterale non potevano prender la forma sferica.

E. WIEDEMANN e H. EBERT. *Sulle scariche elettriche nei gas e nelle fiamme.* (*Wied. Ann.* XXXV, pag. 209). — Continuando gli studi sull'influenza della luce sulle scariche elettriche (*N. Cim.* XXIII, 79) gli A. hanno ricercato se nelle scariche così dette trasversali si ha che fare con un'azione specifica della luce o coll'azione di una corrente.

Studiando dapprima l'influenza della pressione, gli A. hanno trovato che dal momento in cui le condizioni son tali che i raggi catodici si presentano abbondantemente, l'influenza dell'illuminazione diviene affatto insignificante; quindi l'azione della luce molto probabilmente è dovuta alle vibrazioni di periodo uguale a quello dei raggi catodici.

Quanto ai fenomeni che si presentano nelle scariche laterali, non potendo riferire le numerose esperienze eseguite, mi limiterò ad accennare i principali resultati ottenuti, che sono i seguenti:

Nell'interno di una scintilla che scocca entro una scarica

elettrica primaria, cioè nell' aria resa luminosa per la scarica non si presenta nessuna conduttività nel senso ordinario della parola; sono sempre le dimensioni della tensione necessaria al passaggio dell' elettricità, provocate da questa o da quella causa, che nel caso del passaggio di una scarica primaria favoriscono la produzione di una scarica secondaria. Perciò senz' altri dati non si può parlare di processi elettrolitici che accompagnino questi fenomeni. L' illuminazione in se stessa non vi ha quasi nessuna influenza.

L' azione poi della scarica primaria, per quanto si riferisce alla diminuzione della tensione necessaria alla scarica secondaria, si compone di un' azione dell' elettricità stessa, e di un' azione dei raggi negativi elettrici che son ricchi in vibrazioni ultraviolette.

Dall' insieme dei fenomeni che presentano le fiamme, gli A. hanno concluso:

Il passaggio dell' elettricità nelle fiamme non deve considerarsi come un caso di conduzione, ma presenta il carattere di una scarica irrompente.

La presenza di vapori metallici abbassa notevolmente la tensione necessaria al passaggio della scarica; il potassio e il magnesio sono specialmente efficaci fra tutti i metalli, probabilmente per le vibrazioni ultraviolette che essi provocano; la loro azione si manifesta peraltro solamente all' elettrodo negativo.

Le azioni chimiche che possono manifestarsi nelle fiamme colorate, posson cambiare la forma dei fenomeni, ma non mai il carattere irrompente della scarica.

Alcune considerazioni teoriche di E. Wiedemann terminano questo interessante studio, di cui non è possibile dare un breve sunto.

Prof. v. LANG. *Azione della luce ultravioletta sui conduttori caricati negativamente. (Wien. Auzeig.*, 1888, pag. 162). — In seguito alle ricerche di Hertz, di E. Wiedemann e H. Ebert, di Hallwachs, di Stoletow ecc., l' A. ha fatto delle ricerche analoghe a quelle di Hallwachs per riconoscere in quali condizioni un conduttore caricato negativamente si scarica quando è sottoposto all' azione dei raggi ultravioletti. Le sole ipotesi possibili per spiegare quei fenomeni sono: 1° una convezione; 2° una trasformazione dell' energia luminosa in energia elettrica; 3° una variazione della conduttività del mezzo che circonda il conduttore. Le ricerche dell' A. mostrarono che la diminuzione della carica avviene per convezione, e precisamente in modo che le molecole dello strato di gas condensato sul conduttore se ne staccano sotto l' azione della luce violetta, e trasportano seco totalmente o in parte la carica elettrica. Con queste ricerche non è tuttavia spiegata la differenza che si mostra nel contegno delle due elettricità.

G. GUGLIELMO. *Generalizzazione del ponte di* Wheatstone. - *Modificazione dell' elettrometro a quadranti* (*Rivista Scient. ind.* 1887). A proposito della Memoria del Frölich che fu riassunta nel vol. XXIII di questo giornale, pag. 183, l' A. fa osservare che egli aveva fin dal 1882 (*R. Acc.* di Torino XVII) dimostrato il principio di cui fa uso il Frölich, indicandone le applicazioni alle misure delle resistenze dei liquidi. Ora l' A. fa osservare che questo metodo, oltre il vantaggio indicato dal Frölich di poter far sì che siono poco diverse le due correnti che devono necessariamente attraversare il corpo da studiare, allo scopo di separare la resistenza vera del corpo da quella dovuta alla sua f. e. m., ve ne ha pure un' altro; perchè richiedendosi un tempo apprezzabile prima che la f. e. m. e la resistenza del corpo varino in seguito alla variazione della corrente prodotta dalla chiusura del tasto, se si usa l' artifizio suggerito dal Lodge di separare il galvanometro dal circuito appena chiuso il reoforo della pila, si può eliminare la causa d' errore proveniente dalla variazione della f. e. m. e della resistenza del corpo.

Sia per valersi di questo artifizio, sia per la misura delle forze elettromotrici simultanea a quella delle resistenze, l' A. ha trovato molto utile l' uso dell' elettrometro a quadranti, in vece di quello del galvanometro.

E a proposito dell' elettrometro, egli osserva che si può costruirne uno con grande facilità e precisione, coprendo un disco di vetro con una foglia di stagnola o con una lamina d' argento deposto chimicamente, e poi togliendone due sottili striscie secondo due diametri ortogonali.

Se i quadranti così ottenuti si caricano a un potenziale fisso, e si dà all' ago il potenziale che si vuol misurare, non v' è da temere che il poco isolamento e la penetrazione delle cariche nel vetro, portino degli errori nelle misure; mentre così sono eliminati quelli dovuti alla mancanza di precisione nel fissare i quadranti, che in generale si lamenta negli altri elettrometri.

G. QUINCKE. *Ricerche elettriche.* XIII. *Sulle proprietà magnetiche dei gas.* (*Wied. Ann.* XXXIV, 1888). — Coi metodi usati nel caso dei liquidi (*N. Cim.* XVI. 257) l' A. ha studiato le proprietà magnetiche dei gas, ed ha ottenuto i valori seguenti per la costante diamagnetica K, alla temperatura di 16° c. in unità C. G. S.

Gas:	O	NO	Aria	N_2O	CO_2
$K.10^6$	1.9706	0.3382	0.4009	0.0392	0.0360

	C_2H_4	CH_4	N	H
$K.10^6$	0.0318	0.0143	0.0113	0.0037

La variazione di K colla temperatura è data da

$$K_\tau = K_{16^\circ} [1 - \alpha (\tau - 16)]$$

ove α varia fra 0,0080 e 0,0048.

H. N. WARREN. *Elettrocristallizzazione dei metalli (Rev. intern. de l'Electr.* VII. 1888). — L'apparecchio adoperato per quest'operazione consiste in un tubo, chiuso ad un'estremità da un diafragma di vescica di bove e sospeso in una soluzione diluita di cloruro sodico. Se si vuol ottener cristallizzato il rame, in quel tubo si versa una soluzione di solfato di rame, che si mantien saturo con dei cristalli di solfato contenuti in un tubo di vetro terminato a punta. Una lamina di rame, lunga circa 75 mm. e larga 25 mm., si introduce nella soluzione di solfato, e si riunisce per mezzo di un filo di rame a una lastra di zinco che pesca nella soluzione di Na Cl e che forma il catodo. Dopo alcune ore cominciano ad apparire piccoli cristalli cubici di rame metallico sulla lamina di rame, e dopo una settimana al più tali cristalli formano una massa compatta che ha un bello splendore metallico: la purezza e la malleabilità di questo rame sono uguali a quelle dei più belli esemplari di rame nativo, coi quali esso ha molta somiglianza. Con lo stesso metodo possono aversi allo stato metallico anche Ag, Sb, Bi, Zn, Al, Mg, Fe, Cr e tutti i metalli molto ossidabili.

H. DUFOUR. *Sostanze igrometriche (Arch. d. Gen.* [3] XVI). — Indicando con α il rapporto fra il vapor d'acqua assorbito e il peso della sostanza secca, e con β il coefficiente di espansione igrometrica, cioè l'espansione totale che presenta una sbarra dell'unità di lunghezza quando ha assorbito il massimo di umidità, l'A. ha trovato:

	α	β
Corno di 10 mm. di spessore	0,10	0,061
Gelatina	0,34	0,108
Pelle da battiloro.	0,43	0,060

Philosoph. Magazine. Vol. XXIII, 1887.

145. (Continuazione). — V. BOYS. *Produzione, proprietà e usi di fili finissimi.* — L'A. rammenta dapprima il metodo che si usava qualche tempo fa per ottenere fili finissimi, e detto *filatura elettrica.* Esso consiste nel porre una sostanza vischiosa, come resina, cera, pece, balsamo del Canadà, guttaperca, collodione, ecc., in una vaschetta isolata messa in comunicazione con una macchina elettrica. Facendo agire la macchina, dalle pareti della vaschetta si staccano dei filamenti tenuissimi, che si slanciano nella direzione

delle linee di forza; e regolando con la temperatura la vischiosità del bagno, si posson così ottenere dei fili finissimi e molto regolari.

Per filare il vetro ha usato un altro metodo. Egli fissa un filo di vetro a un ago attaccato a una pagliuzza, che è scagliata via da una balestra, quando l' estremità del filo di vetro è fusa per mezzo della fiamma. La perla fusa resta indietro per inerzia, e il filo, così tirato con gran rapidità, ha il diametro estremamente piccolo. L' A. ha ottenuto così dei fili di vetro del diametro di $^1/_{10000}$ di pollice, e dei fili di smeraldo, di quarzo, ... che sembrano avere diametro ancora più piccolo.

Tali fili possono usarsi utilmente negli apparecchi di torsione, perchè non subiscono cambiamenti per lo stato igrometrico dell' atmosfera; e forse si potrebbero usare per farne dei reticoli per averne gli spettri normali.

S. Bidwell. *Sulla resistenza elettrica dei fili sospesi verticalmente.* — Due lati contigui di un ponte di Wheatstone son formati da due porzioni uguali di uno stesso filo sospeso verticalmente per il suo punto di mezzo. Quando si è raggiunto l' equilibrio delle resistenze con la corrente diretta in un dato modo, l' equilibrio non sussiste più se la corrente è invertita. Ciò mostra che la resistenza di un filo sospeso è diversa a seconda che la corrente sale o discende nel filo. Il rame e il ferro, per questo fatto variano di resistenza in modi opposti. Questa variazione si spiegherebbe coll' osservare che nei fili sospesi la tensione delle porzioni più alte è maggiore di quella delle porzioni più basse, e perciò, per l' effetto Peltier, se la corrente passa da una porzione molto stirata a un' altra che lo è meno, alla superficie di contatto fra le due porzioni si svolge calore nel rame, e ne viene assorbito nel ferro.

Ma l' effetto osservato è troppo debole per poter asserire che non sia dovuto a cause accidentali.

146. — J. N. Kruseman. *Sul potenziale del campo elettrico in vicinanza di una callotta sferica carica e soggetta a influenza.* — L' A. ha trovato in forma finita il potenziale in ogni punto dello spazio, pel quale Sir W. Thomson ha dato la distribuzione dell' elettricità, partendo dalle sue proprietà caratteristiche; ma delle formule e delle dimostrazioni relative non è possibile dare un cenno abbastanza breve.

E. C. Rimington. *Modificazione di un metodo di* Maxwell *per misurare il coefficiente di autoinduzione.* — La modificazione consiste nel porre il condensatore in derivazione su una porzione del lato del ponte di Wheatstone che è opposto a quello che contiene il conduttore di cui si cerca il coefficiente L, anzichè di metterlo in derivazione ai due vertici di detto lato. Tal modificazione rende

più semplice la ricerca, perchè elimina la necessità di dover aggiustar due volte le resistenze del ponte; e sarebbe anche più sensibile, se s' impiegasse il metodo cumulativo di cui si servono i proff. Ayrton e Perry nel loro sechommetro.

R. H. M. Bosanquet. *Nota sulla magnetizzazione. Sulla frequenza delle inversioni* — L' A. ha ripetuto delle esperienze su una sbarra di ferro, le cui proprietà magnetiche sotto l' influenza di inversioni delle correnti d' intensità crescente erano state determinate diversi anni or sono. Le resistenze magnetiche sono state valutate nuovamente, dapprima con correnti d' intensità crescente, e poi con correnti decrescenti, misurando sempre l' induzione con l' inversione della corrente. In generale i resultati indicano una resistenza magnetica maggiore per i valori decrescenti, salvo per le piccole induzioni, per le quali la resistenza è minore. La spiegazione di questi resultati è data dall' A. appoggiandosi alla sua teoria del magnetismo già accennata in altra occasione (*N. Cim.* XVIII, 279).

J. Swinburne. *Nota sul metodo del prof.* Foster *per misurare il coefficiente d' induzione mutua fra due rocchetti.* — Con la modificazione proposta dall' A., si può far uso del metodo di riduzione a zero, eliminando così il galvanometro balistico.

L' induzione nel rocchetto secondario è compensata da un effetto contrario prodotto da una frazione nota e variabile della corrente primaria che circola in uno dei fili di un rocchetto a doppio avvolgimento e d' induzione mutua conosciuta, il cui secondo filo è riunito in serie col rocchetto secondario e col galvanometro. Per eliminare gli impulsi che ha il galvanometro se nei rocchetti vi è del ferro, basta far uso di un galvanometro ad ago pesante.

A. P. Chattock. *Su un potenziometro magnetico.* — Quando in un circuito magnetico non vi sono inversioni di forza magnetomotrice, la resistenza fra due punti è espressa dal rapporto della loro differenza di potenziale all' induzione totale che passa da un punto all' altro.

Se V è la differenza di potenziale fra due punti A e B di un campo magnetico, riuniti da una linea l qualunque, si ha

$$V = \int H \, dl ,$$

essendo H la componente della forza magnetica risoluta lungo l. Se in vece di due punti si hanno due superficie piane di area a, per la media differenza di potenziale V fra esse si avrà

$$a \overline{V} = \int V \, da = \int H \, dv ,$$

essendo v il volume del tubo di sezione costante $= a$, che riunisce A e B in un modo qualunque.

Se ora su quel tubo si avvolge un filo metallico, con n giri per unità di lunghezza, e se si fa variare H col tempo t, se non vi è sostanza magnetica nel tubo, si avrà nell' elica una forza elettromotrice

$$E = \frac{d}{dt}\iint H\, da\, dn = \frac{d}{dt}\, n \int H\, dv = na\frac{d\overline{V}}{dt}\,.$$

Quindi se il filo è connesso con un galvanometro balistico, e $\overline{V}$ si fa cambiare rapidamente da V_1 a V_2, la deviazione θ dell' ago sarà tale che

$$V_1 - V_2 = k \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\,.$$

È su questo principio che è fondato il potenziometro, che consiste in un rocchetto di filo isolato avvolto su un tubo flessibile di sezione costante, e in modo che vi sia un certo spazio fra una spira e l' altra, per poter piegare il tubo senza allungare il filo. Per misurare la differenza di potenziale fra le estremità di un magnete, un' estremità del rocchetto si tien fissa ad un capo del magnete, mentre si dirige rapidamente l' altra all' altro capo, e si osserva la deviazione prodotta al galvanometro. Per ottenere dei resultati in misura assoluta, si introduce l' elica in un rocchetto di n spire, si riuniscono i suoi estremi e s' interrompe una corrente C nel rocchetto, notando la deviazione del galvanometro; la forza magnetomotrice impiegata in questa esperienza è $4\pi n C$, e si può così trovare il valore di K nella formula precedente.

C. V. Burton. *Sulle dimensioni della temperatura, e su un' unità assoluta* C. G. S. *di temperatura.* — Poichè la temperatura è una quantità proporzionale all' energia molecolare, le sue dimensioni sono ML^2T^{-2}.

L' unità assoluta di temperatura sarà perciò la temperatura di un gas perfetto la cui energia media per molecola è un erg. L' A. calcola che quest' unità sia equivalente a circa 10^{18} gradi centigradi.

L' entropia, le cui dimensioni sono calore $\div$ temperatura, è quindi una quantità puramente numerica, indipendente dalle altre unità fisiche.

A. F. Sundel *Ricerche sull' analisi spettrale.* — Per poter rendere abbastanza luminosi gli spettri dei gas estremamente rarefatti, l' A. ha adoperato tubi lunghi m. 1,50, posti davanti allo spettroscopio nel senso della lunghezza. La scarica elettrica era

prodotta per mezzo di armature di stagnola poste in vicinanza delle estremità del tubo, e si avevano così delle scariche molto simili a quelle che avvengono in natura, e a temperatura assai bassa. L' indice, o la scala, dello spettroscopio consisteva in un vetrino coprioggetti, su una faccia del quale era stato spalmato dell' inchiostro di china e su cui erano state incise 5 linee finissime, parallele fra loro: l' altra faccia era spalmata con la tinta luminosa del Bolmain.

I gas esaminati furono aria, H, O e Ag, ma l' A. dà come definitivi solamente i resultati ottenuti per l' aria, perchè non gli fu possibile adoperare gas perfettamente puri.

L' aria cominciava ad esser luminosa alla pressione di 10 — 12 mm.; ma in vicinanza dell' armatura positiva cominciava già a 14 mm. di pressione. Avvicinando al tubo un conduttore in modo che fra esso e l' armatura scoccasse una scintilla, era possibile render luminosa l' aria anche a 50 mm. di pressione. Alla pressione di 8 mm. si presentò una peculiare stratificazione: cioè il 1.° quarto presso l' armatura positiva era fortemente luminoso; il 2.° quarto era assai luminoso, ma, indebolendosi nel centro, cominciava a dar luogo alla stratificazione che si osservava nel 3.° quarto, e che oscillava rapidamente. L' ultimo quarto, presso l' armatura negativa, era assai luminoso, ma senza stratificazione.

L' A. dà poi le lunghezze d' onda di 38 linee osservate per l'aria pura alla pressione da 0,2 a 1,2 mm. A rarefazioni maggiori, molte di quelle linee non si vedono, e alla pressione di 0,0013 mm. se ne presentano due sole ($\lambda = 0{,}0004700$ e $0{,}0004270$), quelle cioè che eran le più intense a pressioni maggiori. A pressioni minori di 0,0003 mm. non si presenta più luminosità; talchè allora il tubo non agisce più come conduttore, perchè l' aria non vi si trova più in quantità sufficiente.

G. A. Liebig. *Sulla forza elettrostatica necessaria alla produzione delle scintille nell' aria e in altri gas.* — Dalle curve che rappresentano i resultati ottenuti, si deduce che quantunque i valori della forza elettrostatica suddetta differiscano per i diversi gas, la forma generale delle curve che esprimono la relazione fra il potenziale e la lunghezza delle scintille è quasi la stessa per tutti i gas adoperati.

In qualche caso sembra esservi da principio una rapida caduta della forza elettrostatica per centimetro; ma poi il cambiamento diviene sempre più regolare. Pare che il valore dato da Sir W. Thomson, per il limite cui tende la forza per unità di lunghezza, sia alquanto più grande di quello che è osservato; ma la determinazione esatta ne è forse impossibile, per la tendenza che le scin-

tille hanno a scoccare da punti variabili quando la distanza fra i conduttori aumenta.

L' A. si propone di continuare le sue ricerche adoprando per reofori metalli diversi.

W. SUTHERLAND. *Sulla legge delle forze molecolari.* — L'A. continua la dimostrazione della sua legge: che due molecole qualunque di materia si attirano con una forza proporzionale al prodotto delle loro masse, e inversamente proporzionali alla quarta potenza della loro distanza, fondandosi sulla teoria della capillarità data dal Laplace.

Rappresentando la legge dell' attrazione con due termini $\frac{G}{r^2} + \frac{M}{r^4}$, tanto per le distanze molecolari quanto per quelle astronomiche, si sarebbe portati a ricercare se la legge della forza atomica o chimica non possa esser espressa da una o più potenze di $\frac{1}{r^2}$, che divenga cioè insensibile alle distanze molecolari, come il termine relativo alla distanza molecolare diviene insensibile per le distanze astronomiche, ammettendo che le distanze atomiche sieno eccessivamente piccole in confronto di quelle molecolari. Con questo concetto le molecole si potrebbero considerare come punti matematici, si rimuoverebbe quasi del tutto la difficoltà degli urti molecolari, e si potrebbe ritenere che tutte le azioni fra materia e materia fossero attrattive.

147. — Lord RAYLEIGH. *Sulle vibrazioni mantenute da forze esterne, e sulla propagazione delle onde in un mezzo la cui struttura varia periodicamente.* — L' A. mostra come possa applicarsi alle ricerche acustiche il metodo seguito da Hill e da Adams nella teoria dei moti lunari, nella quale vien data la soluzione dell' equazione

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \Theta w = 0.$$

essendo

$$\Theta = \Sigma_n \Theta_n e^{2int}$$

ove n è un numero intero, ed $i = \sqrt{-1}$, con $\Theta_{-n} = \Theta_n$.

In seguito indica come possa anche risolversi il caso in cui nell' equazione generale delle vibrazioni trasversali i coefficienti di d^2w/dt^2, di dw/dt e di w siano soggetti a variazioni periodiche, cioè dell' equazione

$$\Phi \frac{d^2 w}{dt^2} + \Psi \frac{dw}{dt} + \Theta w = 0$$

ove

$$\Phi = \Sigma \Phi_n e^{2int}, \ \Psi = \Sigma \Psi_n e^{2int}, \ \Theta = \Sigma \Theta_n e^{2int},$$

ed applica i resultati trovati al caso di un mezzo a struttura lamellare nel quale le proprietà meccaniche son funzioni periodiche di una delle coordinate, per es. al caso dei colori presentati dalle lamine sottili.

C. V. Burton. *Sul valore di γ per un gas perfetto.* — Se si prende una certa quantità di gas perfetto, il cui volume sia v, la pressione p, e l' energia molecolare W, l' elasticità isotermica del gas è

$$E_t = p.$$

Per trovare l' elasticità isentropica, si comprima il gas adiabaticamente in modo che il suo volume sia diminuito di dv, in modo cioè che dopo la compressione il suo volume sia $v - dv$ e la sua pressione sia $p + dp$. Se dW è il lavoro speso nella compressione, l' energia cinetica W_1 dopo la compressione sarà

$$W_1 = W + dW = W + pdv \text{ al limite.}$$

Ora, per relazioni note si ha:

$$pv = \frac{2}{3} W$$

$$p_1 v_1 = \frac{2}{3} W_1 = \frac{2}{3} (W + pdv)$$

e perciò

$$p_1 = \frac{\frac{2}{3}(W + pdv)}{v_1} = \frac{pv + \frac{2}{3} pdv}{v - dv}$$

$$= p\left(1 + \frac{2}{3}\frac{dv}{v}\right)\left(1 + \frac{dv}{v}\right) = p\left(1 + \frac{5}{3}\frac{dv}{v}\right)$$

da cui

$$dp = p_1 - p = \frac{5}{3} p \frac{dv}{v}$$

L' elasticità isentropica sara quindi

$$E_\phi = v\frac{dp}{dv} = \frac{5}{3} p = \frac{5}{3} E_t.$$

Ne resulta quindi che il rapporto γ fra le due elasticità, o fra i due calori specifici dei gas perfetti, è uguale a $\frac{5}{3}$.

C. V. Boys. *Su un' aggiunta al calorimetro a ghiaccio del Bunsen.* — L' A. fa osservare che se il calorimetro di Bunsen si riempie accuratamente con acqua bollita per scacciarne l' aria, e

si mette nel ghiaccio pesto artificiale, la piccola quantità di sale che resta nelle cavità basta per abbassare la temperatura del ghiaccio esterno al di sotto del punto di fusione del ghiaccio nel calorimetro, e quindi fa sì che le misure non sieno più esatte. Pel continuo contatto del ghiaccio esterno pesto colla superficie intera del recipiente, la conduttività pel calore è molto grande. La quantità di calore che passa attraverso le pareti è il prodotto fra la differenza di temperatura e la conduttività, e questo prodotto è reso piccolo col far piccolo uno dei fattori. Per render piccolo anche l'altro fattore, cioè la conduttività, pur lasciando la possibilità di accrescerla a piacere, l'A. ha provvisto l'apparecchio di un involucro di vetro, sostenendo i due tubi con un tappo sottile di guttaperca fissato nella parte superiore dell'involucro. Nel tappo vi è un terzo foro nel quale passa un tubo di vetro provvisto di robinetto. Se vi è fretta di raffreddare l'istrumento, si introduce dell'acqua di fusione del ghiaccio fino a riempire l'involucro, scacciando l'aria pel tubo provvisto di chiavetta. Soffiando per la chiavetta si può cambiar l'acqua una o due volte, cosicchè presto si può portare il calorimetro alla temperatura di zero. È essenziale che ambedue i tubi del calorimetro, (allungati se occorre) sieno circondati per lunghi tratti da ghiaccio, affinchè non si comunichi calore dall'esterno.

148. — C. NIVEN. *Di alcuni metodi per determinare e confrontare i coefficienti d'autoinduzione e d'induzione mutua.* — L'A. estende i metodi del prof. Forster e del Maxwell alla determinazione dei coefficienti d'induzione e al confronto del coefficiente di autoinduzione di un rocchetto con quello d'induzione mutua fra due altri, sia col ponte di Wheatstone che col galvanometro differenziale; ma non è possibile riassumer brevemente le formule necessarie.

E. C. RIMINGTON. *Nota sul confronto delle capacità.* — L'A. ha cercato in quali condizioni la corrente integrale, che passa per un galvanometro, incluso in un ponte di Wheatstone, è nulla all'aprire del circuito della pila, quando due rami contigui A e D del ponte contengono in derivazione dei condensatori di capacità K_1 e K_2, e mostra che deve essere

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{C}{B},$$

se C e B sono le resistenze dei rami opposti a A e a D. Se A e D divengono infiniti, non è necessario di stabilir l'equilibrio per correnti regolari; ma è necessario fare delle correzioni quando i condensatori disperdono dell'elettricità.

A. GRAY. *Dimostrazione elementare di alcuni teoremi sulle correnti nei sistemi di conduttori.* — Per mezzo delle note leggi di Kirchhoff l' A. dimostra: 1. In un sistema lineare di conduttori, due punti che sono a potenziali diversi possono esser riuniti, senza alterare la distribuzione, con un conduttore che contenga una f. e. m. uguale ed opposta all' anzidetta differenza di potenziale. 2. Se una f. e. m. contenuta in un conduttore, non produce nessuna corrente in un altro, l' uno o l' altro dei conduttori può esser tolto senza alterare la distribuzione nei rimanenti. 3. Una f. e. m. che si trova in un conduttore C_1 e che provoca una corrente in un altro conduttore C_p, provoca la stessa corrente in C_1 se è posta in C_p. 4. Se ad una corrente che entra da un punto A ed esce da un punto B, corrisponde una certa differenza di potenziale fra altri due punti C e D, a una corrente uguale che entri da C ed esca da D, corrisponde un' ugual differenza di potenziale fra A e B.

149. — J. BUCHANAN. *Sulla conduttività elettrica dei gas caldi.* — Due lamine di platino, di 2,5 cm.² furono affacciate, coi loro piani paralleli in posizione verticale, e riunite con le armature di un condensatore della capacità di 1 microfaraday. Questo fu caricato con una batteria di pile Leclanchè, e la carica era misurata con un elettrometro Thomson a quadranti. Dopo fu posta fra le due lamine una fiamma a gas, e si circondaron le lamine con un cilindro metallico di 10 cm. di diametro e alto 36 cm., derivato a terra, e poi si allontanava la pila e si determinava la carica del condensatore a uguali intervalli di tempo. Un polo della pila e una coppia di quadranti dell' elettrometro eran di poi posti a terra, l' altro polo della pila era unito con un' armatura del condensatore e con una delle lamine di platino, e la seconda armatura e l' altra lamina erano unite all' altra coppia di quadranti.

L' A. ha trovato così che la carica è espressa da una formula

$$y = a \cdot 10^{-\alpha + \beta t^2}$$

ove α, β ed a son costanti, e t è il tempo.

Se dalla diminuzione della carica del condensatore con la fiamma, si sottrae quella con la fiamma si ottiene per la resistenza del gas un valore di circa $600 \cdot 10^6$ ohm.

J. TROWBRIDGE e C. C. HUTCHINS. *Sull' esistenza dell'* O *e del* C *nel sole.* — Dal confronto delle righe nere dello spettro solare con le righe luminose della scarica elettrica ottenuta nell' aria fra due punte d' alluminio, osservate con un reticolo del Rowland, gli A. han dedotto che non si può dir nulla di certo sulla presenza dell' ossigeno nel sole, perchè la coincidenza di quelle linee, accennata da Draper, non è rigorosamente provata.

Dal confronto dello spettro solare con quello ottenuto colla scarica elettrica fra carboni di storta, gli A. concludono invece che si può ritenere che nel sole si trovi certamente del carbonio.

A. GRÜNWALD. *Su una relazione notevole fra lo spettro del vapor d'acqua e le righe spettrali dell' idrogeno e dell' ossigeno, sulla struttura chimica di questi due ultimi corpi, e sulla loro dissociazione nell' atmosfera solare.* — Dal confronto dei diversi spettri l' A. trovò che le lunghezze d' onda del secondo spettro dell' idrogeno, determinate da Hasselberg, sono uguali al doppio di quelle dello spettro del vapor acqueo, e ciò lo condusse a stabilire il seguente teorema generale, che trovò verificato anche in altri casi:

Sia a un elemento, che è combinato chimicamente con altri elementi in una sostanza gasosa A, e che occupa il volume $[a]$ nell' unità di volume di A. Sia la sostanza A combinata chimicamente con un' altra sostanza gasosa B, per formarne una terza C. In questa combinazione l' elemento a passi in un' altra condizione a', che occupi il volume $[a']$ nel corpo C; allora, come è noto, il rapporto $[a]:[a']$ è un numero razionale molto semplice. Ciò stabilito, le lunghezze d' onda λ di tutte le righe, che appartengono all' elemento a nello spettro della sostanza libera A, stanno con quelle λ' dei raggi corrispondenti che lo stesso elemento emette nella nuova condizione chimica a' in cui esso esiste nella sostanza più complessa A nel composto C, nello stesso rapporto che passa fra i volumi corrispondenti $[a]$ e $[a']$.

Nel caso che sia $[a] = [a']$, come per HCl, HBr etc. le lunghezze d' onda restano le stesse, ma cambia la loro intensità.

Ora l' A. ha trovato che le lunghezze d' onda delle righe dello spettro elementare dell' idrogeno possono dividersi in due gruppi (a) e (b); tali che le lunghezze d' onda di un gruppo (a) si trasformano nelle corrispondenti dello spettro del vapor acqueo, moltiplicandole per $\frac{19}{30}$, e quelle del secondo gruppo moltiplicandole per $\frac{4}{5}$. Da questo l' A. deduce che l' idrogeno è composto di due elementi (a) e (b); e poichè per i volumi $[a]$ e $[b]$, pel teorema precedente, si deve avere

$$[a] + [b] = 1$$

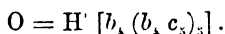
$$\frac{19}{30}[a] + \frac{4}{5}[b] = \frac{2}{3},$$

si ottiene

$$[a]:[b] = 4:1 \qquad [a] = \frac{4}{5} \qquad [b] = \frac{1}{5}$$

L' idrogeno avrebbe dunque per formula ba_4; e se a si ritiene monovalente, b sarebbe un corpo pentavalente analogo al nitrogeno che forma il radicale monovalente NH_4.

Nello stesso modo l' A. ritiene che l' ossigeno sia composto: di idrogeno nel suo stato molecolare più semplice H', quando cioè emette il secondo spettro, dell' elemento b sopra indicato, e di un altro elemento incognito c, tale che sarebbe

$$O = H' [b_4 (b_4 c_3)_3].$$

L' A. si è anche occupato delle linee della corona solare, in relazione con quelle dell' idrogeno.

150. — T. C. FITZPATRICK. *Sull' azione del solvente sulla conduttività elettrolitica.* — L' A. ha studiato la conduttività elettrica delle soluzioni di alcuni cloruri e nitrati nell' acqua, nell' alcol metilico e nell' alcol etilico. Nelle soluzioni acquose la conduttività dei diversi sali per quantità equivalenti son tutte dello stesso ordine, ad eccezione del $Hg\,Cl_2$ e del $Mg\,Cl_2$ che hanno contegno anormale. Per il $Fe_2\,Cl_6$ la conduttività non è proporzionale alla quantità di sale che si trova nella soluzione, forse a motivo della decomposizione che subisce, trasformandosi in cloruro ferroso.

Nelle soluzioni alcooliche la conduttività non è mai proporzionale alla quantità di sale disciolta, e varia molto da un sale all' altro. Quantunque l' alcol metilico conduca assai meglio dell' acqua, le soluzioni acquose conducono molto meglio di quelle alcooliche; talchè l' A. conclude che fra il sale e il solvente devon esserci delle azioni chimiche.

E. EDLUND. *Sulla teoria dell' induzione unipolare.* — Non ostante le obiezioni mosse ai suoi lavori da diversi fisici, l' A. continua a ritenere che la vecchia teoria dell' induzione unipolare non sia esatta, e fa notare specialmente che l' asserzione della vecchia teoria, che un magnete sia incapace di esercitare l' induzione in un conduttore col quale è rigidamente connesso, è contraria ai principii della termodinamica, e non può perciò esser sostenuta. Egli osserva che non è vero che un magnete che ruota attorno al proprio asse produca in un conduttore fisso un' induzione uguale ed opposta a quella che si avrebbe se il conduttore ruotasse attorno al magnete con velocità angolare uguale ed opposta; e dimostra invece che l' induzione che si ha nel primo caso è soltanto una piccolissima frazione di quella che si ha nel secondo caso. Ambedue queste induzioni sono peraltro tanto piccole, che è impossibile possan produrre delle correnti sensibili ai galvanometri, nemmeno se avessero ugual direzione.

151. — A. A. Michelson e E. W. Morley. *Sul moto relativo della terra e dell' etere.* — Nella teoria ondulatoria, secondo Fresnel, l' etere è supposto in riposo fuorchè nell' interno dei mezzi trasparenti, nei quali dovrebbe muoversi con una legge ben conosciuta. Già nel 1881 il Michelson fece delle esperienze per verificare quell' ipotesi di Fresnel; ma i risultati che ottenne non furon ritenuti decisivi, anche perchè, come fece osservare H. A. Lorentz, nei calcoli relativi non fu tenuto conto dell' influenza che il moto della terra esercita su un raggio luminoso che si propaghi normalmente al moto stesso.

Ora gli A. hanno ripetuto quelle esperienze, completando i calcoli secondo le osservazioni del Lorentz, ed hanno trovato che se realmente esiste un moto relativo fra l' etere e la terra, esso è in ogni caso piccolissimo (compreso fra $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{4}$ del moto terrestre); e ripetendo le misure dopo alcuni mesi (*Beibl.* XII, 1888) hanno potuto riconoscere che su di esse non ha influenza nemmeno il moto di tutto il sistema solare.

Il metodo usato nelle ricerche fu il seguente: Un fascio di luce, che si propaga nella stessa direzione del moto terrestre, cade, sotto un angolo di 45°, su una lastra piana di vetro; la parte che si riflette e quella che si trasmette sono raccolte su due specchi piani equidistanti, che le rimandano indietro sulla lastra di vetro, e dopo che l' uno l' ha riattraversata e l' altro si è su di essa nuovamente riflesso, i due fasci penetrano in un cannocchiale disposto sotto a quella lastra perpendicolarmente al raggio incidente primitivo, e nel quale si possono osservare le strie d' interferenza. Se l' apparecchio si ruota allora di 90°, la differenza di fase fra quei due fasci cambia di segno, e le strie d' interferenza, se l' etere non prende parte alla rotazione terrestre, debbono spostarsi di una quantità che si può calcolare, e che gli A. cercarono di render osservabile nel miglior modo, facendo rifletter più volte i raggi luminosi su diversi specchi opportunamente disposti. Lo spostamento osservato nelle frangie fu minore di quello calcolato, ed è per questo che gli A. conclusero che al più la velocità relativa dell' etere e della terra può esser $^1/_4$ di quella della rotazione terrestre.

Gli A. suggeriscono diversi altri metodi sperimentali, ed accennano anche ad alcuni metodi astronomici, come ad es. se mediante gli ecclissi dei satelliti di Giove si trovasse che la velocità di propagazione della luce è diversa quando Giove è in opposizione o in congiunzione, la differenza farebbe conoscere il moto del sistema solare non solo rispetto alle stelle, ma anche rispetto all' etere luminoso.

Detti. *Su un metodo per utilizzare la lunghezza d' onda della luce del sodio come unità pratica di lunghezza.* — Il metodo proposto consiste nell' osservare lo spostamento delle frangie d' interferenza che si presentano nelle esperienze precedenti, quando si sposta parallelamente a se stesso uno degli specchi su cui si fa riflettere la luce; perchè lo spostamento delle frangie e quello dello specchio stanno fra loro in un rapporto, che si può determinare assai facilmente.

Sir W. THOMSON. *Sull' uso della bilancia deci-ampère o centi-ampère nella determinazione delle forze elettromotrici delle pile voltaiche.* — L' A. osserva che per misurare le f. e. m. col metodo di compensazione ben noto, si può usare con vantaggio della bilancia che egli costruì per le misure elettriche assolute. Questa bilancia consiste essenzialmente in una coppia di rocchetti orizzontali, fissati alle estremità del giogo di una bilancia, e ciascun de' quali è mobile fra altri due rocchetti orizzontali. Regolando opportunamente la direzione delle correnti, questa bilancia può servire anche per correnti alternate e può dare misure esatte fino al centesimo di ampère, ciò che è più che sufficiente nelle comuni misure delle f. e. m.

Comptes Rendus, 1888.

(*Secondo semestre*).

1. — E. MERCADIER. *Sopra la determinazione delle costanti e del coefficiente di elasticità dinamica dell' acciaio.* — Nei *Conti resi* del 1887 l' A. indicò un metodo semplice per determinare il rapporto di λ a μ, le costanti di Lamé per un solido, ed in seguito per determinare il coefficiente di elasticità dinamica, fondandosi sulla teoria delle vibrazioni delle lamine circolari, del Kirchhoff. Per dischi di acciaio fuso, l' A. trovò $\lambda : \mu = 2$ e pel coefficiente di elasticità $q = 20608$.

Ora egli ha fatto quelle determinazioni per dischi dell' officina Creusot, facendo uso della formula di Kirchhoff, ove il numero delle vibrazioni è dato dalla grossezza, dal diametro, da q, dalla densità, dal numero delle nodali diametrali, da quello delle nodali circolari, e da una funzione teoricamente determinata. Le conclusioni dell' A. sono, che se $\lambda : \mu = 1$, l' acciaio di quei dischi non è isotropo, e che degli acciai molto differenti fra loro, come i molto dolci ed i duri, relativamente alle loro proprietà fisiche ed alla composizione chimica, differiscono poco relativamente a quel rapporto λ / μ.

E. BICHAT ed R. BLONDLOT. *Azione combinata del soffiamento e della illuminazione sopra gli strati elettrici che ricoprono i con-*

duttori. — Un disco ed una rete sono stati tagliati in una lamina di ottone e posti di fronte l' uno all'altro. Cade sul disco attraversando la rete, un fascio di luce elettrica proveniente dal carbone positivo che contiene un filo di alluminio. Il disco è in comunicazione con due quadranti dell' elettrometro, e gli altri due quadranti con la rete e col suolo. Allora il disco si carica positivamente, ossia perde elettricità negativa, ed ha un potenziale di 3 a 4 volt. Ma se si soffia una corrente d' aria contro il disco, la deviazione dell' elettrometro diventa 7 volte maggiore; se però il disco non è illuminato quella corrente d' aria non ha alcun effetto. Gli Autori si sono assicurati che quegli effetti non provengono da una carica esistente sul disco, perchè primitivamente il disco non era carico ed era fatto comunicar con la rete. Sostituendo un galvanometro, all' elettrometro, si osservano fatti analoghi. Allora il disco e la rete sono riuniti per mezzo del galvanometro e senza pila, e se si illumina il disco non si vede corrente. Se poi si soffia sul disco aria secca a 7 od 8 atmosfere, si ha una corrente e si vede che il disco perde elettricità negativa. Se si intercalano 60 elementi volta, col polo negativo al disco, la illuminazione produce, come è noto, una corrente: e se allora si soffia aria secca sul disco, la deviazione del galvanometro aumenta.

J. Chappuis e G. Maneuvrier. *Sul meccanismo dell' elettrolisi per correnti alternative.* — Si dice, che quell' elettrolisi col solfato di rame non è possibile perchè il rame precipitato dall' una è ridisciolto dall' altra corrente, inversa. Nei *Conti resi* del Giugno 1888 gli Autori giustificarono esperimentalmente quella spiegazione; ma ora essi hanno una nuova esperienza. Nel voltametro a fili di platino sta una soluzione concentrata di solfato di rame puro, e correnti alternanti di 2,5 amp. circa, non producono elettrolisi; ma se gli elettrodi si riducono grossi 0,1 millim. e 20 millim. in lunghezza, apparisce sviluppo gassoso e rame. La esperienza riesce anche con fili di rame. Par dunque che in questa elettrolisi si possa stabilire un equilibrio fra la velocità di decomposizione e quella ricombinazione, in modo che non si mostri elettrolisi. Qui gli autori espongono diverse considerazioni, concludendo che la facilità dell' elettrolisi dipende dalla natura degli elettrodi e dell' elettrolite, cosa che essi verificarono esperimentalmente, così come che il rallentamento delle alternative faciliti l' elettrolisi. Essi, in quelle esperienze, impiegarono delle macchine dinamo ad eccitatrice separata.

M. Pellat. *Applicazione del principio di* Carnot *alle reazioni endotermiche.* — M. Potier (*Journ. de Phy.* t. V.) per mezzo della ineguaglianza $\int \frac{dQ}{T} < 0$, dimostrò che una reazione endotermica

è possibile sol quando la temperatura dei corpi reagenti è maggiore di quella ove la reazione diventa reversibile (temperatura di dissociazione o di antidissociazione). M. Potier suppose che la temperatura di quei corpi reagenti fosse quella della sorgente di calore.

Bisogna distinguere la temperatura t di quei corpi dalla T della sorgente A, la quale fornisce per irraggiamento o per conducibilità, la energia necessaria alla reazione. T non può essere inferiore a t. Con questa distinzione, l'A. trae dal principio di Carnot una legge analoga, ma più generale di quella del Potier.

Sia un miscuglio esplosivo a, proveniente da una reazione endotermica nata da dei corpi b, p. es. del cloruro di azoto, o un miscuglio di ossigene e idrogene. Non si può aumentare indefinitamente la temperatura di a senza che la reazione exotermica, inversa alla precedente, avvenga e rigeneri il sistema b: a 500° un miscuglio di ossigene e di idrogene esplode rigenerando l'acqua; e al disotto di questa temperatura il cloruro di azoto si decompone. Sia T_1 la più bassa temperatura a cui la reazione exotermica si produce necessariamente. Ciò posto, ecco la legge.

1°. La temperatura T della sorgente A non può essere inferiore a T_1.

2°. Se la temperatura dei corpi reagenti è minore di T_1, quella T deve essere di tanto maggiore di T_1, quanto più la reazione è fortemente endotermica.

Se t è maggiore di T_1, poichè deve sempre aversi $T \geqq t$, sarà $T > T_1$, e la prima parte della legge è soddisfatta. Ecco la dimostrazione di questa prima parte nell'altro caso, cioè quando t è minore di T_1.

Grazie alla sorgente A, produciamo la reazione endotermica e la temperatura t; portiamo i prodotti a di questa reazione alla temperatura T_1, col mezzo del calore q dato dai rigeneratori di calore R; a T_1 la reazione ha luogo ed è creata una quantità di calore, che dai corpi sarebbe ceduta ad una sorgente B a T_1^0; i prodotti b di questa reazione sono in seguito raffreddati dai rigeneratori R, fino a t; essi cederanno così ad R una quantità di calore q' sensibilmente eguale a q; e facendo agire di nuovo la sorgente A, potremo ripetere indefinitamente tal ciclo di operazioni, pel quale il calore ad A a T è trasportato ad una sorgente B a T_1^0, senza altro trasporto di calore, poichè i rigeneratori ricevono ciò che hanno dato e senza fornire lavoro, e secondo il teorema di Clausius, equivalente al principio di Carnot, ciò non è possibile che quando $T \geqq T_1$.

Poichè la reazione exotermica a T_1 porta i prodotti b ad una temperatura T_2, tanto maggiore di T_1 quanto più la reazione è

endotermica, i *b* possono cedere ad una sorgente C del calore, a temperatura maggiore di T_1, ma minore di T_2. Con questa idea e col principio di Carnot, conoscendo T_1 e T_2, si arriva a determinare una temperatura K, tanto maggiore di T_1 quanto T_2 è più alta, e alla quale T deve esser superiore affinchè A possa fornire tutta la energia necessaria alla reazione endotermica, quando questa si produce ad una temperatura *t* inferiore a T_1.

Generalmente nei laboratori, la sorgente A è rappresentata soltanto dalle pareti dei vasi che contengono le sostanze reagenti, onde A è alla temperatura di queste sostanze; ed è il caso considerato dal Potier. Allora la temperatura di quei corpi deve, secondo la legge dell' A. esser superiore a T_1, affinchè la reazione avvenga, e, per conseguenza non si può produrre che nelle condizioni di reversibilità, come dice la legge del Potier.

Ciò dimostra la impossibilità di reazioni endotermiche in vasi opachi a basse temperature; ma questa impossibilità non esiste se si fa agire per irraggiamento una sorgente ad alta temperatura; e, infatti, si usa dire che è la *luce* che ha prodotta la reazione. L' acido carbonico dell' aria è decomposto, alla temperatura ordinaria, dalle parti verdi dei vegetabili, e il carbonio si unisce agli elementi dell' acqua. Questa è una reazione fortemente endotermica, per la quale cosa essa non può farsi che per l' irraggiamento di una sorgente ad alta temperatura: il sole.

Fin quì abbiamo fatta una traduzione letterale della Nota. La dimostrazione della seconda parte della legge, dimostrazione di cui quì è soltanto accennato il principio, si vedrà nel *Journ. de Phy.*

2. — E. Mercadier. *Sulla determinazione delle costanti e del coefficiente di elasticità dell' acciaio.* — È una continuazione dei lavori di cui tratta la Nota dello stesso Autore, quì più sopra riferita. Ancor quì sono presentati molti resultati numerici. L' A termina osservando che dall' insieme dei suoi studi risulta che converrebbe distinguere le proprietà *elastiche* propriamente dette, e manifestate nei fenomeni di vibrazione o altri, e dove le deformazioni non sono permanenti, dalle proprietà fisiche manifestate da deformazioni permanenti. Le seconde variano molto da un acciaio all' altro; e le prime pochissimo, ed avrebbero un solo coefficiente di elasticità, sia dedotto da misure statiche, sia dedotto da movimenti vibratori.

M. Sarrau. *Sulla propagazione del suono prodotto da un' arma a fuoco.* — M. Journée spiegò (tomo CVI dei *Conti resi*) l' apparente aumento di velocità nel suono, nel tiro dei proiettili, ammettendo che il proiettile sia in ogni istante del suo moto il centro di una vibrazione sonora. Così il primo suono inteso, non è

quello della detonazione, ma quello emesso dal proiettile in un certo punto della sua traiettoria. Quel punto fu determinato dall'A. (vedi *l. c.*) con la condizione che la retta che lo congiunge con l'osservatore, faccia con la direzione della tangente alla trajettoria in quel punto, un angolo il di cui coseno è il rapporto della velocità del suono alla velocità del proiettile.

Le formule usate in Balistica danno, per mezzo di quella proprietà, il valore dell'intervallo di tempo che passa fra l'istante del tiro e la sensazione della prima onda sonora, per un dato osservatore; e si son fatte a proposito molte esperienze nel campo di Chalons, che diedero dei resultati sensibilmente conformi alle previsioni del calcolo

E. Bouty ed L. Poincaré. *Nuovo metodo di misura delle resistenze elettriche dei sali fusi.* — Uno degl' Autori ha adoperato, per quella misura, un metodo che essenzialmente consiste nel prendere, per mezzo di boccette chiamate dagl' Autori stessi *boccette-elettrodi* (*flacon électrodes*), la differenza di potenziale fra le estremità di una colonna capillare di liquido, contenuta in un tubo capillare terminato da imbuti. Questo tubo è tenuto a temperatura costante in un bagno isolante.

Per applicar tal metodo ai sali fusi ad alte temperature si incontrano gravi difficoltà; quali derivano dal vetro che diventa conduttore ad alte temperature, e dal non potere far uso di un bagno di una sostanza organica isolante, che sarebbe decomposta ad alte temperature. Ed inoltre non si potrebbero impiegare direttamente quei suddetti *flacons*. Per rimediare a tali inconvenienti, gli Autori hanno fatto uso di un bagno di aria, ed hanno modificati quegl' elettrodi. Nella Nota è descritto, anche con un certo dettaglio, l'apparecchio; ma stimiamo che, se anche ne facessimo la traduzione letterale, per la mancanza di una figura, quella descrizione stenterebbe ad esser capita.

Furon fatte molte esperienze, e la Nota contiene, a modo di esempio, i resultati avuti con l'azotato di potassa fuso, i quali conducono alla formula:

$$c = 0{,}7241\,[1 + 0{,}005\,(t - 350)].$$

A. Stoletow. *Seguito delle ricerche actinoelettriche.* — L'A. ha fatto costruire nel modo seguente il suo, già ben noto, *condensatore a reticolo.* È una cassetta cilindrica alta, in millimetri, 46 ed 87 in diametro. La parete cilindrica è in vetro verniciato a lacca. Le basi sono formate, da un lato con un anello metallico che regge una bella lamina di quarzo (69 in diametro e grossa 5) e, dall'altro lato, la base è fatta da un pezzo di metallo attraverso il quale gira una vite micrometrica, del passo $0^{mm},36$. La

estremità inferiore della vite porta un disco piano, in ottone argentato, quasi dello stesso diametro del quarzo; ed è l'armatura negativa del condensatore. La superficie interna del quarzo è argentata, e rigata come un reticolo di diffrazione; ed è l'armatura positiva. Così si possono avvicinare le armature a distanze piccolissime. Da fori fatti nella cassetta, si possono introdurre gas a date pressioni. Furon fatte per ora alcune esperienze; la distanza fra le armature essendo $0^{mm},72$ e la forza elettromotrice quella di 100 elementi zinco-acqua-rame. Si riempiva la cassetta di differenti gas secchi, e si misurava la corrente actino-elettrica, togliendo lo scherma davanti alla lanterna. Non fu trovata differenza fra l'aria secca, l'aria umida e l'idrogeno, alla pressione ordinaria, ma con l'acido carbonico la corrente raddoppiava. Furon studiati specialmente l'aria e l'acido carbonico secchi, diminuendo la pressione fino all'estremo limite. Il carattere generale del fenomeno restava lo stesso per i due gas; la corrente cominciava col crescere, poi arrivava ad un massimo per 3 o 4 millimetri di pressione, quindi diminuiva. L'A. sta continuando le sue ricerche.

G. Maneuvrier ed J. Chappuis. *Sulle detonazioni spontanee nell' elettrolisi dell' acqua con correnti alternative.* — Avvengono quando si vuol raccogliere il gas con una provetta rovesciata sopra l'elettrode, nel modo solito, e può essere pericolosa quando il volume gassoso arriva a 25 o 30 centimetri cubi. Avviene quando la provetta empiendosi di gas, il filo di platino emerge quasi totalmente dal liquido. Gli Autori citano delle antiche esperienze di De la Rive e del Bertin, che però non diedero la spiegazione del fatto.

Il gas, dissero gli Autori, deve esplodere quando, come tutti i miscugli esplosivi, comunica con uno o più punti incandescenti; ed il filo di platino, elettrode, può divenire incandescente in virtù della sua emersione dal liquido, per l'aumento di densità della corrente, della resistenza, e per il non esser più raffreddato dal contatto del liquido. Ed infatti gli Autori resero visibile tale incandescenza, con vari modi. P. es. introducendo gli elettrodi nel liquido, dall'alto al basso, per la superficie libera del liquido, immergendoli più o meno. Se si immerge la sola punta, questa diventa incandescente, e infiamma i gas che vi si sviluppano.

MM. Mallard e Le Chatelier. *Sui modi di tiraggio dei colpi di mina nelle mine a grisou.* — Gli Autori hanno potuto calcolare la temperatura che devono avere i gas nell'istante della esplosione, prima di avere avuto tempo di raffreddarsi. Per fare tal calcolo, essi hanno applicati ai gas prodotti dalla reazione, i valori dei calorici specifici gassosi, quali risultarono dalle loro esperienze anteriori (*Conti resi* 1882, *Ann. delle mine* 1883).

La esattezza delle temperature, così calcolate, fu verificata confrontandole coi resultati ottenuti da varii esperimentatori, relativamente alla pressione sviluppata in un caso chiuso dalla detonazione di un esplosivo.

Infatti, se ϖ è il peso dell'esplosivo, V il volume in litri della provetta in cui avviene la esplosione, P la pressione in chilogrammi sviluppata nella provetta, per centimetri quadrati, T la temperatura assoluta della esplosione, v_0 il volume in litri, ridotto a zero gradi ed alla pressione normale, dei gas della esplosione, u il coefficiente chiamato *covolume*, se la temperatura è alta e il volume non troppo piccolo, si può calcolare P con la formula

$$\text{(1)} \qquad P = \frac{f\Delta}{1 - \alpha\Delta}$$

ove $\Delta = \varpi/V$, $\alpha = uv_0/\varpi$, $f = \dfrac{1{,}0333\, V_0 T}{273\,\varpi}$. La (1) è dedotta dalla espressione caratteristica dovuta a Clausius. Dai valori di u, calcolati per diversi gas dal Sarrau per mezzo delle esperienze di Amagat, gli Autori hanno dedotto che questo coefficiente deve avere, con molta approssimazione, lo stesso valore per tutti i gas, ed uguale a 0,001.

Le esperienze del Sarrau e del Vieille, sulle pressioni sviluppate dalla cellulosa undecanitrica, l'azotato di ammoniaca, etc... verificano esattamente la (1), e ciò dimostra che la legge del covolume è applicabile anche a temperature prossime a 3000° ed a pressioni maggiori di 7000 atmosfere. Dunque entro questi limiti, almeno per i gas prodotti dagl'esplosivi, tutto avviene, *come se le molecole gassose avessero un volume invariabile, lo stesso per tutte, e circa uguale al volume gassoso a zero sotto la pressione atmosferica.*

Gli Autori inoltre verificarono che per gli esplosivi dei quali i gas contengono, relativamente all'acido carbonico ed al vapore di acqua delle quantità relativamente deboli di gas, perfetti, come p. es. la dinamite ed il miscuglio di fulmi-cotone e di azotato di ammoniaca, l'accordo era perfetto fra gli f osservati e gli f dedotti dalla temperatura di combustione, calcolata con le espressioni trovate dagl'Autori del calorico specifico di CO^2 ed H^2O.

Quando i gas perfetti sono in maggior quantità, come nel caso del fulmi-cotone e dell'acido picrico, la differenza fra quegl'f arriva al 10 per cento; ma sarebbe molto maggiore ammettendo che il calore specifico molecolare dei gas perfetti non variasse con la temperatura. Per rappresentare le osservazioni bisognerebbe, al contrario, che il coefficiente b della formula $c = a + bt$, che per i gas perfetti, e che secondo gli Autori sarebbe uguale a 0,0006, do-

vesse elevarsi fino a 0,0013. L'aumento, con la temperatura, del calorico specifico dei gas perfetti, quale resulta dalle esperienze degl' Autori e da quelle del Berthelot e del Vieille, è dunque confermato decisamente dalle osservazioni del Sarrau e del Vieille sulle pressioni sviluppate dalla detonazione degl' esplosivi in un vaso chiuso.

Una Commissione per le sostanze esplosive, che fece delle esperienze nella polveriera di Sevran-Livry, arrivò a delle conclusioni confermanti quelle degl' Autori. Ella trovò che le sostanze esplosive, detonando in mezzo a dei miscugli *grisouteux* non possono infiammarli che quando la loro temperatura di esplosione eccede circa 2200°. Gli Autori stabilirono che la temperatura di infiammazione di questi miscugli poteva essere fissata a 650°, ma però osservarono che questi miscugli mostrarono un ritardo considerevole alla infiammazione; ed è a questo ritardo ed al raffreddamento rapidissimo dei gas generati ad alta pressione nella esplosione, che deve attribuirsi la differenza fra 2200° e 650°.

La Nota seguita con altre considerazioni sulle esperienze di quella Commissione, ma dobbiamo contentarci di aver dato il sunto della parte più importante della Nota medesima.

3. — LADISLAS NATANSON. *Sopra una spiegazione di una esperienza di* Joule, *secondo la teoria cinetica dei gas.* — È la celebre esperienza sulla dilatazione di un gas senza eseguire lavoro; e dal resultato di questa esperienza trasse l' Hirn una obbiezione contro la teoria cinetica dei gas (*Mém. de l' Acad. r. de Belgique*, t. XLVI). In questa Nota l' A. fondandosi sui lavori del Maxwell, analizza completamente quella esperienza, difendendo così quella teoria.

A questa Nota segue immediatamente, nei *Conti resi*, un' altra dell' Hirn stesso nella quale egli osserva aver già esposte nove obbiezioni capitali a quella teoria, senza che a nessuna di esse si sia ancor nulla opposto. Nessuno ha ancor saputo dimostrare in che egli si sia potuto ingannare; e così l' Hirn continua ad affermare che la teoria cinetica dei gas ha fatto il suo tempo.

È ben evidente che qui ci converrebbe fare non un sunto, ma bensì una traduzione letterale di queste Note; ed anche questa, che pur ce lo vieterebbe il difetto di spazio, non basterebbe per definire esattamente lo stato della questione sollevata dall' Hirn.

A. BERGET. *Sulla conducibilità termica del mercurio al disopra di* 100°. — L' A. fece già tale studio da 0° a 133°, ed ora lo ha fatto fino a 300°. Fece uso del metodo delle temperature stazionarie, operando con colonne di mercurio garantite dalla perdita laterale per mezzo di un *cilindro di guardia* pure di mercu-

rio. Se il coefficiente K di conducibilità termica fosse costante, la distribuzione delle temperature nella colonna sarebbe lineare, altrimenti nò. In generale si avrebbe $K = \phi(t)$ ma ammettendo che ϕ sia di primo grado in t, la distribuzione di dette temperature sarà parabolica. Così l'A. misura esperimentalmente la variazione α di K misurando delle temperature, e trova $\alpha = -0{,}00045$.

M. NEGREANO. *Misura delle velocità di eterificazione, per mezzo delle conducibilità elettriche.* — In una Nota dei *Conti resi* (11 Giugno 1888) l'A. mostrò potersi far quella misura per un miscuglio a parti uguali di alcool e di acido acetico, misurando col metodo elettrometrico di Lippmann la resistenza elettrica del liquido. Ora egli applica lo stesso metodo per masse reagenti di alcool e di acido acetico, a diversi numeri di equivalenti. Questo metodo è certamente molto ingegnoso, ma la Nota non è suscettibile di un sunto.

CHARLES SORET. *Sulla misura degl' indici di refrazione dei cristalli a due assi, mediante la osservazione degl'angoli limiti della riflessione totale sopra due faccie qualunque.* — Generalmente, per quella determinazione si opera sopra una faccia tagliata parallelamente ad un asse di elasticità. Dei quattro valori, massimi e minimi, dell' angolo limite I, ve ne son tre che danno i tre indici principali mediante la formula $n = \mu$ sen I, ove μ è l' indice del mezzo esterno. Si riconoscono quei tre valori, sia ripetendo l'operazione sopra un' altra faccia paralella ad un altro asse, sia osservando le condizioni di polarizzazione dei due raggi. Ma se la faccia contiene due dei tre assi di elasticità, due dei quattro valori sono uguali, e tutto è determinato.

Ora lo stesso metodo vale per una faccia qualunque del cristallo, se la curva di intersezione di questa faccia con la superficie d' onda di Fresnel è una curva convessa in tutti i suoi punti. Faccie non soggette a quest' ultima condizione e che passano vicino ad un punto ombelicale, e non sono paralelle ad un asse di elasticità, esigono avvertenze speciali, e non ne tratta la Nota. Per altre faccie, la sola differenza, nel caso finora considerato, è che i massimi ed i minimi dell' angolo limite generalmente non sono più in piani di incidenza rettangolari fra loro. Questa generalizzazione, che evita grandi difficoltà, riposa su tre proposizioni.

1°. Sopra ogni sezione diametrale della superficie d' onda, tre dei quattro raggi vettori, massimi e minimi sono respettivamente uguali alle tre velocità principali. Questo teorema può essere in difetto per delle sezioni che passano per un punto ombelicale, ma la sua dimostrazione analitica è facile, benchè non sviluppabile in una semplice Nota.

2°. Sopra ogni sezione diametrale, che non passa vicino

a punti singolari della superficie d'onda, la quantità V, dedotta dall' angolo limite I di riflessione totale in un mezzo di indice $\frac{1}{v}$ con la formula

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{v} \text{sen I}, \tag{1}$$

è il raggio vettore, compreso nel piano di incidenza, della polare della intersezione della superficie d'onda col piano considerato.

Infatti la costruzione di Huyghens fa vedere che al limite della riflessione totale il raggio refratto è compreso nel piano refrangente, e che la quantità V/sen I è la proiezione, sul piano di incidenza, della velocità di questo raggio. Il teorema però è in difetto vicino ai punti ombilicali.

3°. Sopra ogni sezione che taglia la superficie d'onda secondo una curva convessa, i massimi e minimi della polare si confondono con quelli della intersecazione medesima. Qui l'A. riferisce una dimostrazione del Cellerier, più semplice di quella a cui dapprima era pervenuto l' A.

Si conclude, che la V ottenuta sostituendo nella (1) i valori degl' angoli limiti di riflessione totale massimi e minimi sono, in virtù della seconda proposizione, i raggi vettori massimi e minimi della polare di intersezione della superficie d' onda col piano refrangente; e sono uguali, in virtù della terza proposizione, ai raggi vettori massimi e minimi della intersezione stessa; e tre di essi, in virtù della prima proposizione, sono uguali alle tre velocità principali della luce nel cristallo, o ai valori inversi dei tre indici principali di refrazione.

4. — A. BERGET. *Misura dei coefficienti di conducibilità termica dei metalli.* — È una applicazione del metodo più sopra, esposto nel fascicolo 3° dei *Conti resi*, al caso dei metalli. L' A. ha trovato i coefficienti seguenti.

Rame rosso .	1,0405
Ottone . . .	0,2625
Ferro . . .	0,1587.

5. — M. KREBS. *Sopra un telefono a campo magnetico chiuso, con lamina a sezioni cilindriche concentriche ed eguali.* — L' A. ha procurato che le variazioni magnetiche, per mezzo delle quali si ha il suono, siano le più grandi possibili; e nel suo telefono le ampiezze delle vibrazioni è molto grande. Così, dice l' A. si possono costruire telefoni molto potenti. Ma la Nota non contiene una sufficiente descrizione dell'apparecchio.

M. GOUY. *Sulla conservazione della elettricità e la termodinamica.* — L' A. si è proposto di riunire il principio della conser-

vazione della elettricità a quello della termodinamica, partendo dalla prima legge delle azioni elettriche; ma questa Nota non è suscettibile di un sunto.

E. BOUTY ed L. POINCARÉ. *Sulla conducibilità elettrica dei miscugli di sali fusi, e sul caso particolare dell' azotato di potassa e dell' azotato di soda.* — Gli Autori hanno studiato se era possibile il dedurre la conducibilità elettrica di un miscuglio di sali fusi, senza azione chimica, dalle conducibilità proprie ad ognun di quei sali; ed hanno scelti quei due azotati, perchè fusi presentano proprietà fisiche sensibilmente identiche, onde era sperabile che la conducibilità del loro miscuglio obbedisse ad una legge semplice.

La conducibilità dell' azotato di potassa, fra 330 e 500°, è rappresentato dalla formula (1) $c = 0{,}7241\ (1 + 0{,}005\ (t - 350))$; e quella per l' azotato di soda, fra 325 e 380°, da (2) $c' = 1{,}302\ (1 + 0{,}00497\ (t - 350))$. Sono formule già determinate dagli Autori, in lavori più sopra riferiti.

Le densità essendo le stesse, la composizione in volumi di un miscuglio si confonde con la composizione in pesi. Se dunque p e q sono i pesi dei due sali, è da ricercare se la conducibilità c'' del loro miscuglio fra 300 e 400°, potesse esprimersi dalla formula (3) $(p+q)\ c'' = (0{,}7241 . p + 1{,}302, q)(1 + 0{,}005\ (t - 350))$ che esprima la media fra le conducibilità dei due sali.

Le esperienze degl' Autori giustificarono pienamente tale previsione.

BICHAT e GUNTZ. *Sulla produzione dell' ozone per scariche elettriche.* — Gli Autori studiarono le circostanze che influiscono sulla produzione dell' ozone nelle scariche elettriche. Un sottilissimo filo di platino è teso lungo l' asse di un cilindro pure di platino, nel qual cilindro passa una corrente lenta di ossigene a pressione costante. Il filo è unito a l' un dei poli di una macchina di Holtz e con un elettrometro assoluto; e il cilindro comunica con la terra attraverso un galvanometro. Esperienze fatte l' eflusso negativo dava una quantità di ozone maggiore che con l' eflusso positivo. Un risultato analogo si ottiene facendo agire sull' ossigeno l' eflusso fra una punta di platino ed un disco di platino. L' eflusso negativo è più caldo del positivo, e forse si potrebbe spiegare quella differenza nelle quantità di ozone, ammettendo che l' ozone sia prodotto da un innalzamento di temperatura, e non al passaggio dell' elettricità. Il peso di ozone formato, con una medesima corrente di ossigene aumenta col potenziale. Gli Autori descrivono alcune esperienze col tubo a ozone del Berthelot, le quali provano che l' ozone non è dovuto alla polarizzazione dell' ossigeno, considerato dielettrico; e inoltre, che non vi ha alcuna

semplice relazione fra il peso di ozone ottenuto e la differenza di potenziale fra le armature, fra le quali avviene la scarica.

Con l' apparecchio semplice degl' Autori, il galvanometro misurava l' eflusso, e l' elettrometro il potenziale; e dall' ozone ottenuto si dedûceva il calore consumato per la sua formazione. Si trovò che di 250 piccole calorie fornite dalle scariche, con un potenziale corrispondente a 9 millimetri di distanza esplosiva, una sola caloria fu consumata per produrre l' azione. Fu dunque molto debole il rendimento di quell' apparecchio; mentre col tubo ad ozone del Berthelot il rendimento fu considerevole.

6, 7. — M. COUETTE. *Sopra un nuovo apparecchio per lo studio dell' attrito dei fluidi.* — Un cilindro A verticale e di rame, ruota attorno al suo asse con velocità uniforme mediante un motore Gramme; ed i suoi giri sono indicati da un registratore Marey. Un secondo cilindro verticale B sta nell' interno di A, il suo asse coincide con quello di A, ed è sostenuto da un filo di torsione. Due cilindri di guardia, fissi, prolungano la superficie di B, che si può considerare tagliato sopra un cilindro indefinito. Il fluido che sta fra A e B, è trascinato da A onde fa ruotare anche B; ma si mantiene B nella sua posizione torcendo il filo di un dato angolo. Dalle equazioni del Navier si ricava facilmente la seguente formula

$$\varepsilon = \frac{k\,(R_1^2 - R_0^2)\,T}{24\pi h\, R_0^2\, R_1^2 .\, N}, \tag{1}$$

ove, T l' angolo di torsione, N il numero dei giri di A al minuto, π il rapporto della circonferenza al diametro. Le altre grandezze sono valutate secondo C. G. S., e sono: ε il coefficiente di attrito interno del fluido, k il coefficiente di torsione del filo, R_0 il raggio esterno di B, h la altezza di B, R_1 il raggio interno di A.

Secondo quella formula il rapporto T/N deve essere indipendente da N; ora l' A. ha fatto delle esperienze per l' aria atmosferica, ed ha veduto che quel rapporto aumenta lentamente con la velocità. Tale aumento è maggiore per l' acqua; ma pare provenga dalle imperfezioni inevitabili nella costruzione dell' apparecchio; e qui l' A. mostra come col mezzo di dati esperimentali si può correggere l' errore che ne risulterebbe nel valore di ε.

X.

PATTI D' ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni* — *Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXV.

MARZO e APRILE

Pubblicato il 28 Aprile 1889.

1889

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

DI UN NUOVO MODELLO DI ELETTROMETRO A QUADRANTI E DELL' APPLICAZIONE DELLE CORRENTI DI FOUCAULT ALLO SMORZAMENTO DELLE OSCILLAZIONI DEGLI ELETTROMETRI; NOTA DEL PROFESSOR LUIGI DONATI [1]).

(*Mem. dell' Accad. delle Scienze di Bologna* t. VIII).

III.

L' idea da cui fui guidato in questo studio si fu quella di ricercare se non fosse possibile, lasciando intatte tutte le parti che propriamente costituiscono l' elettrometro, di sostituire alle specie di freno rappresentato dalla laminetta di platino che si muove in seno all' acido solforico un freno, dirò così, *elettromagnetico* costituito da un pezzo metallico conduttore che si muove in un campo magnetico. Nessun dubbio naturalmente sul principio in sè: ma si trattava di vedere se la cosa era pratica; vale a dire se era possibile per questa via di conseguire uno smorzamento sufficiente, con mezzi semplici e conciliabili colle funzioni di un apparecchio elettrometrico. Su ciò la risposta doveva chiedersi direttamente alla esperienza; e così io feci, servendomi a tal ufficio dell' elettrometro che ho descritto or ora.

Per adattarlo più comodamente a questo studio ho sostituito alla sospensione bifilare l' unifilare con sottile filo metallico, cambiando l' apparato di sospensione S nell' altro rappresentato dalla figura III. Il pezzo metallico *t* di attacco del filo è portato da un sostegno isolante *i*, ed è in relazione coll' esterno mediante una asticella metallica *h* ripiegata come si vede nella figura, la quale passa attraverso un foro del coperchio, senza toccarlo, per la solita ragione dell' isolamento. Un otturatore scorrevole lungo l' asticella serve a chiudere il foro quando non si adopera l' istrumento. Il tutto è sorretto dal coperchio del tubo, e può alzarsi od abbassarsi a mezzo di una vite di richiamo, come si vede dalla figura.

Ho poi tolto la parte inferiore C' della cassa cilindrica ed il trepiede; ed ho fatto riposare provvisoriamente l' istrumento

1) *Continuaz. e fine.* V. pag 61.

sopra una platina di vetro che fa da coperchio ad un vaso cilindrico a bordo smerigliato. La platina ha nel mezzo un' apertura circolare attraverso alla quale passa il prolungamento dell' ago che scende nel vaso inferiore, dove si produce il campo magnetico, e che porta in basso l' appendice metallica *s* destinata all' ufficio di freno elettromagnetico. Il detto prolungamento consiste in un' asticella di vetro, onde l' appendice *s* rimane isolata dall' ago, il quale comunica con l' esterno dall' alto per mezzo del filo metallico di sospensione. Ne è risultato così un apparecchio provvisorio di studio rappresentato schematicamente dalla fig. II.

Nelle prime prove mi servii per la produzione del campo magnetico di una elettrocalamita. Ma ciò solo in via di scandaglio: poichè è chiaro che sarebbe una soluzione poco pratica quella che implicasse l' uso di elettrocalamite. Adoperai un' elettrocalamita di forma speciale fatta costrurre apposta per tale ufficio, i cui rocchetti erano fasciati esternamente da un involucro metallico, che era mantenuto in comunicazione col suolo unitamente al nucleo di ferro, per evitare azioni elettrostatiche. Essa era contenuta nell' interno del vaso, e i fili adduttori della corrente passavano attraverso fori praticati nella parete. Constatai subito che si otteneva già uno smorzamento sufficiente anche con correnti relativamente deboli, cioè con un campo magnetico di moderata intensità; e riconobbi la possibilità di risolvere il problema con delle calamite permanenti di moderate dimensioni, tali cioè da non riuscire troppo ingombranti e potersi facilmente adattare a tutti gli ordinarii elettrometri. Prendendo allora a sperimentare con calamite d' acciaio, dopo una serie di prove fatte variando la forma e le dimensioni sia delle calamite sia dell' appendice, venni infine alla disposizione indicata nella figura II, che è quella che mi ha servito per le ultime determinazioni.

L' appendice o freno consiste in un pezzetto *s* di alluminio a forma di piastrina rettangolare molto allungata e stretta, che si muove fra le branche *m, m* di una calamita a ferro di cavallo, ravvicinate fra loro in guisa che fra le superficie polari, che sono piane, parallele e verticali, interceda un piccolo spazio, giusto quanto basta per lasciare libero movimento intorno all' asse verticale alla piastrina *s*; la quale nella posizione di riposo dell' ago si dispone nel piano della calamita, cioè parallelamente alle linee

di forza. La forma adottata per l'appendice ha per iscopo di diminuire quanto è possibile il suo momento d'inerzia e di accrescere l'intensità del campo magnetico ravvicinando i poli della calamita. Invece di una piastrina serve egualmente bene anche un cilindretto, col quale non vi è bisogno di orientamento; e quanto al metallo, invece dell'alluminio (che è quello che a parità di peso ha la minore resistenza elettrica) può usarsi anche il rame o l'argento.

Per precisare le condizioni del fenomeno giova ricorrere alla teoria delle oscillazioni di un sistema (ago) soggetto a smorzamento. Indicando con

M il momento d'inerzia dell'ago,
L la forza di torsione,
F la forza di smorzamento per l'unità di velocità angolare,
ξ l'angolo di deviazione,
t il tempo,

si ha per definire il movimento la nota equazione differenziale

$$M \frac{d^2\xi}{dt^2} + F \frac{d\xi}{dt} + L\xi = 0$$

che integrata, e determinando le costanti con la condizione che

$$\text{per} \quad t = 0 \quad \text{sia} \quad \xi = \xi_0, \quad \frac{d\xi}{dt} = 0,$$

dà

$$\xi = \xi_0 \left\{ \frac{x_2}{x_1 - x_2} e^{x_1 t} - \frac{x_1}{x_1 - x_2} e^{x_2 t} \right\}$$

essendo x_1 e x_2 le radici dell'equazione

$$Mx^2 + Fx + L = 0.$$

indicando con R il modulo di $\sqrt{F^2 - 4LM}$, poniamo

$$(1) \qquad F/2M = \alpha, \qquad R/2M = \beta;$$

e distinguiamo i tre casi:

di $F^2 - 4LM < 0$, di $F^2 - 4LM = 0$, di $F^2 - 4LM > 0$.

Nel 1° caso le radici x_1 e x_2 sono immaginarie

$$\left(x_1 = -\alpha + i\beta, \quad x_2 = -\alpha - i\beta: \quad \alpha^2 + \beta^2 = \frac{L}{M}\right)$$

e si ha

$$\text{(I)} \qquad \xi = \xi_0 e^{-\alpha t} \left\{ \cos\beta t + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{sen} \alpha t \right\}.$$

In questo caso il moto è oscillatorio, e i massimi delle elongazioni da una parte e dall' altra della posizione di equilibrio corrispondono a tempi t_n pei quali sia

$$\operatorname{sen}\beta t_n = 0 \quad \text{cioè} \quad t_n = \frac{n\pi}{\beta} \ (n \text{ numero intero}).$$

La durata T di un' oscillazione ($T = t_n - t_{n-1}$) è data da

$$\text{(2)} \qquad T = \frac{\pi}{\beta};$$

e l' ampiezza delle elongazioni corrispondenti ai tempi t_n, da

$$\xi_n = \xi_0 e^{-\alpha t_n} = \xi_0 e^{-n\alpha T}.$$

Il rapporto ξ_{n-1}/ξ_n di due ampiezze successive è costante e uguale a $e^{\alpha T}$, e il *decremento logaritmico* λ è

$$\text{(3)} \qquad \lambda = \alpha T.$$

Per $F = 0 \left(\alpha = 0, \ \beta = \sqrt{\frac{L}{M}}\right)$ si ha il moto oscillatorio libero, cioè senza smorzamento. La sua equazione diviene

$$\text{(I)}_a \qquad \xi = \xi_0 \cos\beta t \qquad \left(\beta = \sqrt{\frac{L}{M}}\right).$$

L' ampiezza delle elongazioni è costante ($\lambda = 0$) ed uguale a ξ_0, e la durata τ di un' oscillazione libera è data da

$$\text{(4)} \qquad \tau = \pi \sqrt{\frac{M}{L}}.$$

Per F crescente da 0 fino a $2\sqrt{LM}$, β decresce, e T e λ crescono fino a divenire infiniti per $F = 2\sqrt{LM}$.

A questo punto si è nel 2° caso, che rappresenta il limite fra gli altri due. Le radici sono eguali

$$\left(x_1 = x_2 = \alpha;\ \beta = 0,\ \alpha = \sqrt{\frac{L}{M}}\right);$$

e il movimento la cui equazione si riduce a

$$\text{(II)} \qquad \xi = \xi_0 e^{-\alpha t}(1 + \alpha t), \quad \left(\alpha = \sqrt{\frac{L}{M}}\right)$$

non è più oscillatorio ma *aperiodico* (periodo infinito).

Per valori di F ancora più grandi si entra nel 3° caso. Le radici sono reali $\left(x_1 = -\alpha + \beta,\ x_2 = -\alpha - \beta:\ \alpha^2 - \beta^2 = \frac{L}{M}\right)$, e si ha un moto aperiodico (periodo immaginario) via via più lento, rappresentato dall'equazione

$$\text{(III)} \qquad \xi = \xi_0 e^{-\alpha t}\left\{\cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \operatorname{senh} \beta t\right\}$$

la quale differisce dalla (I) per ciò che al posto delle funzioni circolari compariscono funzioni iperboliche.

Ciò ricordato, portiamo in particolare la nostra attenzione sul 1° caso, in cui, come si è detto, il moto è oscillatorio. Esso è definito dalla durata di oscillazione T e dal decremento logaritmico λ: quantità che si possono rilevare direttamente dalla osservazione del movimento stesso, e che essendo collegate mediante le equazioni (2) e (3) alle quantità α e β, possono servire alla determinazione di queste ultime e quindi per le (1) alla determinazione di due delle tre quantità L, M, F, data che sia la terza. Più in generale, il movimento può esser definito a mezzo, di due parametri che si possono far dipendere dai dati di osservazione, e per mezzo dei quali, data ad arbitrio una delle quantità L, M, F, si possono determinare le altre due. Dalle due equazioni nominate poi associandole fra loro e con la (4) che dà la durata d'oscillazione libera, e tenendo conto delle (1), si possono derivarne altre. Così si ha combinando le (2) e (3)

$$T = \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \sqrt{\frac{M}{L}} \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}.$$

Introducendo in questa la durata dell' oscillazione libera data dalla (4) e confrontando quindi con la (3), si hanno le altre due

$$T = \frac{\tau}{\pi} \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}, \qquad \alpha\tau = \frac{\pi\lambda}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}};$$

le quali ponendo per semplicità

$$\sigma = \frac{\pi\lambda}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \tag{5}$$

divengono

$$T = \frac{\lambda\tau}{\sigma}, \tag{6}$$

$$\alpha\tau = \sigma. \tag{7}$$

Ponendo invece

$$\text{tang}\,\phi = \frac{\lambda}{\pi}, \quad \left(\cos\phi = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+\lambda^2}} = \frac{\sigma}{\lambda}, \quad \text{sen}\,\phi = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2=\lambda^2}} = \frac{\sigma}{\pi}\right),$$

le stesse equazioni prendono l'altra forma, che giova a chiarirne il significato:

$$T = \frac{\tau}{\cos\phi}, \qquad \alpha\tau = \pi\,\text{sen}\,\phi,$$

dove ϕ rappresenta un certo angolo individuato dal valore di λ, come l'altra quantità σ, e che può quindi come λ, o come σ servire a definire il grado di smorzamento.

Queste relazioni, con altre che si potrebbero parimenti dedurre, forniscono materia ad una facile discussione delle condizioni del movimento. A me basterà rilevare alcuni punti più strettamente attinenti al mio soggetto: al qual uopo mi gioverà prendere come parametri del movimento le quantità α e τ, o ciò che torna lo stesso, i rapporti F/M e L/M da cui queste dipendono (eq. (1) e (4)). E anzitutto apparisce dalla (7) che il grado di smorzamento (definito come si è detto testè dal valore di λ o σ) dipende dal valore del prodotto $\alpha\tau$, e che è sempre possibile (teoricamente) di conseguire quel grado che si vuole determinando convenientemente il prodotto stesso, il quale cresce col grado di smorzamento dal valore 0, che corrisponde al movimento libero, cioè a $\lambda = 0$, fino al valore limite π che corri-

sponde a $\lambda = \infty$ ossia al movimento aperiodico. Dei due fattori α e τ, o dei corrispondenti rapporti F/M e L/M, uno si potrà in ogni caso assegnare a piacere, e basterà poi determinare corrispondentemente l'altro. Così si avrà per un dato valore di α, o del rapporto F/M, il valore della forza di torsione L corrispondente al voluto grado di smorzamento espresso da

$$(7)_a \qquad L = \frac{\pi^2 \alpha^2}{\sigma^2} M;$$

e per un dato valore di τ, o del rapporto L/M, il valore corrispondente della forza di smorzamento F, da

$$(7)_b \qquad F = \frac{2\sigma}{\tau} M.$$

È però da osservare che qualora per accrescere il grado di smorzamento si provveda all'aumento del prodotto $\alpha\tau$ facendo crescere τ, se da un lato riuscirà minore il numero di oscillazioni da compiersi dall'ago prima di arrestarsi sensibilmente nella sua posizione di equilibrio, crescerà al tempo stesso la loro durata individuale. Ora nelle applicazioni agli istrumenti di misura non è tanto il grado di smorzamento in sè che importa, quanto il ridurre al minimo la durata effettiva di un'osservazione, cioè il tempo dentro il quale l'ago si arresta, qualunque sia d'altronde il numero di oscillazioni in esso tempo compiute; e però converrà soprattutto aver riguardo a tale durata.

Per istudiare la questione sotto questo punto di vista, proponiamoci in generale di trovare l'espressione del tempo θ occorrente affinchè l'elongazione sia ridotta inferiore ad una determinata frazione ε del suo valore iniziale, di guisa che

$$\text{per } t \geq \theta \qquad \text{sia sempre } \xi \leq \varepsilon\xi_0 :$$

d'onde poi quando si prenda ε così piccolo che $\varepsilon\xi_0$ risulti insensibile, si avrà per θ la durata pratica di un'osservazione. La detta condizione sarà soddisfatta prendendo $\theta = nT$ (n numero intero) se alla fine delle $n.^{ma}$ oscillazione l'ampiezza ξ_n, rappresentata da $e^{-n\lambda}\xi_0$, sia già uguale o inferiore a $\varepsilon\xi_0$, cioè si abbia $n\lambda \geq \log \text{nep } 1/\varepsilon$. E se intendiamo che n sia il più piccolo nu-

mero per cui questo accade, sarà inoltre $(n-1)\lambda < \log \text{nep}\, 1/\varepsilon$: onde ponendo $\omega = \log \text{nep}\, 1/\varepsilon$, avremo per definire θ

$$\theta = nT \qquad \text{con} \qquad \frac{\omega}{n} \leq \lambda < \frac{\omega}{n-1};$$

ovvero sostituendo per T il valore λ/α dato dalla (3).

$$(8) \qquad \theta = \frac{n\lambda}{\alpha} \qquad \text{con} \qquad \omega \leq n\lambda < \frac{n}{n-1}\omega.$$

Il valore del prodotto $n\lambda$ determina ciò che possiamo chiamare il *grado di riduzione* dell' ampiezza delle oscillazioni: e si vede che per un dato grado di riduzione il valore di θ non dipende che da α ossia dal rapporto F/M, ed è quindi indipendente dalla forza di torsione L. Il che va inteso nel senso che variando L varia la durata T di un' oscillazione e al tempo stesso anche il grado di smorzamento, e quindi il numero n di oscillazioni occorrenti a conseguire il dato grado di riduzione, in guisa che il prodotto nT conserva lo stesso valore.

A chiarir bene la cosa, osserviamo che indicando con $\sigma_n(\omega)$ o semplicemente σ_n i valori (5) di σ in cui si ponga $\lambda = \omega/n$, cioè

$$(5)' \qquad \sigma_n = \frac{\pi\omega}{\sqrt{n^2\pi^2 + \omega^2}},$$

se, avuto riguardo alla (7), fra tutti i valori del prodotto $\alpha\tau$ relativi ai diversi gradi di smorzamento consideriamo i valori corrispondenti a $\lambda = \omega/n$, che son quelli pei quali $\xi_n = \varepsilon\xi_0$ (pei quali cioè alla fine della $n.^{ma}$ oscillazione l' ampiezza è ridotta precisamente uguale alla frazione assegnata dal valore primitivo), sarà per questi

$$(7)' \qquad \alpha\tau = \sigma_n \qquad [n = 1, 2, 3, \ldots].$$

Essi poi si potranno avere prendendo

a) per un dato α i valori di τ nella successione σ_n/α;

b) per un dato τ i valori di α nella successione σ_n/τ.

Indicando con $\theta_n(\omega)$ o θ_n i rispettivi valori di θ, sarà

$$(8)' \qquad \theta_n = \frac{\omega}{\alpha}:$$

e si vede che per un dato valore di ω *il numero n delle oscillazioni* (definito dal valore di σ_n) *dipende dal prodotto* $\alpha\tau$, *e la loro durata complessiva* θ_n *dipende solo da* α. Mutando τ si muta n rimanendo invariato θ_n: e in questo caso i diversi valori di τ sono quelli forniti dalla (7)' per un dato valore di α e appartenenti alla successione *a*), e si ha

$$(7)'_a \quad \tau_n = \frac{\sigma_n}{\alpha} \quad \text{ovvero} \quad L_n = \frac{\pi^2\alpha^2}{\sigma_n^2} M, \quad \text{con} \quad \theta_n = \frac{\omega}{\alpha} = \text{cost.}.$$

Mutando invece α, θ_n cangia con n; la (7)' fornisce i successivi valori di α appartenenti alla successione *b*), e con questi la (8)' dà i corrispondenti valori di θ_n; e si ha

$$(7)'_b \quad \alpha_n = \frac{\sigma_n}{\tau} \quad \text{ovvero} \quad F_n = \frac{2\sigma_n}{\tau} M, \quad \text{con} \quad \theta_n = \frac{\omega}{\alpha_n} = \frac{\omega}{\sigma_n}\tau.$$

In queste equazioni l'indice n indica per le quantità L e F come per α e τ i valori corrispondenti ai diversi numeri, e si è lasciata senz'indice la M riferendosi in particolare al caso che si attribuisca al momento d'inerzia un determinato valore e che si tratti solo di far variare la forza di torsione o la forza di smorzamento.

Tutto ciò per il caso che debba essere $n\lambda = \omega$, che cioè, come si è detto, alla fine della $n.^{ma}$ oscillazione il grado di riduzione definito da $n\lambda$ corrisponda esattamente al limite assegnato ω. Riportandoci ora al caso più generale di dianzi che è definito dalla disuguaglianza $\omega \leq n\lambda < \frac{n}{n-1}\omega$, se poniamo $n\lambda = z$, avremo al posto della (7)'

$$\alpha\tau = \sigma_n(z), \qquad \text{con} \quad \sigma_n(\omega) \leq \sigma_n(z) < \sigma_{n-1}(\omega),$$

e per definire il valore di θ

$$\theta = \frac{z}{\alpha};$$

e al posto delle $(7)'_a$, $(7)'_b$ equazioni analoghe dove s'intenda z sostituito ad ω. Il prodotto $\alpha\tau$, non più limitato alla successione di valori $\sigma_1(\omega)$, $\sigma_2(\omega)$...., può prendere tutti i valori intermedii, ed ai valori $\sigma_n(z)$ compresi nell'intervallo fra $\sigma_n(\omega)$ e $\sigma_{n-1}(\omega)$ cor-

risponde un numero di oscillazioni uguale a n ed un grado di riduzione z variabile fra ω e $\frac{n}{n-1}\,\omega$ (per $n = 1$ non esiste per z, che in questo caso è uguale a λ, che il limite inferiore ω, e l'altro risulta infinita, vale a dire che λ può essere preso fra ω e ∞). Il valore di esso prodotto determina ancora il numero di oscillazioni, e determina inoltre, dentro gli accennati limiti, il valore di z; mentre per ogni dato valore di z la durata θ dipende solo da α.

Gioverà per fissare le idee qualche applicazione numerica. E anzitutto sarà utile avere un prospetto dei numeri che rappresentano i valori di σ corrispondenti ai diversi valori di λ. Siccome poi già per $\lambda = 7$ e al di là si ha $e^{\lambda} > 1000$, cioè il rapporto di ampiezza di due oscillazioni consecutive è ridotto inferiore a un millesimo e quindi il moto si può riguardare come sensibilmente aperiodico, non occorrerà occuparci dei valori superiori di λ. E quanto ai piccoli valori di λ ed inferiori a 1, osserviamo che si può ritenere σ uguale sensibilmente a λ, la differenza salendo appena a 1/20 per $\lambda = 1$. Pei valori di λ da 1 a 7 l'andamento dei valori di σ è indicato dai numeri della tabella seguente, insieme a quelli di e^{λ}, che dànno il rapporto d'ampiezza di due oscillazioni consecutive, e di λ/σ che servono (6) al calcolo di T.

TABELLA I.

λ	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
e^{λ}	2,72	4,48	7,39	12,18	20,1	33,1	54,6	90,0	148	244	403	665	1096
σ	0,95	1,35	1.69	1,96	2,17	2,34	2,47	2,58	2,66	2,73	2,78	2,83	2.87
λ/σ	1,05	1,11	1,19	1,28	1,39	1,50	1,62	1,75	1,88	2,02	2,16	2,30	2,44

Ciò posto prendiamo ad applicazione dello studio precedente l'esempio di $\varepsilon = 1/403$ (in cifra tonda $\varepsilon = 1/400$) per il quale si ha $\omega = \log \text{nep } 403 = 6$. Questo valore di ε si può intendere che corrisponda all'incirca al limite pratico di un'osservazione poichè quando i movimenti dell'ago saranno ridotti al di sotto

di 1/400 dell'ampiezza iniziale, si potranno generalmente trascurare, e si potrà riguardare l'osservazione come compiuta. Con esso si ha poi il vantaggio che essendo $\omega = 6$ si hanno numeri semplicissimi per i valori λ_n di λ pei quali l'osservazione si compie in n oscillazioni, che sono come sappiamo $\lambda_n = \omega/n$. I corrispondenti valori σ_n di σ risultano espressi (5)', ponendo per ω il detto valore, da $\sigma_n = 6/\sqrt{n^2 + 3,65}$. Con questi valori le equazioni $(7)_a'$, $(7)_b'$ permettono di calcolare facilmente i valori successivi di una delle quantità α e τ, o di uno dei rapporti F/M, L/M, dato che sia il valore (costante) dell'altro, ed i valori corrispondenti di θ_n cioè della durata dell'osservazione.

Si trova così che per dati valori di M e F i valori successivi L_n della forza di torsione che sono $(7)_a'$ inversamente proporzionali al quadrato di σ_n, crescono con n proporzionalmente a $n^2 + 3,65$, ossia per $n = 1, 2, 3, \ldots$ come i numeri

$$4,65; \quad 7,65; \quad 12,65; \ldots.$$

Si trovano poi $(7)_b'$ per un dato valore di τ, ossia dal rapporto L/M, i valori F_n della forza di smorzamento corrispondenti a n oscillazioni e le relative durate θ_n date da

$$F_n = 2\sigma_n \frac{M}{\tau} \qquad \theta_n = \frac{\omega}{\sigma_n} \tau$$

dove a ω e σ_n vanno attribuiti i valori predetti; il che dà per i successivi valori di σ_n e di ω/σ_n i numeri indicati nella tabella seguente insieme con quelli che rappresentano i valori di λ_n.

TABELLA II.

$\varepsilon = 1/400, \qquad \omega = 6, \qquad \sigma_n = 6/\sqrt{n^2 + 3,65}$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	......
λ_n	6	3	2	1,5	1,2	1	0,86	0,75	......
σ_n	2,79	2,17	1,69	1,35	1,12	0,95	0,83	0,73	......
ω/σ_n	2,15	2,77	3,56	4,43	5,35	6,30	7,25	8,22	......

Per $n = 1$ si ha il caso dell'osservazione ridotta alla prima escursione, cioè del moto *praticamente* aperiodico. Si ha allora

$\lambda_1 = \omega = 6$; $\sigma_1 = 2,8$, cui corrisponde per la forza di smorzamento il *limite pratico*

$$F_1 = 5,6 \frac{M}{\tau},$$

che rappresenta circa 9/10 del valore del vero limite

$$\lim F = 2\pi \frac{M}{\tau}$$

corrispondente a $\lambda = \infty$, $\sigma = \pi$, cioè al moto rigorosamente aperiodico. Si ha poi in questo caso $\theta_1 = 2,15\,\tau$, vale a dire la *durata di osservazione di poco superiore al doppio della durata dell' oscillazione libera* (risulterebbe precisamente *uguale* al doppio, cioè $\theta_1 = 2\tau$ prendendo $\varepsilon = 1/230$ cui corrisponde $\omega = 5,44$).

Se si prendesse invece $\varepsilon = 1/1000$ che dà $\omega = 6,9$, si avrebbero per σ_n, ω/σ_n i valori seguenti invece di quelli del primo esempio

TABELLA II. (bis)

$\varepsilon = 1/1000$, $\omega = 6,91$, $\sigma_n = 6,91/\sqrt{n^2 + 4,83}$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	......
λ_n	6,91	3,45	2,30	1,73	1,38	1,15	0,98	0,86	......
σ_n	2,86	2,32	1,85	1,51	1,26	1,08	0,94	0,83	......
ω/σ_n	2,41	2,97	3,72	4,56	5,46	6,39	7,35	8,32	......

Questi numeri valgono per l'ampiezza ridotta ad un millesimo, vale a dire trascurabile certamente in ogni caso, e si vede che non differiscono molto da quelli del primo esempio, ai quali pertanto ci riferiremo nel seguito per ragione di semplicità, e che ci serviranno di scorta per giudicare, per dati valori di λ o σ, del numero di oscillazioni che essi importano e dei relativi valori di F e θ, e reciprocamente.

Si vede da questi esempî come i risultati precedenti possano servire di base ad una discussione quantitativa. Possiamo poi dall'analisi fatta trarre immediatamente alcune conseguenze pratiche. E in primo luogo vediamo che la forza di torsione essendo

senza influenza sulla durata di osservazione, potrà determinarsi indipendentemente in base ad altre considerazioni; per esempio in riguardo al grado di sensibilità che si vuole dall'istrumento. Si vede inoltre che ad abbreviare la detta durata gioverà in ogni caso ridurre quanto si può il momento di inerzia, onde converrà senz'altro regolare fin da principio le cose in modo che esso abbia il minimo valore conciliabile con le condizioni dell'apparecchio. Fissati per tal modo L e M, e con essi la durata d'oscillazione libera τ (il cui valore gioverà in ogni caso rilevare direttamente dall'osservazione), il movimento sarà ridotto a dipendere dal solo parametro α, cioè (avendo supposto fissato M) dalla sola forza di smorzamento F. Avuto quindi riguardo al valore disponibile di F, si potrà colla scorta delle equazioni e dei dati numerici precedenti giudicare in ogni caso qual sia il minor numero n di oscillazioni cui può ridursi un'osservazione, e valutarne la durata.

In conclusione poi si vede che la ricerca delle migliori condizioni si riduce a procurare il maggior valore di α ossia del rapporto F/M, cioè a far sì che il momento d'inerzia M sia il più piccolo possibile, e la forza F di smorzamento sia convenientemente grande. Ora per ciò che riguarda M convien notare che nelle esperienze che formano il soggetto di queste considerazioni il momento d'inerzia si compone di due parti: della parte cioè che spetta all'ago, astrazion fatta dall'appendice che serve allo smorzamento, e della parte spettante a quest'ultima. Se indichiamo con M' e m rispettivamente queste due parti, dovremo supporre nelle formole precedenti

$$M = M' + m = M'\left(1 + \frac{m}{M'}\right).$$

Per l'influenza che ha la grandezza di M, si vede che è essenziale che il momento additivo m non sia troppo grande. Se indichiamo con τ' e τ le durate d'oscillazione libera corrispondenti rispettivamente ai momenti M' e M, cioè quali sono prima e dopo dell'aggiunta del momento m, sarà (4)

$$\tau = \tau'\sqrt{\frac{M}{M'}} = \tau'\sqrt{1 + \frac{m}{M'}}.$$

Di qui si ha la durata τ dell'oscillazione libera modificata dal momento additivo in funzione della durata primitiva τ': e si vede che τ cresce proporzionalmente alla quantità

$$\sqrt{1+\frac{m}{M'}}.$$

e dalle precedenti equazioni risulta poi che anche la durata di osservazione θ e la corrispondente forza di smorzamento F, a parità di altre circostanze, crescono nello stesso rapporto. Per queste ragioni io ho cercato di dare all'appendice *s* una forma tale da rendere il suo momento d'inerzia piccolissimo: e sono riuscito a far sì che esso non arrivasse mai in ogni caso ad 1/20 del momento primitivo dell'ago. In tali condizioni si ha

$$\sqrt{1+\frac{m}{M'}}<1+1/40,$$

vale a dire che risulta per la durata d'oscillazione libera un aumento inferiore ad 1/40 del suo valore primitivo. Così l'aggiunta dell'appendice *s* ha un'influenza appena sensibile sul valore di τ, e corrispondentemente sui valori di θ e F: onde nei calcoli precedenti relativi a queste quantità si può senza grave errore prescindere da essa.

Quanto poi alla forza di smorzamento F osserverò che essa a parità di altre circostanze si può ritenere proporzionale al quadrato dell'intensità del campo magnetico: giacchè essa cresce in ragion composta dell'intensità del campo e dell'intensità delle correnti indotte, che è alla sua volta proporzionale all'intensità del campo. Importa quindi di avere un campo magnetico intenso; e ciò io ho potuto conseguire anche con calamite di modesta grandezza restringendo le dimensioni del campo stesso, come mi era consentito dalla forma del pezzo *s*. E così sono riuscito ad ottenere tutti i gradi di smorzamento anche nei casi meno favorevoli, come si vedrà più innanzi.

Osserverò infine che quando si possa disporre di una forza di smorzamento abbastanza grande, può essere quistione se per le osservazioni torni più vantaggioso di tenersi ad un grado di smorzamento inferiore al limite di aperiodicità, pur rimanendo vicinissimi ad esso in guisa che l'osservazione si riduca alla pri-

ma escursione dell'ago, come si è detto di sopra: ovvero convenga meglio di oltrepassarlo. Il movimento sarà rappresentato pei due casi rispettivamente dalle equazioni (I) e (III), essendo in entrambi piccolissimo il valore di β; e il confronto analitico delle due equazioni d'accordo colla pratica conduce a ritenere preferibile il primo modo, cioè di non oltrepassare il limite di aperiodicità. Ma su ciò non mi trattengo, intendendo di limitarmi alla considerazione del primo caso.

IV.

Vengo ora propriamente ai risultati delle esperienze da me istituite, le quali erano condotte come se si trattasse di ordinarie misure elettrometriche. Si comunicava cioè all'ago una carica conveniente, e se ne osservava il movimento sia all'andata, quando con una successione di oscillazioni di ampiezza decrescente si avvicinava alla nuova posizione di equilibrio, sia al ritorno, dopo scaricato, quando riveniva oscillando alla posizione primitiva. Da quanto precede poi s'intende facilmente quale era l'andamento generale delle operazioni. Disposto l'ago dell'elettrometro con l'appendice *s* proporzionata allo spazio esistente fra i poli della calamita, si sperimentava dapprima senza quest'ultima, per determinare la durata dell'oscillazione libera dell'ago. Poi messa a posto la calamita e regolata la posizione dell'appendice, in guisa che venisse a trovarsi giusto in mezzo fra i due poli e convenientemente orientata (il che si ottiene facilmente movendo la platina di vetro su cui riposa l'elettrometro), si faceva una serie di osservazioni coll'appendice a diverse altezze, e per ciascuna altezza con diverse cariche dell'ago cioè con diversa ampiezza delle deviazioni; notando volta a volta la durata e le successive ampiezze delle oscillazioni.

L'aria nell'interno dell'apparecchio era mantenuta secca mediante dell'acido solforico. I settori dell'elettrometro erano caricati permanentemente in modo simmetrico a mezzo di una pila di 100 elementi di Volta divisi in due gruppi, come dissi di sopra. L'ago poi veniva caricato ponendolo in comunicazione con un polo di una pila di uno o due elementi Daniell di cui l'altro polo comunicava colla terra; oppure prendendo una derivazione

sopra un filo di platino che chiudeva il circuito di una pila di quattro elementi Daniell, e mettendo uno dei punti di derivazione in comunicazione con l'ago e l'altro con la terra: la quale ultima disposizione permetteva di graduare a piacere la carica variando l'intervallo di derivazione, onde si aveva anche il mezzo di controllare l'esattezza delle indicazioni dell'elettrometro. Del resto si procedeva con le solite norme e cautele occorrenti nelle esperienze elettrometriche. Avendo inoltre osservato che la temperatura esercitava un'influenza non trascurabile sul grado di smorzamento, si aveva cura che tutte le esperienze da paragonarsi fra di loro avessero luogo possibilmente ad una stessa temperatura.

Ho fatto in tal modo molte serie di esperienze con diversi aghi e fili di sospensione e mutando la calamita e l'appendice *s*; e ho raccolto così un abbondante materiale di osservazione. Ma per lo scopo presente che è principalmente quello di mostrare la pratica applicabilità di questo metodo di smorzamento agli elettrometri, mi basterà di riportarne qui solo alcune. In tutte queste mi son servito di una medesima calamita della forma indicata dalla figura, solo rinforzandola talvolta con l'aggiungervi a fianco due calamite più piccole le cui branche terminavano al di sotto dello spazio in cui veniva a trovarsi il freno *s*. Mi servirò, per distinguere, dei nomi di calamita *semplice* e calamita *rinforzata*. La calamita semplice era del peso di 1 chil. e della forza portativa di circa 5 chil., e la calamita rinforzata veniva ad avere un peso di 1,8 chil. ed una forza portativa di circa 8 chil. Il *campo* è rappresentato dallo spazio compreso fra le branche *m*, *m*, le cui facce polari piane, parallele e verticali costituiscono due rettangoli uguali col lato maggiore (verticale) di 35 mm. ed il lato minore di 6 mm. Quest'ultimo misura lo spessore delle branche nelle estremità affacciate, dove esse sono alquanto rastremate. La distanza fra le facce polari era di 8,5 mm. La sezione orizzontale del campo avente così le dimensioni di 8,5 $\times$ 6,0 mm., è molto piccola di fronte alla sua estensione verticale, e ciò per le ragioni già ricordate. La forma dell'ago era sempre la stessa, quale si vede dalla figura IV, essendosi variato soltanto il peso e le dimensioni, ossia il momento d'inerzia: che è quello che solo propriamente ha influenza, e di cui perciò si indicherà volta a volta il valore. Lo specchietto, che non venne mai cambiato, consisteva

in un rettangolo di 2 cm. di altezza e 1 cm. di larghezza tagliato da un' ordinaria lastra da specchio; ed era relativamente pesante (0,7 gr.), ma per la sua forma contribuiva poco ad aumentare il momento d'inerzia. L'appendice è stata mutata talvolta da serie a serie, e se ne darà l'indicazione a suo luogo. Il modo con cui essa era unita al prolungamento inferiore dell' ago permetteva di collocarla a diverse altezze; mentre ai piccoli movimenti per alzarla od abbassarla si provvedeva con la vite di richiamo che fa parte dell' apparato di sospensione. Darò in millimetri l'indicazione della *profondità* dell'appendice nel campo (distanza della sua estremità inferiore al di sotto dell' estremità superiore delle branche della calamità), di cui si era agevolata la lettura mediante delle divisioni tracciate sulle branche della calamita.

In una prima serie di esperienze si aveva un ago di 6 cm. di diametro e del peso di 0,8 gr. senza lo specchietto e di 1,5 gr. con quest' ultimo. Il momento d'inerzia complessivo, valutato approssimativamente in base alla forma e alle dimensioni del sistema, era di 5,4 c. g. s. (la notazione c. g. s. stando ad indicare secondo l'uso il sistema di unità assolute *centimetro-grammo-secondo*, cui riferirò tutte le quantità). Il filo di sospensione era d'argento e del diametro di 1/20 di mm. circa. L'appendice *s* era costituita da una piastrina di alluminio avente 2,4 mm. di spessore, 3,5 mm. di altezza e 6 mm. di larghezza. Il peso era di 1,4 gr. e quindi di poco inferiore al peso di tutto il resto dell'ago, ma il momento d'inerzia piccolissimo (inferiore a 1/10 di unità), e quindi senza influenza sensibile sulla durata d'oscillazione dell'ago, come venne constatato direttamente: il che sia detto qui anche per tutte le serie successive. La durata d'oscillazione libera misurata direttamente si trovò uguale a 10,2 secondi. La calamita infine era semplice.

Ogni esperienza si riferiva ad una data profondità dell' appendice, ed era duplice comprendendo come si è detto il movimento di andata e di ritorno, per ciascuno dei quali si notavano le ampiezze delle successive oscillazioni ed i tempi. La si ripeteva poi generalmente con diversa carica.

Riferirò, in via di esempio, partitamente i numeri relativi ad una esperienza scelta fra quelle della serie. Le deviazioni sono lette sopra una scala posta a due metri dallo specchio; i numeri interi corrispondono ai centimetri e i decimi ai millimetri della scala. La carica dell'ago è di 1/2 *volta* circa.

Profondità dell' appendice: 3 mm.

Posizione di riposo dell' ago scarico alla divisione 20,5 della scala; *posizione di equilibrio dell' ago carico* alla divisione 42,0.

Posizioni estreme successive raggiunte dall' ago:
nella 1ª fase dell' esperienza (andata)

(20,5) 49,0 39,8 42,7 41,9 (42,0);

nella 2ª fase o di ritorno

(42,0) 13,6 22,7 19,7 20,6 (20,5):

da cui prendendo le differenze rispetto all' ultimo numero che rappresenta la posizione d' equilibrio, si hanno le deviazioni successive misurate sulla scala, che per la loro piccolezza relativa possono servire a rappresentare anche gli angoli di deviazione; e risultano rispettivamente:

1ª fase	21,5	7,0	2,2	0,7	0,1
2ª fase	21,5	6,9	2,2	0,8	0,1

e concordano, come si vede, per le due fasi.

Durata di un' oscillazione dedotta dalla media delle prime tre oscillazioni, in ambedue le fasi

$$T = 10,7 \text{ sec.}$$

Dai numeri che rappresentano le deviazioni si deduce per il rapporto d' ampiezza di due oscillazioni consecutive il valore medio 3,1; onde si ha per il *decremento logaritmico*

$$\lambda = 1,13$$

cui corrispondono i valori per σ e λ/σ i valori

$$\sigma = 1,06, \qquad \lambda/\sigma = 1,06.$$

Per mezzo del valore di λ/σ così ottenuto e del valore noto di τ si può alla sua volta calcolare coll' equazione (6) del capi-

tolo III il valore di T e confrontarlo con quello direttamente osservato. Si trova così $T = 1,06 \times 16,2 = 10,8$ sec. valore poco diverso dal valore osservato.

A mezzo poi di σ e dei valori noti di M e τ si ricava dalla $(7)_b$ la forza di smorzamento F, alla cui determinazione principalmente l'esperienza è diretta, e si trova nel caso attuale

$$F = \frac{2 \times 5.4}{10,2} \times 1,06 = 1,12 \text{ c. g. s.}$$

Ciò per un'esperienza relativa ad una data altezza dell'ago. Analoghi risultati si hanno dalle esperienze fatte per altre altezze con lo stesso ago, la stessa calamita e la stessa appendice: e il loro insieme fa conoscere i valori di F per tutte le profondità dell'appendice. Dai quali poi si ha il mezzo, colle formole e i dati precedenti, di calcolare *a priori* gli effetti che si otterranno con aghi e fili di sospensione diversi, ossia con altri valori di M e τ, mantenendo invariate calamita ed appendice.

Per le altre esperienze di questa come delle altre serie, mi limiterò a riferire i valori di λ, T e F dedotti nel modo che ho esposto, compendiando i risultati ottenuti, insieme con l' indicazione dei dati essenziali, in un prospetto nel modo seguente:

PROSPETTO A.

Calamita semplice - Appendice piastrina d' alluminio
di $2,4 \times 6 \times 35$ mm.

$M = 5,4 \qquad \tau = 10,2.$

Numero d'ordine	I	II	III	IV	V	VI	VII
	x	λ	σ	T	F	α	n
1	—5,0	0,62	0,60	10,3	0,63	0,06	10
2	0,0	0,89	0,86	10,4	0,91	0,08	7
3	3,0	1,13	1,06	10,7	1,1	0,10	6
4	5,0	1,35	1,24	11,0	1,3	0,12	5
5	7,5	1,73	1,51	11,5	1,6	0,15	4
6	10,0	2,18	1,79	12,0	1,9	0,17	3
7	12,0	2,62	2,08	13,5	2,2	0,20	3
8	15,0	3,58	2,36	15,0	2,5	0,23	2
9	16,0	4,32	2,55	17,0	2,7	0,25	2
10	17,5	4,85	2,65	18,5	2,8	0,26	2
11	19,0	—	—	—	—	—	1

I numeri delle colonne I, II e III indicano rispettivamente la profondità x dell'appendice in millimetri, il valore λ, e quello che se ne deduce per σ. La colonna IV dà le durate d'oscillazione direttamente osservate. Confrontandole con quelle calcolate in base ai numeri delle due precedenti colonne ed al valore di τ mediante la formola $T = \lambda\tau/\sigma$, si trovano sufficientemente d'accordo, ma in generale un poco inferiori.

La colonna V contiene i valori di F calcolati nel modo che si è detto. La legge con cui questi variano colla profondità x dipende dalle condizioni d'intensità nei diversi punti del campo, o come si suol dire dalla distribuzione delle linee di forza, e dalla forma e dimensioni dell'appendice, oltre che dalla conducibilità del metallo. Di tal legge non intendo qui occuparmi al di là della sua determinazione empirica, quale risulta dai numeri in questione. Ma si può osservare che per una stessa calamita e per appendici prismatiche o cilindriche di eguale altezza e differenti fra loro solamente per la sezione e per la conducibilità del metallo, la legge sarà presumibilmente la stessa, e i valori di F corrispondenti a uguali profondità saranno proporzionali, differendo gli uni dagli altri per un coefficiente che avrà un valore particolare per ciascuna appendice.

Si sono aggiunti poi nella colonna VI i valori di α, che risultano dai numeri della colonna precedente dividendo per 2 M cioè per 10,8: e ciò per comodo di riferimento alle formole ed all'analisi che si è fatta precedere. Moltiplicando i numeri di questa colonna per quelli della colonna IV, debbono ottenersi i numeri della colonna II, in virtù della relazione $\lambda = \alpha T$.

Nella colonna VII infine sono registrati i numeri n che indicano le oscillazioni fatte dall'ago prima di *fermarsi*, intendendo ciò nel senso del primo esempio trattato verso la fine del capitolo III, cui si riferiscono i dati della tabella II, cioè determinando il limite inferiore del grado di riduzione dell'ampiezza colla condizione $n\lambda \geq 6$. Il prodotto nT dà la durata di un'osservazione riferita a questo limite; la quale è pure espressa da $n\lambda/\alpha$. È poi da avvertire che il numero n così definito è altra cosa dal numero di oscillazioni realmente sottoposte all'osservazione in ciascuna di queste esperienze, il quale è minore, non

essendo possibile tener dietro con le misure agli ultimi movimenti dell' ago.

Le esperienze di questa serie non vanno oltre la profondità di 19 mm., perchè a questo punto ci si avvicina al limite di aperiodicità (il limite *vero* corrispondente a $\sigma = \pi$ si avrebbe qui per $F = 3{,}33$; il limite *pratico* relativo a $\lambda = 6$, $\sigma_1 = 2{,}8$, per $F_1 = 2{,}96$); e la determinazione di λ e T diviene incerta. Per questo mancano per l' ultima esperienza indicata nel prospetto i numeri relativi.

Per avere con la stessa calamita e la stessa appendice un moto oscillatorio a profondità maggiori, conviene accrescere il momento d' inerzia dell' ago o la forza di torsione, cioè diminuire α o τ, come appare dalla relazione $\alpha\tau = \sigma$. Riferirò ora un' altra serie di esperienze, le cui condizioni differiscono dalla precedente solamente per avere cambiato il filo di sospensione con altro pure d' argento di maggior diametro, 1/10 di millimetro circa; con che la durata d' oscillazione libera τ si è trovata ridotta a 2,5 sec., rimanendo invariato tutto il resto. Eccone senz' altro il prospetto.

PROSPETTO B

Calamita e Appendice come sopra.

$M = 5{,}4 \qquad \tau = 2{,}5$

Numero d' ordine	I	II	III	IV	V	VI	VII
	x	λ	σ	T	F	α	n
1	10,0	0,52	0,51	2,5	2,2	0,20	11
2	15,0	0,64	0,62	2,6	2,7	0,25	9
3	18,0	0,69	0,67	2,6	2,9	0,27	9
4	20,0	0,71	0,69	2,6	3,0	0,28	9
5	22,5	0,73	0,71	2,6	3,1	0,29	8
6	25,0	0,76	0,74	2,6	3,2	0,30	8
7	27,0	0,79	0,76	2,7	3,3	0,31	8
8	30,0	0,80	0,77	2,7	3,3	0,31	8
9	33,0	0,81	0,78	2,7	3,4	0,32	8
10	35,0	0,81	0,78	2,7	3,4	0,32	8

Il grado di smorzamento è qui ridotto molto minore, e si rende sensibile solo ad una certa profondità, onde le esperienze

incominciano con $x = 10$. Il massimo effetto si raggiunge verso $x = 33$, oltre il qual punto si mantiene pressochè costante per un certo tratto (per poi decrescere a profondità ancor più grandi, cui però non arrivano le esperienze qui riportate); ed è come si vede ancor lontano dal limite di aperiodicità.

Paragonando nelle due serie addotte le esperienze corrispondenti alla stessa profondità, si dovrebbero avere gli stessi valori per F e α, che sono indipendenti dalla forza di torsione, la quale sola è mutata dall'una serie all'altra. E infatti si trovano dei numeri che nei limiti di esattezza consentiti a questo genere di determinazione si possono riguardare come concordanti. Si vede poi che i numeri della serie B sono tutti un poco più grandi; il che può attribuirsi all'influenza dovuta alla resistenza dell'aria. Questa resistenza contribuisce infatti anch'essa allo smorzamento dei movimenti dell'ago, sovrapponendosi in qualche modo allo effetto elettromagnetico; e la sua azione deve risultare molto più sensibile nelle condizioni della serie B, in cui le oscillazioni sono più rapide e numerose; per quanto io abbia cercato di diminuirne l'effetto sperimentando in questa serie con deviazioni molto piccole, quali si avevano con le stesse cariche adoperate per l'altra serie, avuto riguardo alla cresciuta forza di torsione.

Tralasciando per brevità ogni ulteriore osservazione, darò ora il prospetto di un'altra serie di esperienze in cui la forza di smorzamento era considerevolmente maggiore. Questo si era ottenuto senza mutare l'attuale disposizione semplicemente rinforzando la calamita coll'aggiungervi a lato due calamite minori (come ho già accennato al principio di questo capitolo) e sostituendo all'appendice impiegata nelle due serie precedenti un'altra pure di alluminio e di uguale forma ed altezza, ma di sezione alquanto maggiore, e cioè di 3 mm. di spessore e 6,5 mm. di larghezza: sempre tale adunque da potersi muovere liberamente nel campo e da risultare trascurabile il suo momento d'inerzia di fronte a quello dell'ago, che era il medesimo delle altre due serie. Il filo di torsione era quello stesso della serie B.

PROSPETTO C

Calamita rinforzata. - Appendice piastrina d' alluminio
di $3 \times 6,5 \times 35$ mm.

$M = 5,4 \qquad \tau = 2,5$

Numero d'ordine	I	II	III	IV	V	VI	VII
	x	λ	σ	T	F	α	n
1	—10	0,39	0,39	2,5	1,7	0,16	15
2	— 5	0,59	0,58	2,5	2,5	0,23	11
3	0	0,88	0.85	2,6	3,7	0,34	7
4	3	1,09	1,03	2,6	4,5	0,42	6
5	5	1,35	1.24	2.6	5,4	0.50	5
6	8	1,45	1,52	2,7	6,6	0,61	5
7	10	2,04	1,72	3,0	7,5	0,70	3
8	12	2,40	1,91	3,3	8,3	0,77	3
9	15	3,38	2,30	3,9	10,0	0,93	2
10	16	3.86	2,44	4,1	10,6	0,98	2
11	18	5,10	2,69	4,5	11,7	1,08	2
12	20	—	—	—	—	—	1

Paragonando i presenti valori di F con quelli delle due serie precedenti relativi alle stesse profondità, si vede che la forza di smorzamento è ora all' incirca quadruplicata. Lo smorzamento è già rilevante prima che l' appendice giunga ad affondarsi fra le branche della calamita (x negativo), e cresce rapidamente avvicinandosi al limite di aperiodicità già per $x = 18$. Del resto l' andamento dei detti valori di F procede all' incirca con la stessa legge. Le osservazioni si compiono qui con rapidità, e l' ago è già sensibilmente immobile dopo pochi secondi.

Per potere, nelle attuali condizioni della calamita e dell'appendice, sperimentare con moto oscillatorio a profondità maggiori, allo scopo di determinare il massimo valore di F, non volendo accrescere ulteriormente la forza di torsione, mi son servito di un altro ago avente un maggior momento, cioè $M = 9,4$ col quale la durata dell' oscillazione libera τ è cresciuta a 3,3 sec.; ed ho fatto con questo la serie di esperienze, i cui risultati appariscono nel prospetto seguente.

PROSPETTO D

Calamita e Appendice come sopra.

$M = 9,4 \qquad r = 3,3$

Numero d'ordine	I x	II λ	III σ	IV T	V F	VI α	VII n
1	10	1,49	1,33	3,5	7,6	0,40	5
2	15	1,80	1,56	3,8	9,8	0,52	4
3	17	2,40	1,91	4,0	10,9	0,58	3
4	20	2,87	2,12	4,4	12,1	0,64	3
5	23	3,23	1,25	4,7	12,8	0,68	2
6	25	3,35	2,29	4,8	13,1	0,70	2
7	27	3,50	2,34	4,9	13,4	0,71	2
8	30	3,69	2,39	5,0	13,7	0,73	2
9	33	3,76	2,42	5,2	13,8	0,73	2
10	35	3,76	2,42	5,1	13,8	0,73	2

Il massimo si raggiunge verso la profondità di 33 mm. come con la calamita semplice, ed è di $F = 13,8$ non molto lontano dal limite pratico di aperiodicità che calcolato per $\lambda = 6$, $\sigma = 2,8$ sarebbe $F_1 = 16$ circa.

Riporterò insieme con questo i valori massimi di F trovati sperimentando allo stesso modo con alcune altre appendici, tutte della stessa altezza di 35 mm., e con la calamita rinforzata, cioè:

piastrina di alluminio predetta di sezione	3 × 6,5 mm.	13,8 c. g. s.
piastrina precedente (serie A e B) »	2,4 × 6 »	9,5 »
cilindro di alluminio del diametro di	5,8 »	12,2 »
cilindro di rame »	4,8 »	11 »

Tutto ciò che ho riferito non rappresenta che una piccola parte delle osservazioni da me fatte: ma mi sembra sufficiente allo scopo attuale che è, lo ripeto, di mostrare il valore pratico di questo metodo di smorzamento.

In sostanza apparisce chiaro dalle esperienze addotte che l'azione di quel che ho chiamato più sopra *freno elettromagnetico* si esercita regolarmente e con efficacia. E quanto all'efficacia si può giudicarne guardando ai valori ottenuti per la forza

di smorzamento, indicati dagli ultimi numeri, e confrontandoli con la espressione generale

$$2\pi \frac{M}{\tau}$$

della forza corrispondente al limite di aperiodicità, avuto riguardo all' ordinaria grandezza di M e τ negli elettrometri.

Nelle serie da me riportate il momento d' inerzia è già molto più grande di quel che generalmente si usi, e il rapporto M/τ parimente più grande dell' ordinario: e ho scelto queste appunto per presentare i casi meno favorevoli allo smorzamento. Per $M = 1$ (valore non superiore a quello che si ha nella maggior parte degli elettrometri), il detto limite diviene

$$\frac{2\pi}{\tau}:$$

e si vede che, a meno che τ non sia straordinariamente piccolo — ciò che non accadrà mai per gli elettrometri sensibili, nei quali la forza di torsione non può essere troppo grande — basteranno valori di F molto minori di quelli da me ottenuti per conseguire praticamente l' aperiodicità, riducendo l' osservazione alla prima oscillazione. E in questo caso, come si è visto, la durata dell' osservazione sarà di poco più di 2τ. Se poi τ è molto piccolo, come potrà darsi con elettrometri destinati alla misura di potenziali elevati, occorreranno forse per una osservazione più oscillazioni; ma la durata dell' osservazione che è data da ω/α, cioè, essendo per $M = 1$ $\alpha = F/2$, da

$$\frac{2\omega}{F},$$

ovvero prendendo $\omega = 6$, da $12/F$ sec. prossimamente, risulterà piccola anche per valori di F molto inferiori ai precedenti. E però si conclude che in ogni caso si potrà conseguire uno smorzamento sufficiente a tutte le esigenze.

Le esperienze riferite bastano adunque a stabilire l' attuabilità e l' efficacia del processo. Quanto al resto dei numerosi dati ottenuti, io mi riservo di completarli con altre esperienze, intese

a meglio precisare e determinare separatamente l'influenza delle singole condizioni, per costituire poi il materiale ad uno studio esatto del fenomeno nei suoi varii aspetti. Il quale può, credo, riuscire di qualche interesse, e forse dar luogo a qualche utile applicazione, quale per esempio quella di servire alla misura dell'intensità di un campo magnetico. Ma su ciò non aggiungo altro per ora.

Accennerò soltanto ad una circostanza, già menzionata più indietro, di cui occorre tener conto nella pratica del metodo; all'influenza cioè della temperatura sulla grandezza dello smorzamento, che ho riscontrata nelle mie esperienze. Nelle serie che ho riportato essa è stata almeno in gran parte eliminata; poichè, come ho già avvertito, le esperienze stesse sono state fatte prossimamente alla stessa temperatura. Ma ciò non facendo, essa, si manifesta assai sensibilmente. Col crescere della temperatura il grado di smorzamento, a parità di altre circostanze, diminuisce: tanto che in un ambiente soggetto alle fluttuazioni della temperatura esterna conveniva nelle ore più calde del giorno affondare di qualche millimetro l'appendice nel campo magnetico, per ricondurre il grado di smorzamente al valore osservato nel mattino. A questa diminuzione concorrono certamente le tre cause seguenti: 1) la diminuzione di conducibilità del metallo dell'appendice; 2) la diminuzione del magnetismo della calamita; 3) la variazione dell'apertura delle branche, la quale determina alla sua volta una variazione di intensità del campo magnetico. Ma per sceverare la parte che spetta separatamente a ciascuna di queste cause non ho ancora dati sufficienti, e mi occorrono ulteriori esperienze.

Ritornando al lato pratico della quistione, osserverò che fra i pregi di questo metodo di smorzamento vi ha quello di essere generalmente applicabile. Esso può adattarsi senza difficoltà a tutte le forme di elettrometri, e anche ad ogni altro istrumento le cui indicazioni si fondino sulle oscillazioni di un sistema mobile o ago. Presentemente io sto adattando in modo permanente questo sistema al mio elettrometro: al quale uopo non fo altro che sostituire alle parti che si trovano nello scompartimento C', corrispondente alla porzione mobile della cassa, un sistema ana-

logo a quello che costituisce la parte inferiore dell'apparecchio di studio.

Io mi sono valso per comodità della sospensione unifilare; ma il metodo può applicarsi ugualmente al caso della sospensione bifilare, anche conservando le comunicazioni dal basso a mezzo dell'acido solforico. Basterà che il prolungamento inferiore dell'ago sia formato di un filo di platino ricoperto per un certo tratto da un tubo di vetro, il quale passi attraverso l'appendice *s* in direzione assiale, e la punta del filo vada ad immergersi verticalmente nell'acido solforico. Soppressa la laminetta di platino che si muove in seno al liquido, spariranno almeno in gran parte gl'inconvenienti dovuti all'effetto della viscosità sul movimento dell'ago.

Ma la qualità più importante di questo metodo si è quella di permettere di regolare a piacere il grado di smorzamento. Questo può farsi sia alzando od abbassando l'appendice, come nel mio apparecchio di studio, sia facendo mobili le estremità polari che limitano il campo magnetico, in guisa che la loro distanza possa regolarsi mediante un movimento micrometrico; con che si otterrà di poter allargare e ristringere il campo magnetico e così graduarne l'intensità.

SUI FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI; MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI [1]).

(*Memorie della R. Acc. d. Sc. dell' Istit. di Bologna*. Ser. IV, Tomo IX, 1888).

Cap. IV.

Sviluppo di elettricità positiva nei corpi che ricevono radiazioni ultraviolette.

Per constatare questo nuovo fenomeno, che è ben distinto da quello della dispersione dell'elettricità negativa prodotta dalle radiazioni, bisogna impiegare un'intensa luce ultravioletta. Può

1) *Continuazione e fine*. V. pag. 11.

bastare in molti casi quella che può fornire l'arco voltaico ordinario; ma è meglio fare uso dell' arco voltaico formato sullo zinco, concentrando inoltre le radiazioni sul corpo che deve elettrizzarsi, per mezzo d'una lente convergente di quarzo. È facile allora constatare che: *un metallo qualunque si elettrizza positivamente quando cadono su di esso delle radiazioni ultraviolette.* La deviazione elettrometrica, che è positiva con tutti i corpi finora messi alla prova, cresce di più in più lentamente, tendendo a raggiungere un certo valore massimo, che nelle condizioni ordinarie è tutt'altro che piccolo, come si vedrà. Ma in generale questo valor massimo non viene raggiunto, poichè invece ad ogni diminuzione d'intensità delle radiazioni, dovute alle irregolarità di funzionamento della lampada, la deviazione diminuisce, in causa della dispersione ordinaria che ha luogo sempre dalla superficie non illuminata del metallo posto in esperienza, e dalle parti conduttrici dell'elettrometro con esso comunicanti. L'ago dello strumento, dopo aver deviato alquanto in senso positivo, non si ferma, ma oscilla alcun poco in relazione colle variazioni d'intensità delle radiazioni.

Ho quasi sempre adoperati i soliti dischi di 6 cent. di diametro, montati sopra un sostegno isolante, scaricato con cura dall'elettricità che può casualmente possedere. Siccome poi occorre un tempo non breve per esempio da 5 a 10 minuti primi, perchè cessi di crescere la deviazione elettrometrica, quando si vuol conoscere il valore finale della deviazione stessa si può abbreviare l'esperienza caricando dapprima disco ed elettrometro di elettricità positiva. Se questa carica è inferiore di poco a quella che è capace di acquistare il disco per effetto delle radiazioni, in breve la deviazione elettrometrica cresce sino al suo valore massimo. Se per caso la carica iniziale è troppo forte, essa diminuisce per dispersione sino al medesimo valore.

Si può dire evidentemente che: *le radiazioni ultraviolette aumentano la carica di un corpo che già possegga una carica iniziale positiva inferiore ad un dato limite.*

Invece di mantenere il disco in comunicazione coll'elettrometro, mentre agiscono su di esso le radiazioni, si può operare in quest'altra maniera. Si tiene isolato il disco e si fanno agire su di esso le radiazioni, poi lo si porta in contatto del filo che

va all' elettrometro, dopo avere posto per un istante lo strumento in comunicazione col suolo. Il disco cede allora coll'elettrometro, parte dalla propria carica, e l'ago devìa in senso positivo. Questo modo d'operare che ho impiegato di rado, ho voluto qui indicare, perchè può servire a togliere alcuni dubbi intorno alla produzione della carica positiva del disco.

Per fare una semplice esperienza di dimostrazione si può sopprimere quel diaframma metallico, che ha una finestra chiusa da una lamina di gesso, e che si pone fra la sorgente luminosa ed il metallo che riceve le radiazioni. Quest' ultime si fa assai esteso, e lo si avvicina assai alla sorgente. Per esempio, illuminando coll' ordinario arco voltaico una lastra di rame piegata a cilindro, di circa 1000 centimetri quadrati, comunicante coll' elettrometro, e posta a circa 20 centimetri di distanza dalla sorgente, ho ottenuto questi risultati.

	Potenziale della lastra in Volta dato dall' elettrometro.
Dopo 15 secondi d'azione della luce . . .	+ 2,35
» 30 » »	2,95
» 45 » »	3,52
» 60 » »	3,76
» alcuni minuti primi (deviaz. quasi stabile)	6,28

Coi soliti dischi di 6 centimetri di diametro, e colla disposizione descritta più sopra, cioè tenendo la sorgente alquanto lontana dal disco, in modo da eliminare ogni causa di errore, le deviazioni si formano con lentezza di gran lunga maggiore.

Ho riferito questi numeri solo per dare un' idea dell' andamento del fenomeno, ma essi non hanno nulla di assoluto, poichè i risultati mutano, non solo al variare dell' intensità delle radiazioni, ma anche al variare della capacità della lastra (come si vedrà più oltre) e delle condizioni della sua superficie. Una lastra da poco pulita con carta smerigliata dà fenomeni molto più intensi di una che fu abbandonata qualche ora all' aria.

17. Varia la carica prodotta dalle radiazioni, secondo la natura dei metalli che le ricevono. Diversi dischi di metallo di eguali dimensioni e sostituiti successivamente l' uno all' altro, diedero, in una serie di prove, le seguenti deviazioni:

	Dopo 30 secondi	Deviazione finale
Oro (foglia applicata ad un disco di rame)	+ 0,187 Volta	+ 3,42 Volta
Rame	0,150 »	2,75 »
Bismuto	0,105 »	
Selenio	0,101 »	
Nichel.	0,098 »	
Carbone di storta.	0,090 »	
Stagno.	0,083 »	
Ferro	0,075 »	
Zinco	0,057 »	1,23 »
Mercurio puro (illumin. per riflessione)	0,182 »	

Come si vede, i metalli si seguono presso a poco secondo la serie di Volta, essendo massimo l' effetto sui più elettronegativi e minimo sui più elettropositivi. Il fenomeno è dunque ben distinto da quello della dispersione della carica negativa, la quale secondo Hallwachs, come pure secondo ricerche mie che riferirò più oltre, avviene molto più rapidamente collo zinco, che non col rame o coll' oro.

I numeri della precedente tabella (penultima colonna), e cioè le deviazioni ottenute dopo tempi eguali d' azione delle radiazioni, non rappresentano però il limite di carica che possono raggiungere i diversi metalli, e potrebbe credersi che indipendentemente si facesse sentire ancora l' influenza di una diversa rapidità di formazione della carica finale. Ma i numeri dell' ultima colonna danno per l' oro, il rame e lo zinco, la deviazione massima, nelle condizioni delle mie esperienze, e si vede che anche per rapporto alla massima deviazione i tre metalli si seguono nello stesso ordine.

Non solo si caricano di elettricità positiva, quando cadono su di essi i più rifrangibili dei raggi ultravioletti, i metalli ed il carbone, ma anche sostanze semiconduttrici o isolanti.

Queste ultime, prese sotto forma di dischi furono applicate ad un disco di rame comunicante coll' elettrometro, ed impiegate solo quando si aveva la certezza che non possedessero traccia di cariche accidentali.

Nelle stesse condizioni delle precedenti esperienze fatte per comparare i vari metalli, ho ottenuto:

	Dopo 30 secondi d'azione delle radiazioni	
Legno d'abete	+ 0,016	Volta
Cartone bianco	0,000	»
Solfo fuso da poco (e quindi anche trasp.)	traccie	»
Solfo fuso (e già divenuto opaco) . . .	0,126	»
Ebanite	0,078	»
Vetro.	traccie	»

È notevole il diverso modo di comportarsi dello solfo, secondo le sue condizioni molecolari.

Coi corpi isolanti si può operare anche nel modo seguente. Si prenda un disco di solfo fuso sostenuto da una colonnetta di vetro, e dopo averlo scaricato sopra una fiamma, lo si esponga a ricevere le radiazioni per qualche tempo. Se allora lo si avvicina ad un disco metallico di egual grandezza e comunicante coll'elettrometro, si ha per influenza una deviazione positiva. Questo modo così semplice di operare, è sopratutto adatto per mettere in evidenza l'esistenza del fenomeno.

18. Siccome non basta mettere in comunicazione col suolo un conduttore, per essere sicuri che la sua carica superficiale sia zero, così potrebbe nascere in qualcuno il dubbio che le esperienze precedenti fossero dello stesso genere di quelle che provano la dispersione della elettricità negativa per effetto delle radiazioni. Infatti, se si ammette che i corpi che circondano il disco metallico su cui si fanno cadere le radiazioni, sieno più elettropositivi di esso, il disco rimarrà con una carica superficiale negativa allorchè lo si mette in comunicazione col suolo. Il disperdersi di questa carica negativa per effetto delle radiazioni, farà deviare in senso positivo l'elettrometro comunicante col disco.

Quantunque non manchino argomenti che mostrano inverosimile questa ipotesi, tuttavia ho istituite esperienze destinate a far vedere come le radiazioni possono caricare realmente di elettricità positiva un metallo che sia perfettamente scarico o che abbia inizialmente una lieve carica positiva, che poi le radiazioni accrescono.

Una scatola cubica di metallo (Fig. 2) di circa 16 centimetri di lato, ha sul centro d'una faccia CD una piccola apertura, per

la quale passa liberamente un filo FG di metallo che sostiene un disco HL, e che è sorretto all'esterno da una colonnetta di ebanite M. Il filo, il disco e la scatola, sono dello stesso metallo, e ben puliti con carta smerigliata.

Supponiamo che il disco comunichi coll'elettrometro e la scatola col suolo. Se per un istante si pone in comunicazione col suolo anche il disco, è certo che esso rimarrà perfettamente scarico, circondato com'è da un conduttore la cui superficie è di natura identica alla sua e con esso comunicante. Se dopo ciò si fanno cadere le radiazioni ultraviolette (dell'arco voltaico fatto sullo zinco, e concentrate colla lente di quarzo) sul disco HL, facendole penetrare nella scatola per mezzo di innumerevoli forellini praticati nella parte centrale della faccia AB, l'elettrometro devìa lentamente ed in senso positivo.

Se il disco HL è pulito meglio o da meno tempo, che non la superficie interna della scatola, è verosimile che, comportandosi per questa circostanza come un corpo più elettropositivo, esso resti con una lieve carica positiva allorchè lo si mette in comunicazione col suolo. Ad onta di ciò si ha la deviazione positiva nell'elettrometro, non appena le radiazioni agiscono sul disco.

Non può dunque sussistere più nessun dubbio intorno alla causa della carica positiva che assume un corpo che riceve radiazioni. Essa è veramente dovuta ad una azione delle radiazioni, le quali probabilmente provocano un trasporto di elettricità negativa per opera delle particelle gassose che circondano il corpo illuminato. Se il disco è tenuto in comunicazione col suolo e la scatola coll'elettrometro, si raccoglie in questa una carica negativa.

19. Se si mette in relazione questo caricarsi positivamente di un metallo isolato quando riceve le radiazioni, colle variazioni nella deviazione elettrometrica che si ottengono da un disco posto di fronte ad una rete metallica a diverse distanze (vedi n. 15), si giunge facilmente a prevedere, che la deviazione positiva data da un disco isolato deve divenire di più in più piccola, avvicinando ad esso una lastra metallica della stessa natura e comunicante col suolo.

Se infatti si pone il disco HL assai più vicino alla faccia AB della scatola, la deviazione finale prodotta dalle radiazioni

diviene più piccola, ed anzi tanto minore quanto più vicino si pone il disco alla lastra traforata. In pari tempo però, il fenomeno si compie con maggiore rapidità.

Ciò prova che cessa di accrescersi la carica positiva del metallo che riceve le radiazioni, non già quando il suo potenziale ha raggiunto un determinato valore, poichè se ciò fosse la deviazione elettrometrica sarebbe indipendente dalla distanza fra disco e parete opposta della scatola, ma quando il metallo che riceve le radiazioni ha raggiunto un certo potenziale tanto minore quanto minore è la distanza suddetta.

Ora, al variare della distanza fra il disco illuminato e la lastra di egual natura posta ad esso di fronte, varia in senso inverso la sua capacità elettrostatica, e quindi anche la densità elettrica alla superficie del disco relativa ad un dato valore del potenziale. Nasce quindi spontanea l'idea, che ciò che influisce sul far cessare l'accrescersi della carica positiva provocata dalle radiazioni, sia la densità elettrica sulle parti metalliche che le ricevono. Infatti, si comprende allora facilmente che perchè la densità elettrica sul disco raggiunga quel determinato valore pel quale cessa di accrescersi la carica, deve il disco stesso essere portato ad un potenziale tanto più elevato, quanto più piccola è la sua capacità.

Per sottoporre questa ipotesi alla prova dell'esperienza, ho costruito l'apparecchio della figura 3. Il disco di rame AB che riceve le radiazioni, è posto di fronte al disco di rame IL, che è traforato finamente nella parte centrale onde dar adito alle radiazioni, e che è mantenuto in comunicazione col suolo. La distanza fra i due dischi può variarsi a piacere, e farsi per esempio eguale ora a $^1/_2$ mm. ora a 20 mm.

Il disco AB è poi formato di due parti; una fissa, che è un anello piano con foro di circa 6 centimetri di diametro, e una parte mobile CD, che copre l'apertura, e che è fissata per mezzo dell'asta EF al sostegno isolante MN mobile intorno all'asse O. Dopo che il disco composto ACDB è stato messo un istante in comunicazione col suolo, e che le radiazioni hanno agito per un tempo sufficiente, si fa girare il sostegno MO intorno ad O, sinchè l'estremo F dell'asta EF vada a toccare un pezzo metallico comunicante coll'elettrometro. Si ottiene allora

una deviazione proporzionale alla carica che era distribuita sulla porzione CD del disco illuminato, e per conseguenza proporzionale alla sua densità elettrica.

Ma conviene eliminare quella carica che può distribuirsi sulla faccia esterna di CD, ed a ciò serve un terzo disco di rame isolato GH posto dietro ai due primi, e comunicante con AB. Prima di muovere il sostegno MN, e dopo avere un po' scostato CD da AB, si allontana GH senza toccarlo, ed a questo scopo esso ha un taglio radiale per lasciar passare l'asta EF, ed è sostenuto da un braccio mobile intorno ad un asse (non rappresentato nella figura) parallelo ad EF. Il disco GH viene dunque spostato nel proprio piano, rimanendo isolato, sino a che riesca possibile il movimento di CDEF. Con questa disposizione, analoga a quella dell'elettrometro ad anello di guardia di Thomson, il disco CD non trasporta all'elettrometro che quella carica che è distribuita sulla sua faccia rivolta al disco IL.

Facendo diverse prove, e variando dall'una all'altra la distanza fra AB ed IL, si ottiene così una misura relativa della densità elettrica che nei vari casi assume la parte centrale di AB, dopo che le radiazioni hanno agitò per un tempo abbastanza lungo, onde la massima carica venga raggiunta.

Il risultato generale di molte esperienze, eseguite con questo apparecchio, è stato quello previsto, e cioè ho ottenuto una deviazione elettrometrica sensibilmente costante, variando da $^1/_2$ a 20 millimetri la distanza fra AB ed IL.

In tali esperienze, le radiazioni emesse dall' arco voltaico fatto collo zinco, erano concentrate colla lente di quarzo sui dischi e per essere sicuri che, anche quando la distanza fra il disco illuminato e quello comunicante col suolo era di 20 millimetri, venisse raggiunto il massimo di carica, si lasciavano agire in ogni esperienza le radiazioni per circa 5 minuti primi. La deviazione ottenuta al momento in cui l'asta EF giungeva a toccare il pezzo di comunicazione coll'elettrometro, era di circa 20 particelle della scala, mentre la sensibilità dell'elettrometro era tale, che un Volta era rappresentato da 245 particelle.

Se invece di eseguire le esperienze nel modo descritto, si tiene il disco ACDB in permanente comunicazione coll'elettrometro, si ottiene, naturalmente una deviazione maggiore, ma

differente secondo che è più o meno grande la distanza fra i dischi. Coi dischi a 20 mm. essa fu per esempio di 69 particelle, e coi dischi ad $^1/_2$ mm. fu 22. Così facendo, la deviazione non è più costante, giacchè onde la densità elettrica sul disco illuminato arrivi al suo massimo, che è costante qualunque sia la distanza fra i due dischi, bisogna che il potenziale del disco medesimo arrivi a valori tanto più elevati, quanto maggiore è la distanza suddetta.

Benchè le esperienze, del resto concordanti, eseguite coll'apparecchio della figura 3, abbiano fornito, in causa delle loro condizioni speciali, delle deviazioni elettrometriche piuttosto piccole, pure mi sembra lecito affermare che: *la carica positiva che assume un conduttore quando è colpito dalle radiazioni ultraviolette raggiunge il suo valore limite, allorchè la densità elettrica del conduttore arriva ad un valore determinato, costante per un medesimo conduttore.*

Anche la forza elettrostatica presso la superficie del conduttore avrà quindi un valore determinato e costante, per un determinato conduttore, allorchè la carica positiva massima è raggiunta sotto l'azione continuata delle radiazioni.

Ho più volte accennato all'ipotesi di un trasporto delle cariche negative operato dalle particelle gassose, sotto l'influenza delle radiazioni. Vedremo più oltre alcuni fatti che appoggiano questo modo di vedere, almeno nel caso della dispersione delle cariche negative provocata dalle radiazioni. Se, come è naturale, ammettiamo che anche il caricarsi positivamente d'un metallo illuminato avvenga in seguito ad un simile movimento, ci figureremo questo fenomeno nel modo seguente.

Per ragioni ancora ignote le radiazioni ultraviolette, allorchè cadono sopra un metallo, obbligano le particelle gassose prossime alla sua superficie, o che a questa aderiscono, ad allontanarsene con carica negativa, lasciando al conduttore altrettanto di elettricità positiva. Mano a mano che il conduttore si carica positivamente, cresce d'intensità la forza elettrostatica esercitata dalla carica del conduttore sulle particelle, la quale forza evidentemente tende ad opporsi al loro moto. Sarà soltanto quando la forza elettrostatica ha raggiunto un determinato valore, capace di equilibrare la forza sviluppata dalle radiazioni, e per la quale le

particelle gassose tendono ad allontanarsi con carica negativa, che il fenomeno di trasporto cesserà, e quindi cesserà d'accrescersi il potenziale del conduttore. Si spiega così come occorra un valor costante della densità superficiale e quindi della forza elettrostatica presso la superficie, indipendentemente dal potenziale del conduttore, onde sia raggiunto questo stato di equilibrio.

Invece, l'azione continuerà indefinitamente, se il conduttore sarà tenuto in comunicazione col suolo, ed allora il filo di comunicazione sarà percorso da una corrente continua. Lo stesso dicasi se la comunicazione verrà stabilita fra il conduttore illuminato ed i conduttori circostanti, sui quali le particelle gassose trasportano le loro cariche negative. La sorgente dell'energia di queste correnti dovrà ricercarsi nella energia delle radiazioni.

Cap. V.

Esperienze intorno all'azione delle radiazioni sui corpi elettrizzati.

20. Le esperienze narrate nei due precedenti capitoli, mi hanno naturalmente condotto ad eseguirne altre relative alla dispersione dell'elettricità negativa prodotta dalle radiazioni, sia per studiare l'assorbimento esercitato da diverse sostanze sulle radiazioni stesse, sia per riconoscere la diversità di effetti che si hanno mutando la natura del corpo elettrizzato.

In quanto all'assorbimento esercitato sulle radiazioni attive, ho fatto servire appunto il fenomeno della dispersione dell'elettricità negativa, per indicare le variazioni d'intensità delle radiazioni che traversano diversi corpi. Un disco di rame è mantenuto ad un potenziale costante di circa — 6,2 Volta, da una pila di sei elementi a bicromato il cui polo positivo è in comunicazione col suolo. Davanti al disco e alla distanza di 2 millimetri trovasi una reticella d'ottone verniciata, che comunica coll'elettrometro, ed a traverso i vani della quale passano le radiazioni che agiscono sul disco. Posto l'elettrometro per un istante in comunicazione col suolo, e poi aperto l'adito alle radiazioni,

subito comincia il fenomeno di trasporto dell' elettricità negativa, e l' elettrometro devìa in senso negativo. La deviazione ottenuta dopo un intervallo costante di tempo, è maggiore o minore, secondo la diversa intensità delle radiazioni attive, e può quindi dare un' idea relativa di questa intensità, specialmente se si rende brevissima la durata costante dell' illuminazione.

In queste esperienze comparative la variabilità della sorgente luminosa costituisce una seria difficoltà. Si può eliminare sino ad un certo punto questo inconveniente, adoperando una sorgente non tanto intensa, ed aumentando la durata dell' azione. Perciò l' arco voltaico ordinario è da preferirsi in questo caso a quello fatto collo zinco, e forse la luce del magnesio è anche migliore, per la sua minor incostanza.

Per esempio, colla luce dell' arco voltaico ordinario ho avuto questi risultati:

Azione diretta delle radiazioni	in 30 sec.	0,572 Volta
Interponendo un quarzo grosso 4 cent.	"	0,092 "
" un pezzo di salgemma di 8 cent	"	0,116 "
" " di spato d'Islanda di 18 mm.	"	zero
" " di vetro grosso 8 mm.	"	zero
" " di mica di $0^{mm},5$	"	zero
" uno strato grosso 5 cent. di gas illuminante . . .	"	traccie.
" " " " di aria carica di vap. di benz.	"	traccie.
" " " " di aria car. di vap. di solf. di carb.	"	traccie.

Il grande assorbimento prodotto dal gas illuminante, era stato riconosciuto già da Hallwachs, circostanza questa che mi era sfuggita allorchè pubblicai la mia V Nota.

Vedendo quanto è grande il potere assorbente di certi gas e vapori, e pensando al fatto singolare che i raggi solari sono inetti alla produzione dei fenomeni dei quali qui si tratta, volli esaminare se la causa di tale inettitudine fosse un assorbimento operato dall' aria atmosferica, probabilmente coi suoi strati più bassi e più densi.

Perciò, fra la sorgente luminosa ed il disco elettrizzato che riceve le radiazioni, collocai un tubo lungo circa 30 cent., chiuso alle estremità con lastre di gesso trasparente, nel quale potevasi a volontà o far il vuoto (sino a 5^{mm} di pressione) o fare entrare

un gas qualunque; trovai così che l'anidride carbonica, l'idrogeno, l'azoto, sostituiti all'aria entro il tubo, non producono differenze di effetti nettamente definite, mentre poche traccie di gas illuminante o di vapori di etere, benzina o solfuro di carbonio, manifestano la loro presenza con un assorbimento distinto. Infine, facendo il vuoto, e alternativamente lasciando rientrare l'aria ambiente, disseccata o no, ottenni sempre una deviazione elettrometrica sensibilmente maggiore allorchè il tubo era vuoto.

Così per esempio ottenni un giorno le deviazioni seguenti, in 60 secondi di azione delle radiazioni:

Tubo vuoto (o meglio aria a 5 mm.) . . .	1,20	Volta
» con aria all'ordinaria pressione. . .	1,12	»
» vuoto	1,28	»
» con aria alla press. ord. e secca . .	1,05	»
» vuoto	1,22	»
» aria ordinaria	1,11	»

Mi propongo di studiare con apparecchi migliori questo notevole assorbimento operato dai gas; ma intanto sembra provato, che l'atmosfera assorbe i raggi capaci di generare i nuovi fenomeni foto-elettrici. Questi raggi attivi non sono dunque probabilmente altro che quei raggi ultravioletti la cui lunghezza d'onda è minore di 0,0000295 centimetri.

21. Secondo Hallwachs, mentre si disperde rapidamente la carica negativa di un disco di zinco, allorchè riceve i raggi ultravioletti, un disco di rame, dà effetti assai minori, ed uno dorato non dà effetto sensibile. Ma operando coll'elettrometro a quadranti, si trovano effetti assai distinti anche coll'oro e cogli altri metalli meno ossidabili, come pure con un gran numero di altri corpi.

Per farmi un'idea dell'azione relativa dei diversi metalli o conduttori, ho disposto gli apparecchi press'a poco come per le ultime esperienze descritte più sopra, se non chè ho tenuto la rete lontana 6 centimetri dal disco, ed ho mantenuto quest'ultimo carico a circa 90 Volta, per mezzo d'una piccola pila secca. Le deviazioni ottenute in 20 secondi d'azione della luce dell'arco voltaico ordinario, nell'elettrometro comunicante colla rete, furono in una serie di esperienze le seguenti:

Disco di zinco	— 32 Volta
» ferro	28 »
» rame	19,9 »
» platino	16 »
» rame dorato	10 »
» carbone	5,3 »
» rame verniciato con gomma lacca	0,8 »
» rame coperto di cera	0,0 »
» rame coperto di carta	0,08 »
» abete.	0,11 »

Mettendo la rete metallica comunicante coll'elettrometro a distanza minore dal disco carico, le differenze si accentuano di più, ma occorre ridurre ancora la sensibilità dell'elettrometro, che durante le esperienze precedenti era di 12 particelle della scala per 1 Volta.

Disponendo i metalli in serie secondo la rapidità con cui perdono la loro carica negativa sotto l'influenza delle radiazioni, essi risultano dunque disposti all'incirca come nelle serie della elettricità di contatto, essendo i più elettropositivi quelli che più abbondantemente perdono la elettricità negativa.

Ma ciò si verifica solo per i potenziali più elevati. Se si caricano i dischi a piccoli potenziali, per esempio ad un Volta e meno, essi poco a poco si comportano diversamente, e l'ordine finisce coll'invertirsi e divenire quello stesso nel quale sono disposti per rapporto alla carica positiva che acquistano sotto l'influenza delle radiazioni, quando sono presi allo stato naturale. Così per esempio, caricando i dischi al potenziale di — 0,1 Volta ha avuto in 30 secondi queste deviazioni:

Oro	— 0,072 Volta
Rame. . . .	0,061 »
Zinco. . . .	0,041 »

Evidentemente con questi piccoli potenziali comincia a manifestarsi in modo preponderante la diversa attitudine dei metalli a caricarsi di elettricità positiva a partire dallo stato naturale

poichè questa attitudine, come si è visto nel capitolo precedente, è maggiore, a parità di condizioni per i metalli più elettropositivi.

22. Ho riconosciuto che anche alcuni coibenti solidi presentano il fenomeno di perdere rapidamente la loro carica negativa allorchè ricevono sulla loro superficie le radiazioni ultraviolette. Le esperienze possono eseguirsi in diverse maniere.

Si fissi un disco coibente, per esempio di solfo, sopra un disco metallico comunicante coll' elettrometro, e si elettrizzi negativamente la faccia libera del coibente, per esempio collo strofinamento. Appena che le radiazioni cadono sul coibente elettrizzato, l' elettrometro devìa in senso positivo, se fu messo in comunicazione col suolo prima dell' esperienza, o si vede diminuire la deviazione negativa rimasta, se lo si lasciò colla sua carica d' influenza.

L' effetto è notevolissimo collo solfo, un po' minore coll' ebanite, ed assai più piccolo colla gomma lacca e specialmente col vetro.

L' azione è più rapida se di fronte al disco viene collocata una rete metallica comunicante col suolo, facendo passare le radiazioni attraverso i vani della rete. Se si lascia isolato di disco metallico che regge il coibente, o lo si sopprime, e si pone la rete in comunicazione coll' elettrometro, si raccoglie nella rete della elettricità negativa e l' elettrometro devìa appunto in senso negativo.

Invece di elettrizzare la faccia del coibente che riceve le radiazioni, si può dare la carica negativa al disco metallico al quale è applicato il coibente, oppure, quando questo è sostenuto solo da una colonnetta isolante, si può elettrizzare negativamente la faccia della lastra coibente opposta a quella che viene illuminata. Anche operando in tal guisa si ottengono risultati analoghi ai precedenti, che dimostrano un trasporto di elettricità negativa dalla faccia illuminata ai corpi circostanti comunicanti col suolo oppure alla rete prospiciente, che, se comunica coll' elettrometro, lo fa deviare in senso negativo. Dopo che le radiazioni hanno agito per un tempo sufficiente si può riconoscere che la faccia illuminata del coibente, è rimasta carica positivamente.

Questa esperienza sembra indicare che la dispersione dell' elettricità negativa, può consistere realmente in uno sviluppo di elettricità positiva alla superficie del corpo che riceve le radiazioni. Anche in questi casi l' azione cesserà quando la forza

elettrostatica nei punti illuminati arriverà ad un valore determinato, probabilmente costante per ogni corpo.

É sottointeso che si deve sperimentare sempre con coibenti perfettamente scarichi.

Alcuni liquidi, come l'acido solforico, danno pure il fenomeno della dispersione della carica negativa in modo apprezzabile. È dunque probabile che impiegando mezzi abbastanza delicati si arriverà a riconoscere, che l'azione delle radiazioni si fa sentire su qualunque corpo solido o liquido elettrizzato negativamente, quantunque con intensità diversa pei diversi corpi.

Cap. VI.

Sul trasporto dell'elettricità negativa determinato dalle radiazioni ultraviolette.

23. In quest'ultimo capitolo descriverò alcune esperienze che sembrano affatto favorevoli all'ipotesi di un trasporto dell'elettricità negativa operato dalle molecole gassose, sotto l'azione delle radiazioni ultraviolette.

Se fra la rete metallica ed il disco adoperati nelle esperienze del cap. III, si pone una lamina isolante, essa deve, ammessa l'ipotesi più volte citata, arrestare sul loro cammino le molecole gassose cariche negativamente, che partono dal metallo negativo e si dirigono verso quello che ha la carica positiva.

Però non può impiegarsi nessuno dei comuni coibenti, giacchè essi arresterebbero le radiazioni che devono investire il disco, quando questo è costituito dal metallo elettronegativo. Perciò ho adoperato delle lastre sottili e trasparenti di gesso.

Si abbia dunque una *coppia foto-elettrica* formata per esempio da una rete di zinco e da un disco di rame, paralleli e a piccola distanza fra loro (2 mm. circa).

Fra i due metalli della coppia e parallelamente alla loro superficie, si collochi una lamina di gesso, in modo che non tocchi nè il disco nè la rete, e che sia stata liberata in precedenza da ogni carica accidentale coll'uso di una fiamma.

Si facciano cadere sul sistema delle intense radiazioni ultraviolette per alcuni secondi, e poi, tolto di posto il disco, si porti

la lamina di selenite a piccola distanza, ma senza contatto, da un disco metallico isolato comunicante coll'elettrometro a quadranti. Si otterrà, per influenza, una deviazione negativa.

Dunque la lamina posta fra i due metalli si è impossessata di quell'elettricità negativa che sotto l'influsso delle radiazioni abbandona il metallo elettronegativo. Il risultato è qualitativamente il medesimo, tanto se il disco è negativo rispetto alla rete, che nel caso inverso.

Nei due casi, la carica negativa della lamina deve risiedere sopra una sola delle sue faccie, e cioè o sulla faccia volta alla rete o su quella volta al disco, secondo che quella o questo costituisce il metallo elettronegativo della coppia. Ma essendo difficile assai il decidere su quale delle due faccie d'una lamina sottile risieda una carica elettrica, così ho variato l'esperienza nel modo seguente.

Fra il disco e la rete si collocano due lamine di gesso, in modo che non si tocchino reciprocamente, nè tocchino i due metalli. Dopo che le radiazioni ultraviolette hanno compiuta la loro azione sul sistema, si trova carica negativamente quella delle due lamine di gesso che è dalla parte del metallo elettronegativo, per esempio quella che è dalla parte del disco, se la coppia foto-elettrica è formata da una rete di zinco e da un disco di rame.

È facile estendere queste esperienze anche ai casi di dispersione della carica negativa comunicata ad un metallo qualunque esposto alle radiazioni. Infatti una lamina isolante, posta davanti al metallo e a poca distanza si trova carica negativamente alla fine dell'esperienza.

24. Era prevedibile che mentre le particelle gassose trasportano la carica negativa d'un metallo su cui cadono le radiazioni ultraviolette, si manifesti un movimento nel conduttore, dato che sia delicatamente sospeso, in causa della ripulsione elettrica fra le particelle stesse ed il metallo, precisamente come acccade nel molinello elettrico, e forse anche in causa di reazione, come accade alle alette del radiometro. Il metallo deve dunque muoversi nel senso in cui si propagano le radiazioni come se fosse da queste respinto.

L'apparecchio col quale ho verificato questa previsione, e

nel quale il metallo è sospeso press' a poco come la pallina mobile di una bilancia di Coulomb, ha dovuto subire varie successive modificazioni, onde eliminare varie cause d'inganno, delle quali le due seguenti sono le principali.

Indipendentemente da ogni fenomeno elettrico, una laminetta metallica delicatamente sospesa, si muove non appena su di essa cadono le radiazioni dell' arco voltaico, dirigendosi verso la sorgente luminosa. Il fenomeno è notissimo, ed è dovuto alla formazione di correnti d'aria generate in contatto della faccia che riceve le radiazioni, e che in conseguenza lievemente si riscalda.

Questi movimenti dovuti all'azione termica sono tali da dissimulare completamente il moto che si vuole rendere manifesto.

In secondo luogo, può il metallo mobile mettersi in movimento in causa delle variazioni che subiscono le forze elettriche, quando le radiazioni agiscono su di esso. Si esercita infatti in generale una forza elettrostatica fra il metallo elettrizzato ed i conduttori circostanti, e comunicanti col suolo, se questi non sono disposti simmetricamente rispetto al metallo mobile. Basta dunque caricare il conduttore mobile, perchè in generale esso si sposti ed assuma una nuova posizione di equilibrio. Ora, se la carica data al conduttore è negativa, può darsi che non appena agiscono sulla sua superficie le radiazioni ultraviolette, la sua carica diminuisca alcun poco, quand'anche sia mantenuto in comunicazione con una sorgente di elettricità negativa, e resti diminuita per tutto il tempo durante il quale è illuminato. Se dunque il conduttore nell'atto di caricarlo aveva mutato posizione di equilibrio per effetto delle forze elettrostatiche esercitantesi fra esso ed i corpi circostanti, esso ritornerà alcun poco verso la posizione che occupava prima di essere caricato, e rimarrà nella nuova posizione finchè agiscono le radiazioni. Anche questo spostamento, prodotto nell'atto in cui si fanno cadere le radiazioni, deve dunque eliminarsi.

L'apparecchio che permette di togliere di mezzo queste cause di errore, è rappresentato schematicamente dalle figure 4 e 5.

La parte mobile è costituita da due fili metallici C*o*A, B*o*D, piegati come nella figura 4, e fissati ad una laminetta di mica in modo che mentre i tratti *o*A, *o*B sono sopra una stessa linea orizzontale, i tratti *o*C ed *o*D sieno su una stessa

verticale. Due laminette d' alluminio A e B di circa 8 cent. quadrati, e che distano fra loro circa 4 centimetri e mezzo, sono portate dai bracci orizzontali. Il tratto *o* C è sospeso ad un sottile filo di metallo PC, mentre al tratto *o* D è attaccato uno specchietto S ed una lamina di mica che è immersa nell' acido solforico contenuto in un piccolo recipiente V. Per mezzo d' un filo metallico immerso nell' acido, la laminetta B è mantenuta in comunicazione col suolo, mentre che per mezzo del filo di sospensione si può caricare a volontà la laminetta A.

La piccola bilancia di torsione così costituita è contenuta in una cassa parallelepipeda MNQR (Fig. 5) il cui fondo ed il cui coperchio sono di legno, e le cui pareti sono in massima parte conduttrici. I bracci orizzontali *o* A, *o* B occupano una posizione parallela alle faccie verticali maggiori MN, QR della cassa, quando il filo di sospensione non ha torsione, ed inoltre sono equidistanti da esse.

La faccia MN ha poi una finestra larga e bassa, chiusa da una lastra di selenite. Attraverso di questa passano le radiazioni emesse dall' arco voltaico (ottenuto fra carbone e zinco), e collocato press' a poco nel piano di simmetria dell' apparecchio, in modo da illuminare con pari intensità le due lamine. Infine, la parete QR è formata da una lastra di cristallo, la quale permette di leggere le piccole deviazioni del sistema mobile per mezzo dello specchietto S e di un cannocchiale con scala.

In causa della costruzione simmetrica dell' apparecchio, le due cause d' errore descritte, riescono facilmente soppresse. Infatti, se si tiene in comunicazione col suolo anche la laminetta A (mentre la B lo è permanentemente), non si ha nessuna deviazione nell' atto in cui si accende la lampada. Soltanto, in causa delle inevitabili irregolarità nella produzione dell' arco voltaico sullo zinco, il sistema mobile assume lievi oscillazioni irregolari, che non disturbano troppo la riescita dell' esperienza. Se poi per caso v' è tendenza a deviazione permanente in un dato senso. basta spostare un poco lateralmente nel senso dovuto la sorgente delle radiazioni per farla sparire. Allora gli effetti prodotti dalle correnti d' aria presso le due lamine si bilanciano, ed infatti basterebbe intercettare le radiazioni sopra una di esse, perchè si avesse una notevole deviazione.

Anche le forze elettrostatiche si equilibrano per ragioni di simmetria, ed infatti non si ha deviazione sensibile se, mentre la sorgente L è nascosta da un diaframma, si carica la laminetta A. Se per caso una piccola deviazione si notasse, basta, per sopprimerla, girare in un determinato senso la sospensione del filo.

Supponiamo che, una volta messo l'apparecchio in buone condizioni, si facciano giungere sul sistema mobile le radiazioni. Non appena si dà alla lamina A una carica negativa, si ottiene una deviazione nel senso previsto, cioè come se la laminetta stessa fosse respinta dalle radiazioni. Lo stesso accade se prima si carica negativamente la lamina A, e poi si apre l'adito alle radiazioni. La deviazione ha luogo in tal caso nell'atto di togliere il diaframma che le intercettava.

Se poi si dà alla lamina A una carica positiva, non si ottiene deviazione alcuna in nessun caso, il chè è ben naturale, poichè è solo dai corpi carichi negativamente che ha luogo la convezione *foto-elettrica.*

La sorgente elettrica di cui mi sono servito per caricare la laminetta consiste in due antiche pile secche (del 1830) lunghe 40 centimetri circa, poste in capo una all'altra, e di cui un polo estremo comunica col suolo e l'altro colla laminetta. La forza elettromotrice di queste pile, misurata con uno dei noti metodi elettrostatici, si trovò essere circa 900 Volta per una, e 1000 circa per l'altra.

25. Ammesso il trasporto della carica negativa per opera delle particelle del gas ambiente, è naturale il pensare, che le molecole gassose elettrizzate si muovano come si muoverebbe un piccolo corpo elettrizzato nel campo elettrico, salvo le modificazioni che possono derivare dalla velocità termica iniziale, e dalle reciproche collisioni.

Ora, in altro lavoro ho dimostrato [1]): 1° che una particella elettrizzata abbandonata a se stessa in un campo elettrico si muove percorrendo una traiettoria in generale curvilinea, che non coincide colla linea di forza passante pel punto di partenza neppur nel caso in cui la particella elettrizzata non abbia velo-

1) 2ª *Memoria sulle ombre elettriche — R. Acc. di Bologna*, ser. 4ª, t. III, pag. 465 (1881).

cità iniziale; 2° che questa traiettoria è indipendente dalla carica e dalla massa materiale della particella che si muove (dato che la velocità iniziale sia zero), per cui non si modifica se la particella perde strada facendo parte della sua carica, poichè in tal caso varia soltanto la velocità con cui la traiettoria viene percorsa; 3° che se per altre cause qualunque la particella perde continuamente parte della sua velocità, la traiettoria si modifica tendendo a trasformarsi nella linea di forza che passa pel punto di partenza.

Ho spiegate, partendo da queste premesse, le esperienze così dette delle *ombre elettriche*, che ottenni nell'aria all'ordinaria pressione, per opera delle molecole gassose respinte da una punta acuta elettrizzata, le quali seguono nel loro moto sensibilmente le linee di forza. In questo caso può darsi che gli urti delle molecole respinte contro le altre molecole del gas, producano perdite continue di velocità nelle molecole elettrizzate, e così le traiettorie che percorrono differiscano poco dalle linee di forza.

Si noti poi, che se si ammette che coi detti urti ogni molecola respinta, abbia a subire anche una perdita di carica, ciò non modifica la sua traiettoria, ma fa solo scemare la velocità con cui la percorre; e che in causa della carica che coll'urto acquista una molecola urtata, questa devesi pure avviare, come le altre molecole cariche, per una traiettoria poco diversa da una linea di forza.

In tutto questo bisogna ammettere che le velocità dovute alle forze elettriche sieno molto grandi di fronte alle velocità dovute al moto termico del gas, se nò non potrebbe evidentemente originarsi un movimento regolare delle molecole, qual'è quello che le ombre elettriche mettono in evidenza.

Ora, è naturale il pensare, come notavo più sopra, che il moto delle molecole gassose che partono da un corpo elettrizzato negativamente, sul quale cadono raggi ultravioletti, abbia luogo colle stesse modalità, e cioè che anche in tal caso le molecole gassose si muovano regolarmente secondo traiettorie poco dissimili dalle linee di forza.

Non riferirò i molti tentativi che ho fatti, prima di potere ottenere qualche verificazione sperimentale di questa facile previsione, ma mi limiterò a descrivere l'apparecchio che mi ha

dato buoni risultati, ed a dar ragione dei principi sui quali è fondato.

Bisognava evidentemente realizzare uno di quei pochi casi in cui sono note le linee di forza, ed ho scelto il più semplice, quello cioè di un cilindro indefinito elettrizzato, parallelo ad un piano indefinito comunicante col suolo. Questo caso può dedursi da quello di due rette parallele indefinite, con cariche eguali e di nome contrario.

Preso per piano di figura (Fig. 6) un piano perpendicolare alle due rette elettrizzate, sieno O ed O' le tracce di esse, e sia DE la traccia del piano parallelo alle due rette e da esse equidistante. Le linee di forza del sistema sono tutti gli archi di circolo i quali, come OEO', sono in un piano perpedicolare alle due rette O, O', e passano per O ed O', mentre che le superfici di livello, sono cilindri le cui sezioni fatte dal piano di figura sono cerchi, come per esempio MPN, col centro C sulla retta OO' e tali che si abbia $MO:MO' = NO:NO'$.

Una delle superfici di livello è il piano ED, ed anzi è quella che corrisponde al potenziale zero.

Ora, per un noto teorema, non variano nè le linee di forza nè le superfici di livello intermedie a due di tali superfici, se queste due vengono assunte come superfici di due conduttori caricati al loro rispettivo potenziale. Per cui se si prende un cilindro MPN ed il piano DE, le linee di forza fra i due conduttori saranno ancora porzioni di circonferenze, i cui piani sono perpendicolari alle generatrici del cilindro ed i cui centri si trovano nel piano DE. E siccome le linee di forza sono normali alle superfici dei conduttori, per tracciare la linea di forza che parte da un punto P del cilindro, basterà descrivere una circonferenza avente per centro il punto Q in cui la DE è intersecata dalla tangente QP in P al cerchio MPN.

Indichiamo con R il raggio CP della sezione retta del cilindro, e con d la distanza DC fra il suo asse ed il piano, con θ l'angolo DCP, e con z la distanza DE, dal punto D al punto E in cui la linea di forza PE incontra il piano, ed occupiamoci di stabilire la relazione che passa fra θ e z, poichè sarà questa relazione che dovrà confermarsi coll' esperienza.

A questo scopo si abbassi PS perpendicolare ad OO′, e si congiunga P con N ed E.

Dal triangolo isoscele CPN si ha $\widehat{DCP} = 2\,\widehat{CNP}$, ossia $\widehat{CNP} = \frac{\theta}{2}$ e quindi $\widehat{SPN} = 90^\circ - \frac{\theta}{2}$. Dal triangolo isoscele QEP, in cui l'angolo $\widehat{EQP}$ è eguale a θ, si ha $\theta + 2\,\widehat{QEP} = 180^\circ$, ossia $\widehat{QEP} = 90^\circ - \frac{\theta}{2}$. Dunque $\widehat{QEP} = \widehat{SPN}$, per cui i tre punti E, P, N sono in linea retta, il che dimostra intanto questa proprietà geometrica, e cioè: le linee di forza incontrano il piano DE, precisamente dove l'incontrerebbero se invece d'essere archi di cerchio fossero rette provenienti dal punto N.

Ciò posto, dai triangoli simili DEN, SPN si deduce;

$$\frac{SN}{SP} = \frac{DN}{DE}$$

ossia

$$\frac{CN - CS}{SP} = \frac{R + d}{z}$$

od anche

$$\frac{R + R\cos\theta}{R \operatorname{sen}\theta} = \frac{R + d}{z}$$

da cui

$$z = (R + d)\frac{\operatorname{sen}\theta}{1 + \cos\theta},$$

o se si vuole:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2z(R + d)}{(R + d^2) - z^2} \quad ^{1)}$$

1) Nella mia Nota IV ho dato invece la formola:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2dz(z^2 + d^2 - R^2) + 2Rz(z^2 - d^2 + R^2)}{4Rdz^2 - z^4 + (d^2 - R^2)^2}$$

che trovai con altro metodo. Questa formula è identica a quella trovata or ora. Infatti essa può scriversi così:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2z(R + d)[z^2 + (R - d)^2]}{[(R + d)^2 - z^2]\,[z^2 + (R - d)^2]},$$

e si riduce a quella data nel testo sopprimendo il fattore comune ai due termini della frazione.

Questa relazione permette di determinare qual'è il punto di partenza P sul cilindro, d'una linea di forza che arriva in un dato punto E dal piano. Ora, l'apparecchio che passo a descrivere, e che realizza praticamente il caso d'un cilindro elettrizzato e di un piano ad esso parallelo, permette, con appositi artifici, di riconoscere il punto di arrivo sul piano DE delle molecole gassose respinte da un punto P del cilindro, e per ciò si presta per ricercare se la relazione teorica precedente sia o no confermata, cioè se le dette molecole gassose seguano o no le linee di forza.

26. L'apparecchio consta di un cilindro verticale di zinco MPN (Fig. 7) lungo circa 15 centimetri e del diametro di $13^{mm},75$, e di una gran lastra di zinco AB pure verticale. La colonnetta di ebanite che sostiene il cilindro di zinco, è fissata in un pezzo metallico conico, mobile al centro di un circolo graduato GH, e la lastra AB, che comunica col suolo, può spostarsi nel proprio piano e nella direzione orizzontale. La sua posizione è determinata da una scala fissa ST.

Se mantenendo carico il cilindro di elettricità negativa, si facessero cadere su di esso le radiazioni della sorgente L, da ogni punto della superficie illuminata partirebbero le particelle gassose elettrizzate, e sarebbe difficile assai il riconoscere il cammino percorso da ciascuna di esse, con diaframmi traforati od altro, poichè s'incontrerebbero numerose cause di errore. Ma se, traendo profitto della circostanza che su alcuni corpi l'azione delle radiazioni è piccolissima, si copre la superficie del cilindro con una vernice appropriata, lasciando scoperta solo una sottilissima striscia P parallela alle generatrici (che si dovrà poi conservare sempre perfettamente pulita), sarà quasi esclusivamente dalla generatrice non verniciata che si stabilirà la convezione elettrica sotto l'influenza delle radiazioni.

La vernice nera resinosa che trovasi in commercio, o la cera deposta dalla sua soluzione nell'etere, servono bene. Colla lama di un coltello si leva la vernice secondo una generatrice, avendo cura di raschiare il metallo onde sia ben pulito. È conveniente dare alla parte scoperta una larghezza di circa $^1/_3$ di millimetro. Il circolo graduato GH farà conoscere l'angolo $\theta = PCD$, che fa il piano passante per l'asse del cilindro e per la generatrice

nuda, col piano passante per l'asse stesso e perpendicolare al piano DE.

Mentre con questo artificio, viene limitato il fascio delle particelle respinte dal cilindro, è necessario determinare qual è la regione del piano DE che esse vanno a colpire. A ciò vale la disposizione seguente.

Nella lastra DE è praticata una fenditura rettangolare verticale, larga circa 3 millimetri ed alta circa 5 centimetri. Questa fenditura, che è a livello della parte media del cilindro di zinco, viene riempita quasi completamente da una lastrina metallica rettangolare *mn*, di dimensioni pochissimo inferiori alle sue, e sorretta da un isolatore. Fra la lastrina isolata e la lastra di zinco DE resta all'ingiro un piccolissimo intervallo (circa un terzo di millimetro) sufficiente per l'isolamento della lastrina *mn*.

La lastrina *mn* è tenuta in comunicazione coll'elettrometro. Questo strumento devierà, se la lastrina *mn* è colpita dalle particelle gassose elettrizzate che sotto l'azione delle radiazioni partono da P. Facendo scorrere la lastra DE nel proprio piano, si potrà trovare la posizione per la quale l'elettrometro devierà più fortemente a parità di durata dell'esperienza, e così si giungerà a determinare, con lettura fatta sulla scala ST, la distanza $z = DE$ dal punto D alla regione su cui giungono le particelle partite da P. Evidentemente deve essere in precedenza determinata con cura la posizione dell'indice annesso alla lastra, per cui si ha $z = 0$, e cioè quella nella quale la lastrina *mn* si trova esattamente di fronte al cilindro.

Se le particelle partite da P si muovono seguendo sensibilmente le linee di forza, l'esperienza dovrà verificare la relazione scritta più sopra fra θ e z.

Avendo eseguite molte esperienze con questo apparecchio, ho sempre trovato un notevole accordo colle previsioni. Una delle pile secche adoperate anche nell'esperienza delle fig. 4 e 5, servì a mantenere carico negativamente il cilindro. La sorgente delle radiazioni fu sempre l'arco voltaico collo zinco, e in ogni esperienza l'illuminazione si faceva durare un tempo costante, ma assai breve, onde evitare il cambiamento di condizioni dell'esperienza dovuto al caricarsi della lastrina *mn*.

Colla formula data più sopra avevo prima calcolati i valori

di θ corrispondenti a diversi valori di z, come pure il valore di z che corrisponde a $\theta = 90°$, il quale non è altro che $d + R$.

Essendo $d = 20,675$, $R = 6,875$, trovai:

Z	θ
10mm	39° 54′
20	71 57
27,55	90
30	94 53
40	110 53
50	122 17

Ciò fatto, diedi a θ uno di quei valori, per esempio 90°, e feci diverse esperienze, misurando la deviazione elettrometrica ottenuta con diverse posizioni della lastrina *mn*, cioè con diversi valori di z. Trovai che precisamente per $z = 27,55$ si aveva una forte deviazione elettrometrica, mentre che per valori inferiori o superiori a 27,55 la deviazione era notevolmente minore. Dato poscia all'angolo θ un altro valore, per esempio 110°53′ riconobbi che era per $z = 40$ mm. che si otteneva la deviazione elettrometrica massima, e così di seguito.

Riporterò i risultati di una serie di misure. Le radiazioni si fecero agire 5 secondi in ogni esperienza. La sensibilità dell'elettrometro era 150 particelle per un Volta.

$\theta = 71°57'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
0mm	6 particelle
10	12 »
18	62 »
20	422 »
22	79 »
30	11 »

$\theta = 90^o$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
10mm	2 particelle
20	4 »
25	17 »
27,55	295 »
03	73 »
40	19 »

$\theta = 94^o 53'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
20mm	0 particelle
28	65 »
30	300 »
32	110 »
40	19 »

$\theta = 110^o 53'$

Valore dato a z	Deviazione elettrometrica
30mm	10 particelle
38	84 »
40	260 »
42	35 »
50	8 »

$\theta = 122°17'$

Valore dato a s	Deviazione elettrometrica
30mm	3 particelle
40	17 »
48	100 »
50	190 »
52	120 »
60	15 »

Come si vede, le deviazioni che si hanno quando la lastrina *mn* occupa precisamente il luogo in cui giungono le linee di forza che partono da P, sono notevolmente superiori a quelle ottenute allorchè la lastrina stessa viene spostata di poco in un senso o nell' altro. Del resto non si poteva pretendere di più, tenuto conto anche della circostanza che quantunque la regione scoperta P del cilindro e la lastrina *mn* sieno assai strette, pure devono esservi più posizioni successive della lastrina, nelle quali questa può essere incontrata da linee di forza partite da P, specialmente poi quando si danno a θ dei grandi valori, coi quali le linee di forza maggiormente si diradano prima di giungere al piano DE; e tenuto conto altresì del fatto che anche la parte verniciata del cilindro darà luogo, quantunque in grado molto piccolo, alla convezione elettrica.

La riuscita di queste esperienze è certa, se si dà al cilindro un potenziale negativo conveniente. Una carica troppo lieve, obbligherebbe a prolungare le esperienze, e la lastrina *mn* si caricherebbe tanto di elettricità negativa da modificare troppo il campo elettrico. Invece una carica troppo forte darebbe luogo a notevole dispersione della carica da ogni punto del cilindro anche senza l' azione delle radiazioni. Il potenziale di circa 1000 Volta dato da una delle mie pile secche era convenientissimo pel mio apparecchio.

Queste esperienze mi sembrano provare molto in favore della ipotesi di una convezione prodotta dalle radiazioni. Ma si pos-

sono fare esperienze non m eno dimostrative, modificando a forma delle linee di forza, ponendo ostacoli sul cammino delle particelle gassose che si muovono lungo le linee di forza ecc.

Accennerò a qualcuna di queste esperienze. Se si pone in X (fig. 7) un cilindro verticale verniciato comunicante col cilindro MPN, bisogna aumentare alquanto la distanza z, onde raccogliere le particelle emesse da P. Se il cilindro è in Y si ha naturalmente un fenomeno inverso.

Infine, se si pone in W una lastrina isolante, in modo che sia incontrata dalle linee di forza partite da P, cessa la lastrina mn di caricarsi, ma si carica in sua vece la lastra W. L'esperienza è particolarmente notevole se, come mostra la figura 8, l'angolo θ è ottuso. Naturalmente l'esperienza deve sempre durare pochi secondi, se no la carica che acquista la lastra isolante modifica troppo la forma delle linee di forza del campo.

CONCLUSIONI.

Allorchè le onde ultraviolette più brevi giungono alla superficie di un metallo carico negativamente, ne fanno disperdere la carica con una rapidità che a parità di circostanze cresce pei vari metalli andando dall'oro allo zinco nella serie del contatto.

La stessa azione ha luogo anche su corpi isolanti, per esempio solfo, ebanite.

Il corpo che perde la sua carica per effetto delle radiazioni, si sposta per reazione. La carica viene poi trasportata, probabilmente dalle particelle del mezzo gassoso, verso i corpi carichi positivamente, e seguendo sensibilmente le linee di forza.

Bastano le cariche dovute alla differenza di potenziale di contatto fra due conduttori, onde si manifesti il fenomeno del trasporto di elettricità negativa. Se i due conduttori sono vicinissimi, essi restano ridotti ad uno stesso potenziale, e si comportano come quelli d'una coppia voltaica. Molte *coppie fotoelettriche* di tale specie, riunite in serie formano una pila, che mostra i noti fenomeni di una pila a circuito aperto, quando il polo negativo (ma non il positivo) sia tenuto in comunicazione col suolo. È sempre

sul metallo negativo che ha luogo l'azione, ma il metallo suddetto può ricevere le radiazioni o direttamente o dopo riflessione sull'altro conduttore.

Un corpo, metallo o dielettrico (solfo o ebanite) preso allo stato naturale, si carica positivamente s otto l'azione delle radiazioni ultraviolette le più rifrangibili. Se il corpo è preso con una carica iniziale positiva assai piccola, questa carica può aumentare per effetto delle radiazioni. Se infine il corpo ha una carica iniziale negativa, non solo la carica è dispersa, ma l'azione si continua ancora sino a lasciare il corpo con una carica positiva.

Il potenziale massimo positivo che raggiunge il corpo che riceve le radiazioni, è tanto più elevato quanto più piccola è la sua capacità elettrostatica. Sembra provato che in ogni caso cessa di aumentare la carica positiva del corpo, non già quando il suo potenziale arriva ad un valore particolare, ma bensì quando la forza elettrostatica alla superficie colpita dalle radiazioni, giunge ad un determinato valore, costante per ogni corpo.

Si spiega questa costanza, nell'ipotesi di un trasporto di elettricità effettuato dalle particelle gassose sotto l'azione delle radiazioni, riflettendo, che questo trasporto dovrà cessare quando, presso la superficie del corpo, la forza elettrostatica esercitata dalla carica positiva già acquistata dal conduttore sulle particelle gassose cariche negativamente, farà equilibrio alla forza (dovuta alle radiazioni) che tende ad allontanarle. Il valore della forza elettrostatica alla superficie, corrispondente all'equilibrio, dovrà essere dunque costante per ogni dato corpo.

SULLE FUNZIONI SFERICHE D'UNA VARIABILE; NOTA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI.

(*Rendiconti del R. Istituto Lombardo.* Serie II, Vol. XX).

Nella teoria delle funzioni sferiche occorre spessissimo di adoperare certe formole che esprimono relazioni sussistenti fra più funzioni sferiche della stessa specie e d'ordine diverso. Nel copioso trattato di Heine tali formole ricorrenti compariscono a più riprese, sotto forme svariatissime, e sono dedotte di volta in volta da considerazioni non meno svariate, anzi, direbbesi quasi, incidentali, senza che si accenni mai ad una sorgente unica e primitiva di tutte queste relazioni, alcune delle quali hanno d'altronde un'importanza grandissima, sia per la teoria generale, sia per le applicazioni. Ora la sorgente delle formole di cui si tratta consiste in due semplicissime relazioni che hanno sempre luogo fra due funzioni consecutive e le loro derivate prime, relazioni che mi propongo di qui stabilire nella loro assoluta generalità.

Queste relazioni non sono nuove, quanto alla forma, ed F. Neumann, nei suoi pregevolissimi *Beiträge zur Theorie der Kugelfunctionen* (Leipzig, 1878), le dimostra direttamente, tanto (p. 61) per le funzioni di prima specie, quanto (p. 65) per quelle di seconda. Ma questo stesso fatto della loro separata dimostrazione, e della deduzione di questa dall'espressione analitica di ciascuna delle due specie di funzioni, mostra che alle formole in discorso non si attribuisce il significato che esse hanno realmente, cioè di vere e proprie equazioni differenziali di primo ordine, atte a definire compiutamente l'intero sistema delle funzioni sferiche d'una variabile.

Rammento che, per ogni dato ordine n, le funzioni sferiche di prima e seconda specie d'una variabile x si designano rispettivamente coi simboli $P_n(x)$, $Q_n(x)$ e che ponendo

$$AP_n(x) + BQ_n(x) = R_n(x)\,, \tag{1}$$

dove A e B sono due costanti arbitrarie, la funzione $R_n(x)$ è l'integrale generale dell'equazione differenziale di second'ordine

$$(1)_a \qquad \frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{dR_n}{dx}\right]+n(n+1)R_n=0.$$

Tutte le proprietà che si possono stabilire coll'aiuto di questa sola equazione, senza l'intervento d'alcuna nozione relativa all'espressione analitica della funzione integrale, sono assolutamente generali, cioè applicabili sia alle funzioni del tipo P_n, sia a quelle del tipo Q_n, sia finalmente a quelle del tipo misto R_n (salvo un avvertenza che verrà fatta a suo tempo). Di questa natura sono appunto le due relazioni che si tratta di stabilire.

Si ponga

$$R_n=x\frac{d\phi}{dx}+m\phi,$$

dove $\phi(x)$ è una conveniente funzione ausiliare ed m un numero da determinarsi opportunamente. Sostituendo quest'espressione di R_n nell'equazione differenziale $(1)_a$ si ottiene un risultato il quale è facilmente riducibile alla forma seguente:

$$x\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2}+[n(n+1)-2(m+1)]\phi\right]$$
$$+(m+2)\left[(1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2}+\frac{mn(n+1)}{m+2}\phi\right]=0.$$

Si determini ora il numero m in modo che sia

$$n(n+1)-2(m+1)=\frac{mn(n+1)}{m+2}.$$

Quest'equazione equivale alla seguente

$$\frac{(n-m-1)(n+m+2)}{m+2}=0$$

e dà quindi

$$m=n-1, \quad \text{oppure} \quad m=-(n+2),$$

donde risulta

$$n(n+1)-2(m+1)=\frac{mn(n+1)}{m+2}$$
$$=n(n-1), \quad \text{oppure} \quad =(n+1)(n+2)$$

Ne consegue, designando sempre con R_n l'integrale generale dell'equazione (1)a, che, se si pone

$$R_n = x \frac{d\phi}{dx} + (n-1)\phi,$$

la funzione ausiliare ϕ deve soddisfare all'equazione

$$\frac{d}{dx}\left[x^{n+1}\left((1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2} + n(n-1)\phi\right)\right] = 0,$$

ossia alla

$$(1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2} + n(n-1)\phi = Cx^{-(n+1)},$$

dove C è una costante arbitraria; e che se invece si pone

$$R_n = x\frac{d\phi}{dx} - (n+2)\phi,$$

la funzione ausiliare ϕ deve soddisfare all'altra equazione

$$\frac{d}{dx}\left[x^{-n}\left((1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2} + (n+1)(n+2)\phi\right)\right] = 0,$$

ossia alla

$$(1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2} + (n+1)(n+2)\phi = C'x^n,$$

dove C′ è un'altra costante arbitraria.

Facendo quindi, nel primo caso, il cambiamento di n in $n+1$ e, nel secondo, quello di n in $n-1$, si può formulare il seguente corollario immediato delle due proposizioni precedenti: se ϕ è l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$(1-x^2)\frac{d^2\phi}{dx^2} + n(n+1)\phi = 0,$$

l'espressione

$$R_{n+1} = x\frac{d\phi}{dx} + n\phi$$

rappresenta la più generale funzione sferica d'ordine $n+1$ e l'espressione

$$R_{n-1} = x\frac{d\phi}{dx} - (n+1)\phi$$

rappresenta la più generale funzione sferica d'ordine $n-1$.

Ora da queste due espressioni di R_{n+1} e di R_{n-1} si deduce

$$\frac{dR_{n+1}}{dx} = x\frac{d^2\phi}{dx^2} + (n+1)\frac{d\phi}{dx},$$

$$\frac{dR_{n-1}}{dx} = x\frac{d^2\phi}{dx^2} - n\frac{d\phi}{dx},$$

mentre dall'equazione differenziale per ϕ segue che la derivata $\phi'(x)$ soddisfa all'equazione

$$\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{d\phi'}{dx}\right] + n(n+1)\phi' = 0.$$

Ne risulta $(1)_a$ che l'espressione più generale di questa derivata si può rappresentare con

$$\frac{d\phi}{dx} = R_n$$

e che si possono quindi stabilire le seguenti equazioni

$$(2) \qquad \begin{aligned} \frac{dR_{n+1}}{dx} &= x\frac{dR_n}{dx} + (n+1)R_n, \\ \frac{dR_{n-1}}{dx} &= x\frac{dR_n}{dx} - nR_n. \end{aligned}$$

Queste sono appunto le due relazioni fondamentali in cui rientrano o di cui sono corollarj più o meno immediati, tutte quelle formole ricorrenti cui si faceva allusione al principio di questo articolo.

Le due relazioni precedenti rendono superflua la considerazione dell'equazione differenziale $(1)_a$. Infatti se, dopo avere mutato n in $n+1$ nella seconda relazione, si elimina la derivata di R_{n+1}, si trova

$$(1-x^2)\frac{dR_n}{dx} = (n+1)(xR_n - R_{n+1}),$$

e se dalla derivata di quest' ultima equazione si elimina di nuovo la derivata di R_{n+1}, si ricade per l' appunto sull' equazione differenziale $(1)_a$ della funzione generica R_n. Per tal modo le due equazioni (2) si possono veramente considerare come le equazioni differenziali di prim' ordine dell' intero sistema di funzioni R_0, R_1, R_2 ....

Bisogna fare tuttavia un' osservazione.

Poichè ciascuna di queste funzioni R_n contiene (1) due costanti A e B, le relazioni (2) fra due consecutive di tali funzioni non hanno un senso ben determinato se non in quanto si ammetta che tali costanti ricevano i medesimi valori nell' una e nell' altra funzione; o, se si vuole, se non in quanto si riguardi ciascuna delle anzidette relazioni come rappresentativa di due relazioni distinte (sebbene d' egual forma), l' una delle quali si riferisca alle due funzioni componenti il cui fattore costante è A, l' altra alle due funzioni componenti il cui fattore costante è B. In altre parole, considerando il sistema delle infinite funzioni R_n come definito dalle due equazioni (2), ciò che si è veduto essere legittimo, un tale sistema non include sostanzialmente che due costanti arbitrarie, le quali potrebbero essere, a cagion d' esempio, le due costanti che entrano nella prima funzione R_0, costanti che si trasmettono, in virtù di quelle due equazioni, a tutte le funzioni successive.

Per effetto di tale trasmissione, le due componenti P_n, Q_n dell' espressione generale (1) di R_n diventano totalmente determinate, quando sieno fissate le componenti iniziali P_0, Q_0, e diventa quindi necessario di esaminare se tale determinazione collimi con quella che è stata generalmente adottata e che non converrebbe alterare.

Per risolvere questa questione nel modo più generale, ed in guisa da farne anche scaturire un processo per ottenere le espressioni analitiche delle funzioni P_n, Q_n, consideriamo (in analogia colla serie classica che ha condotto allo studio delle funzioni P_n) la serie

$$R_0 + s\,R_1 + s^2\,R_2 + s^3\,R_3 + \dots,$$

di cui ammetteremo la convergenza in egual grado per opportuni intervalli di valori dell' argomento x e della variabile di svilup-

po s ($x^2 < 1$, $s^2 < 1$). Sia $F(x, s)$ la somma incognita di questa serie, talchè abbiasi

$$F(x, s) = \sum_0^\infty s^n R_n$$

e quindi

$$\frac{dF}{dx} = \sum_0^\infty s^n \frac{dR_n}{dx}, \qquad \frac{dF}{ds} = \sum_1^\infty n s^{n-1} R^n.$$

Alla prima di queste due equazioni si può dare, invocando la prima relazione (2), la forma

$$\frac{dF}{dx} = \sum_1^\infty s^n \left[x \frac{dR_{n-1}}{dx} + n R_{n-1} \right] + \frac{dR_0}{dx},$$

mentre, invocando invece la seconda relazione (2), essa assume l'altra forma

$$\frac{dF}{dx} = \sum_0^\infty s^n \left[x \frac{dR_{n+1}}{dx} - (n+1) R_{n+1} \right].$$

Da queste due diverse espressioni si deducono facilmente le seguenti due relazioni fra le derivate parziali della funzione F:

$$\frac{dF}{dx} = sx \frac{dF}{dx} + s^2 \frac{dF}{ds} + sF + \frac{dR_0}{dx},$$

$$\frac{dF}{dx} = \frac{x}{s} \left(\frac{dF}{dx} - \frac{dR_0}{dx} \right) - \frac{dF}{ds},$$

ricavando dalle quali i valori delle suddette due derivate si ottiene il sistema equivalente:

$$(1 - 2sx + s^2) \frac{dF}{dx} - sF = (1 - sx) \frac{dR_0}{dx},$$

$$(1 - 2sx + s^2) \frac{dF}{ds} + (s - x) F = -(1 - x^2) \frac{dR_0}{dx}.$$

Ponendo per brevità

$$1 - 2sx + s^2 = u^2,$$

queste equazioni assumono la forma più semplice

$$\frac{d(uF)}{dx} = \frac{1-sx}{u}\frac{dR_0}{dx},$$

$$\frac{d(uF)}{ds} = -\frac{1-x^2}{u}\frac{dR_0}{dx}.$$

e di qui risulta che, affinchè esista la funzione F, dev' essere soddisfatta la condizione d'integrabilità

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1-x^2}{u}\frac{dR_0}{dx}\right] + \frac{d}{ds}\left[\frac{1-sx}{u}\frac{dR_0}{dx}\right] = 0,$$

la quale, a calcolo fatto, si riduce a

$$\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{dR_0}{dx}\right] = 0.$$

Ora questa non è altro che l'equazione differenziale cui deve soddisfare la funzione iniziale R_0, equazione che nasce, come s'è già veduto, da un' opportuna combinazione delle stesse equazioni (2): dunque la funzione F esiste ed è definita dall' equazione integrabile

$$(3) \qquad d(uF) = \frac{B(1-sx)dx}{u(1-x^2)} - \frac{Bds}{u},$$

dove, in armonia colla precedente equazione differenziale per R_0, si è posto

$$(1-x^2)\frac{dR_0}{dx} = B,$$

B essendo una costante arbitraria. Questa costante coincide appuntino colla B della formola (1), qualora si assegni alla funzione sferica di seconda specie d'ordine nullo la sua ordinaria espressione analitica.

Ora avendosi

$$\frac{ds}{u} = d\log(u+s-x),$$

si può porre (3)

$$uF = f(x) - B\log(u+s-x),$$

donde

$$\frac{d(uF)}{dx} = f'(x) + \frac{B(u+s)}{u(u+s-x)},$$

equazione la quale, tenendo conto dell' identità

$$(u+s-x)(u-s+x) = 1-x^2,$$

si può scrivere anche così:

$$\frac{d(uF)}{dx} = f'(x) + \frac{Bx}{1-x^2} + \frac{B(1-sx)}{u(1-x^2)}.$$

Ne segue che, determinando la funzione $f(x)$ per mezzo dell' equazione

$$f'(x) + \frac{Bx}{1-x^2} = 0,$$

donde si ricava

$$f(x) = A + B \log \sqrt{1-x^2}$$
$$= A + B \log \sqrt{(u+s-x)(u-s+x)}$$

si ottiene per il prodotto uF un' espressione

$$uF = A + B \log \sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}}$$

il cui differenziale totale ha precisamente il valore (3): inoltre per $s=0$ (e quindi $u=1$) la funzione F così determinata si riduce ad

$$F(x,0) = R_0 = AP_0 + BQ_0,$$

dove

$$P_0 = 1, \quad Q_0 = \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

Per tal modo la somma F della serie $\Sigma s^n R_n$ è definitivamente rappresentata dall' espressione

$$(3)_a \qquad F(x,s) = \frac{A}{u} + \frac{B}{u} \log \sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}},$$

dalla quale si conclude

$$\frac{1}{u} = \sum_0^\infty s^n P_n,$$

(3)$_b$

$$\frac{1}{u} \log \sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}} = \sum_0^\infty s^n Q_n.$$

Il primo di questi due sviluppi è ben noto; del secondo è fatto un breve cenno nel Trattato di Heine (I, p. 134), dove la somma della relativa serie è rappresentata da una espressione la quale non differisce sostanzialmente da quella che precede. Comunque sia, resta così assodato che basta supporre

$$R_0 = A P_0 + B Q_0,$$

dove P_0 e Q_0 abbiano gli ordinarj valori (testè riportati), perchè tutte le successive R_n, definite per mezzo delle equazioni differenziali (2) e formate (1) colle medesime costanti A e B, riproducano esattamente, nelle loro componenti P_n, Q_n, le funzioni ordinariamente contrassegnate da questi simboli.

Nel passo testè citato Heine giudica poco interessante il secondo degli sviluppi (3)$_b$. Benchè certamente esso non possa gareggiare di importanza col classico sviluppo di u^{-1}, pure mi sembra che anche esso si presti a talune considerazioni ed a taluni ravvicinamenti di qualche rilievo, su di che mi propongo di ritornare un'altra volta. Fin d'ora osservo tuttavia che il detto sviluppo si presta molto facilmente alla deduzione dell'espressione finita di Q_n (cfr. Schlaefli, *Ueber die zwei Hein'schen Kugelfunctionen* etc., Memoria pubblicata per il giubileo dell'Università di Berna, 1881, § 15). Essendo infatti

$$\int_0^s \frac{ds}{u} = \log \frac{u+s-x}{1-x},$$

ovvero

$$\int_0^s \frac{ds}{u} = \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} - \log \sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}},$$

si ottiene, coll'ajuto del primo sviluppo $(3)_b$,

$$\log\sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}}=\log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-\sum_0^\infty\frac{s^{m+1}\,P_m}{m+1}\,,$$

ed anche

$$\frac{1}{u}\log\sqrt{\frac{u-s+x}{u+s-x}}=\sum_0^\infty s^n\left[P_n\log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-\sum_0^\infty\frac{s^{m+1}\,P_m\,P_n}{m+1}\right]$$

$$=\sum_0^\infty s^n\left[P_n\log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-\sum_{m=0}^{m=n-1}\frac{P_m\,P_{n-m-1}}{m+1}\right].$$

Di quì si deduce subito, confrontando colla seconda delle equazioni $(3)_b$,

$$Q_n=P_n\log\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-\sum_{m=0}^{m=n-1}\frac{P_m\,P_{n-m-1}}{m+1}\,.$$

La somma finita che comparisce in questa espressione di Q_n è una forma, incontrata anche dal sig. Hermite (*Fortschritte der Mathem.*, Bd. XVI, p. 452), di quel polinomio del grado $n-1$ che entra, come è noto, insieme col termine logaritmico, a comporre la funzione sferica di seconda specie.

Stimo inutile mostrare con esempj l'utilità delle equazioni (2) per la deduzione diretta delle varie formule ricorrenti note, come di infinite altre che se ne potrebbero ricavare. Chiunque s'accinga a tale deduzione riconoscerà ch'essa si eseguisce colla massima facilità e senza bisogno di ricorrere ad alcun particolare artifizio. Egli è specialmente per ciò che le dette equazioni mi parrebbero dover occupare un maggior posto nella teoria delle funzioni sferiche.

IL MICROSCOPIO COMPOSTO INVENTATO DA *GALILEO*;
MEMORIA DEL PROF. G. GOVI.

Il Segretario perpetuo dell'Accademia di Francia, presentando all'Accademia, nell'adunanza del 1. Ottobre 1888, questa Memoria inviata dall'A., lesse una parte che qui traduciamo, della lettera d'invio.

« Intendo per *Microscopio* ogni istrumento atto a dar delle immagini ingrandite, reali o virtuali, degli oggetti molto vicini, e divido, come fanno tutti, i microscopi in *microscopi semplici* consistenti in una sola lente, o in un solo specchio, ed in *microscopi composti* di più lenti o di un insieme conveniente di lenti e di specchi.

Si attribuisce ordinariamente a Cornelius Drebbel la invenzione del microscopio composto, e si data quest'invenzione dal 1621, ma io dimostro con un documento stampato nel 1610 (poco noto e male apprezzato fino ad ora) che Galileo aveva già in quell'epoca immaginato di girare il cannocchiale di Lippersheim (*cannochiale di Galileo*) sopra dei piccoli oggetti molto vicini, e di farne così una specie di *microscopio composto*, col quale egli avrebbe potuto osservare « gli organi del moto e dei sensi dei più piccoli animali » *minimorum animalium organa motus et sensus*). Egli ne riparlò nel 1614, a *Jean du Pont*, signore di Tarde, che egli era andato a vedere a Firenze, e che ci dice, nella relazione del suo viaggio, che « con quel lungo cannone, il Galileo mi dice aver vedute delle mosche che sembran grosse come un aguello, e di aver imparato che esse sono tutte coperte di peli ed hanno delle unghie molto acute . . . ». Alcuni anni più tardi (dal 1619 al 1623) nel suo libro contro il Padre Grassi, ed intitolato il *saggiatore*, Galileo riparla del « telescopio disposto per vedere gli oggetti molto vicini » ingrandendoli: e non è a maravigliare se, nel 1624, quando comparirono in Italia i primi microscopi fatti da Drebbel, Galileo tentò di rivendicare questa invenzione, e se egli costruì ed inviò allora a molti dei suoi amici dei microscopi di sua fattura che egli chiamava *occhialini*.

Ma Galileo non tardò a convincersi della superiorità del microscopio di Drebbel, a due lenti convergenti, sopra i suoi che consistevano in un obbiettivo convergente combinato con un oculare divergente, e cessò di occuparsene.

Galileo e Drebbel avevano dunque immaginato ciascuno un *Microscopio composto* differente, utilizzando, per osservare dei piccoli oggetti vicini, degli istrumenti di già inventati per osservare oggetti situati a grandi distanze. Galileo si era servito a questo scopo del cannocchiale di Lippersheim o di Zaccaria Janssen; Drebbel aveva ricorso al cannocchiale di Keplero; ma ambidue nulladimeno erano inventori, perchè la invenzione non consiste unicamente a scoprire un nuovo oggetto od a costruire un nuovo apparecchio, ma anche nel trovare delle nuove ed imprevedute applicazioni di oggetti o di apparecchi, di già esistenti e conosciuti.

La gloria di avere realizzato ed impiegato il primo microscopio composto appartiene dunque a Galileo, e ciò che si chiama la *lente di Brücke* non è altra cosa che un microscopio, od *Occhialino* di Galileo, dotato di un debolissimo potere di ingrandimento.

Nel mio lavoro, riproduco dei lunghi estratti di una corrispondenza, in gran parte inedita, fra Peiresc, Girolamo Aleandro e Scipione Cobellucci, Cardinale di Santa Susanna, da cui si vede che nel mese di Giugno 1622 il microscopio di Drebbel era già stato portato a Parigi da Giacomo Kuffler. È dunque ora quasi dimostrato che la invenzione del microscopio di Drebbel, a due lenti convergenti, rimonta all'anno 1621, come si è creduto fino ad ora, senza poterlo dimostrare con documenti incontestabili.

Ecco alcune altre indicazioni molto curiose che si incontrano fra molte altre, nella mia Memoria.

Il nome di telescopio è stato dato, nel 1611, al cannocchiale dal principe Frederico Cesi, fondatore dell'Accademia dei Lincei, e quello di microscopio è stato immaginato nel 1624 da Giovanni Faber, Segretario della stessa Accademia, per indicare sia l'*Occhialino* di Galileo, sia il piccolo cannocchiale di Drebbel.

Gli antichi non conoscevano gli strumenti di Ottica fondati sulla refrazione della luce; l'uso delle lenti di cristallo di rocca o di berillo (*Bericles* o *Besicles* dei francesi, *Baricole* dei pie-

montesi, *Brillen* dei tedeschi) per correggere i difetti della vista, fu suggerito per la prima volta da Ruggero Bacone nel 1276; ma soltanto fra il 1280 ed il 1300 si inventarono gli occhiali da Salvino degl'Armati, di Firenze, che ne popolarizzò l'uso. Nel 1300, si contraffacevano già, a Venezia, col vetro, delle lenti che si vendevano per lenti di quarzo o di berillo; ma malgrado la grande diffusione dei vetri lenticolari, sembra che prima del 1610 nessuno avesse tentato di utilizzarle, anche come *Microscopi semplici*, per penetrar più avanti nella conoscenza degl' oggetti naturali.

Torricelli costruiva, nel 1644, i primi microscopi semplici, di un grande ingrandimento, impiegandoci delle piccole sfere (*perline*) di vetro fuso alla fiamma dello smaltitore ».

NUOVO METODO PER COSTRUIRE E CALCOLARE IL LUOGO, LA SITUAZIONE E LA GRANDEZZA DELLE IMMAGINI DATE DALLE LENTI, O DAI SISTEMI OTTICI COMPLESSI ; NOTA DI G. GOVI.

Questa Nota fu presentata all' Accademia di Francia dal Segretario perpetuo, nell'adunanza dell' 8 Ottobre 1888, e lo stesso Segretario ne lesse l'analisi che qui traduciamo.

Nella Memoria stampata della quale l'Autore fa omaggio all'Accademia, egli espone una nuova costruzione, della grandezza e della situazione delle immagini date da dei sistemi ottici refrangenti qualunque, limitati da delle superfici sferiche centrate. I *punti cardinali*, in questa nuova costruzione, sono dati dai centri di curvatura della prima e dell' ultima superficie del sistema, e dalle immagini di questi centri dovute all' azione delle altre superfici.

Così, nel caso di tre mezzi differenti, separati da due superfici sferiche (è il caso più generale delle lenti) si comincia col determinare il fuoco coniugato del centro di curvatura della prima superficie relativamente alla seconda, e quello del centro di curvatura della seconda relativamente alla prima. Son quelli che il Govi chiama *punti centrici*, vale a dire le immagini dei due centri di curvatura delle faccie.

Nulla di più semplice, dopo ciò, della costruzione della immagine di un punto situato fuori dell' asse del sistema. Si conduce da questo punto un primo raggio incidente, ossia una linea retta, al centro di curvatura della prima faccia, e dal luogo ove questa linea incontra la seconda superficie, si fa passare una retta pel *primo punto centrico.* Così si ottiene la direzione di emergenza del primo raggio incidente.

Ciò fatto, si tira un' altra retta dal punto dato al *secondo punto centrico,* fino ad incontrare la prima superficie, e si congiunge il punto d' incontro col centro di curvatura della seconda superficie. Questa ultima retta, che rappresenta la direzione di emergenza del secondo raggio incidente, incontrerà il primo raggio emergente in un punto reale o virtuale, che sarà la immagine del punto dato, veduto attraverso il sistema. La proiezione di questo punto sull' asse darà il fuoco coniugato della proiezione del punto dato sullo stesso asse.

Quando si tratterà di tre mezzi successivi, e, per conseguenza, di più di due superfici di separazione, si procederà secondo lo stesso principio, vale a dire che si farà passare la direzione di un raggio incidente pel centro di curvatura della prima superficie, poi per le sue immagini successive (*punti centrici*) e quella dell' altro raggio per la ultima immagine del centro di curvatura della ultima superficie, data dalla prima, poi per tutte le altre immagini, fino all' escita, che avrà luogo senza deviazione partendo dal centro di curvatura della ultima superficie del sistema.

Questo metodo si presta facilmente alla determinazione sperimentale dei *punti centrici* dei sistemi, ma sopratutto a quelli delle lenti.

In un' altra parte di questo lavoro, che non è stata ancora pubblicata, il Govi fa conoscere l' uso dei piani normali all' asse, che passano per i centri di curvatura e per le loro immagini, per determinare direttamente i fuochi coniugati dei punti situati sull' asse.

Egli indica inoltre l' uso dei *poli* o sommità delle faccie curve, delle loro immagini successive e dei piani normali all' asse, che passano per questi medesimi punti, per scoprire il cammino dei raggi attraverso un dato sistema.

Tutte queste costruzioni non sono d'altronde veramente utili che quando si applicano a dei *sistemi invariabili* (lenti, obbiettivi ed oculari composti); perchè il vantaggio dei punti cardinali, qualunque siano, sparisce appena si modifica, così poco quanto si vuole, una parte qualunque del sistema.

RIVISTA

SUNTI di A. STEFANINI.

Wied. Ann. Vol. XXXII, 1887.

10. — W. König. *Sulla misura dei coefficienti d' attrito dei liquidi, per mezzo delle oscillazioni di torsione.* — Com' è noto, il calcolo dei coefficienti d' attrito per mezzo del decremento logaritmico delle oscillazioni di torsione ha fornito sempre valori maggiori di quelli ottenuti coll' efflusso dai tubi capillari. Questa divergenza è forse dovuta a difficoltà teoriche e sperimentali, e perciò l' A. ha voluto ripetere le esperienze partendo da una formula indicata dal Boltzmann, i risultati della quale ha trovato concordanti coll' osservazioni eseguite. L' A. ha costatato che l' attrito del mezzo non solo diminuisce l' ampiezza delle oscillazioni, ma anche aumenta la durata di oscillazione, di una frazione proporzionale al decremento logaritmico delle oscillazioni stesse; e portando nei calcoli queste correzioni, ha trovato per il coefficiente d' attrito dell' acqua a 17° il numero 0,01112 che è molto prossimo a quelli dedotti col metodo dell' efflusso da Poiseuille e da Grotrian.

In una Nota pubblicata nel fascicolo 12.° degli Annali stessi, il Meyer fa poi osservare che le correzioni indicate dal König sono del tutto giustificate, e che, facendo uso di esse, anche i valori che si ottengono dalle sue formule concordano assai meglio fra loro e con quelli trovati con altri metodi.

Detto. *Aggiunte alle ricerche magnetiche sui metalli.* — Con l' apparecchio usato per le esperienze sull' attrito dei liquidi, l' A. ha studiato in condizioni assai migliori di quelle di cui disponeva nelle precedenti esperienze (*N. Cim.* XXIV, 179) l'azione di un campo magnetico sulle oscillazioni di una sfera di spato. Egli ha trovato così che al crescer dell' intensità del campo diminuisce la durata di oscillazione della sfera; ma che il decremento logaritmico delle oscillazioni non accenna in modo sicuro ad uno smor-

zamento magnetico propriamente detto, a meno che questo non sia tanto piccolo da sfuggire alle misure.

F. KOLÀCEK. *Ricerche per spiegare la riflessione per mezzo della teoria elettromagnetica della luce.* — È un lavoro d'indole matematica, che non può esser brevemente riassunto.

H. F. WEBER. *Sullo sviluppo dell' emissione luminosa dei corpi solidi incandescenti.* — Secondo Draper tutti i solidi comincierebbero a diventar luminosi alla temperatura di 525°; ma l'A. per mezzo di una lampada a incandescenza da prima, e poi per mezzo di fili metallici posti sopra un bruciatore alla Bunsen, potè osservare che la luminosità comincia a temperature diverse per i diversi corpi; e misurando le temperature con coppie termoelettriche, trovò che il platino comincia a diventar luminoso a 393°, l'oro a 417° e l'ossido di ferro a 378°.

Osservando poi lo spettro della luce che comincia ad emettere il filamento di carbone, l'A. ha trovato che esso non si estende, al crescer della temperatura, da una parte sola, cioè dal rosso al violetto; ma che in vece si estende da ambedue le parti di una sottil linea luminosa posta nel mezzo dello spettro. Da ciò egli conclude che queste radiazioni di lunghezza d'onda media influenzano prima delle altre la vista, perchè esse possiedono, anche a quella bassa temperatura, il massimo d'energia, e perciò la loro forza viva sorpassa prima quel valor limite che è necessario per eccitare la sensazione luminosa. Ma avverte che altre ricerche son necessarie per verificare se questa spiegazione è o no esatta.

F. STENGER. *Sull' emissione luminosa dei solidi incandescenti.* — Riferendosi alle esperienze sopra descritte, l'A. ha verificato i resultati ottenuti dal Weber, anche con un filo di platino reso incandescente con una corrente elettrica; ma non ammette che i raggi verdi o gialli contengano, a una temperatura determinata, più energia dei rossi; perchè l'impressione prodotta sull'occhio non dipende soltanto da quell'energia, ma anche da cause fisiologiche.

Nel fascicolo 12.° degli stessi Annali, il Kövesligethy fa osservare che questi resultati, diversi dalla legge di Draper, si ottengono anche da considerazioni teoriche sugli spettri, come egli mostrò nella sua teoria degli spettri continui (*Abh. d. ung. Acad. der Wiss.* 12, n° 11).

E. MACH e P. SALCHER. *Fotografia dei fenomeni prodotti nell' aria dal passaggio dei proiettili.* — Il circuito di una batteria di bottiglie di Leyda contiene due interruzioni, I e II. Nel punto I gli elettrodi consistono in fili metallici contenuti entro tubi di vetro. Il proiettile spezza quei tubi, e provoca la scarica nei punti I e II. La scintilla II illumina il proiettile nel momento in cui

passa davanti a un obiettivo, che produce l'immagine del proiettile su una lastra fotografica, e così su questa si fissa, insieme all'immagine del proiettile, anche quella delle onde che produce nell'aria.

Dall'esame delle fotografie ottenute, si deduce che quando la velocità del proiettile sorpassa 340 m./sec., si forma un doppio solco, davanti e dietro al proiettile, e oltre a ciò una specie di rimescolio dietro al proiettile. Il solco anteriore è l'involucro delle onde condensate prodotte davanti al proiettile, quello posteriore l'involucro delle onde dilatate che si formano addietro, e l'insieme del fenomeno si presenta e si spiega come la traccia che lascia nell'acqua una nave, o come il solco che si forma in un fiume presso una pila di un ponte.

W. Peuckert. *Sulla spiegazione del fenomeno di Waltenhofen della magnetizzazione anormale.* — Il fenomeno osservato da Waltenhofen consiste nel fatto che, in certe condizioni, una sbarra di ferro dolce introdotta in una spirale magnetizzante può manifestare una polarità opposta a quella della spirale, quando s'interrompa bruscamente la corrente. La spiegazione che ne dette il Waltenhofen consiste nell'ammettere un'analogia colle deformazioni elastiche; mentre G. Wiedemann ritiene che quel fenomeno sia dovuto alle correnti secondarie d'induzione che si producono al momento dell'interruzione della corrente. Ma quest'ultima spiegazione non sembra ammissibile, perchè l'A. ha costatato che il fenomeno di Waltenhofen si manifesta anche se si sopprimono quelle correnti indotte, chiudendo su se stessa la spirale magnetizzante prima d'interrompere la corrente principale.

E. Hoppe. *Sull' induzione magnetoelettrica (unipolare).* — È noto che secondo Edlund un magnete cilindrico girevole attorno al proprio asse può indurre una f. e. m. in un conduttore metallico che ruota con esso; mentre Hoppe sostiene che quest'induzione non può prodursi altro che nella parte fissa del circuito. Ora l'A. espone i resultati di nuove esperienze fatte con un elettrometro estremamente sensibile, che dava 280 divisioni della scala per $^1/_{20}$ di volta; e quei resultati sono contrari alla teoria di Edlund.

F. Neesen. *Replica alle osservazioni di V. Dvorak sul mio lavoro: Esperienze acustiche.* — Per le obiezioni mosse dal Dvorak vedasi questo Giornale, XXIV pag. 87; ora il Neesen dà alcune spiegazioni in proposito, mantenendo quanto egli aveva già esposto su questo soggetto.

S. Tereschin. *Sul trasporto elettrico dei liquidi.* — L'A. ha ripetuto le esperienze che fece il Quincke sul trasporto dei liquidi nei tubi capillari, adoprando la corrente prodotta dalla scarica di

una bottiglia di Leyda, invece di quelle delle pile, e trovò resultati sensibilmente uguali a quelli del Quincke.

11. — F. Tegetmeier. e E. Warburg. *Su un modo particolare di polarizzazione elettrica nei cristalli.* — Gli A. hanno trovato che se una lastra di quarzo, del diametro di cm. 1,5 e dello spessore di cm. 0,5, vien coperta sulle due basi con una foglia d' oro, e poi vien posta fra due lamine di platino che comunicano coi reofori di un galvanometro; e con una batteria che ha una f. e. m. da 19 a 1600 v., se la lastra è tagliata parallela all' asse il galvanometro non accenna a nessuna deviazione, sia lasciandola alla temperatura ordinaria, sia scaldandola fino a 300°, e perciò tal lamina si manifesta come perfetto isolante; ma se la lamina è tagliata normalmente all' asse ottico, e si scalda per una mezz' ora a 225°, con una batteria di 10 bunsen il galvanometro devia moltissimo, e la deviazione non cessa che dopo molte ore; mentre ciò non avviene a temperatura ordinaria.

Dalle esperienze fatte gli A. calcolano che la costante dielettrica di questa lamina di quarzo è circa 22200, mentre in generale per gli altri isolanti quella costante è sempre inferiore a 10. Gli A. hanno studiato anche altri minerali, cioè tormalina, topazzo, spato calcare, augite, solfuro di zinco, spato fluore, salgemma, e berillo; ma soltanto lo spato calcare e l' augite mostrarono una polarizzazione simile a quella del quarzo. Si riservano tuttavia di studiare più completamente questo fenomeno.

G. Wiedemann. *Ricerche magnetiche.* — L' A. ha continuato le ricerche di cui fu dato un largo sunto in questo giornale (*N. Cim.* (3), I, II e III), determinando il magnetismo atomico di diversi metalli nei loro sali. I resultati ottenuti sono che, ad eccezione del manganese, che ha un magnetismo atomico minore nei sali manganici che nei manganosi, gli altri sali studiati hanno un contegno del tutto normale. Il magnetismo atomico dei sali cobaltici è quasi nullo.

F. Braun. *Osservazioni sulla dipendenza della compressibilità di una soluzione da quella dei suoi elementi.* — A proposito dell' osservazione di Röntgen e Schneider (*N. Cim.* 24, p. 268), che il valore da essi trovato per la compressibilità del salgemma non concorda con quello indicato dal Braun, questi fa notare che il valore che egli indicò fu soltanto approssimato, perchè per i suoi calcoli bastava soltanto la nozione dell' ordine di grandezza di quel coefficiente. L' A. osserva ancora che i resultati dei due citati fisici non infirmano quelli che egli ottenne, nè le conclusioni che ne dedusse.

J. H. Koosen. *Sulla proprietà degli alcali, di aumentare la f. e. m. dello zinco.* — Fu già osservato da Grove, Joule ecc. che

la f. e. m. delle pile aumenta, se lo zinco è immerso nelle soluzioni di potassa o di soda caustica, anzichè in soluzioni acide. La causa di questo è da ricercarsi nelle reazioni chimiche che hanno luogo nelle pile, e l' A. ha trovato che se si adopera la potassa caustica nella pila Daniell, p. es., si può ritenere: 1° che l'idrato potassico sia decomposto, dando K, O e H_2O; 2° che il K si sostituisca allo Zn, formando K_2SO_4; 3° che lo Zn si ossidi per l'ossigeno reso libero; e 4° che quest' ossido di zinco si disciolga nella soluzione d' idrato potassico non ancora decomposta.

Ad eccezione della prima, le altre 3 reazioni aumentano la f. e. m. della pila. Nella pila anzidetta a potassa caustica, è il potassio che ha la parte principale, e lo zinco non serve ad altro che a predisporre la decomposizione dell' idrato potassico.

L' A. espone anche la teoria della pila al bromo, già descritta da qualche anno (*N. Cim.* XVII, 167), e dice che essa si mantiene affatto costante per molti mesi se è chiusa su un circuito di grande resistenza.

Anche le pile Daniell preparate con potassa caustica (o meglio con soda caustica, che discioglie più facilmente l' ossido di zinco) si mantengono costanti per molto tempo, a condizione che il circuito abbia molta resistenza, e che sia impedita la diffusione fra i liquidi che la formano. Per questo l' A. consiglia di adoperare due vasi porosi, l' uno entro l' altro, collo spazio interposto riempito di solfato, a base di sodio o di potassio, secondo l' idrato che si adopera.

F. Exner. *Sulla teoria delle mie ricerche sulla elettricità di contatto.* — Riferendosi alle osservazioni che l' Hallwachs fece contro le esperienze dell' A. (*N. Cim.* XXIV, p. 94), questi mostra ora che il potenziale della cassa metallica, entro la quale si trovavano gli strumenti di misura, non ha influenza sui resultati; e perciò continua a ritenere che le sue esperienze abbiano fornito la prova che la teoria del contatto è insostenibile. Potrebbe tuttavia darsi che nelle sue esperienze ci fossero delle cause d' errore che gli siano sfuggite; e questo potrebbe esser deciso quando altri esperimentatori le ripetessero con ogni precauzione.

12. — S. Arrenius. *Sulla conduttività elettrica dell' aria fosforescente.* — Era già stato mostrato da Hittorff che una colonna di gas attraversata da una corrente, e quindi molto riscaldata, si lasciava facilmente attraversare da una seconda corrente di piccola tensione, in direzione normale a quella della prima; ma fu obiettato contro queste esperienze che quest' ultima corrente potrebbe essere una derivazione di quella principale, poichè le due correnti hanno in parte un cammino comune. Per riconoscere se la fosforescenza e la conduttività dei gas sono proprietà cor-

relative, l' A. ha cercato di separare affatto le due correnti, adoperando un tubo di vetro piegato ad angolo retto, con due elettrodi filiformi di platino alle estremità, e con un elettrodo piano di alluminio nel vertice dell'angolo retto, disponendo questo elettrodo col suo piano perpendicolare all'asse di uno dei rami del tubo. La corrente primaria, fornita da una macchina di Holtz senza bottiglie, passa da un'estremità del tubo alla lamina d'alluminio; mentre per mezzo di fili di platino saldati nell'altro ramo del tubo, la corrente secondaria, fornita da una pila, può passare a distanze diverse dall'elettrodo piano, in una regione che non è percorsa dalla corrente primaria.

Quando un ramo del tubo è percorso dalla scarica, la colonna d'aria contenuta nell'altro ramo comincia a presentare una certa conduttività alla pressione di 7 mm., che diviene regolare a partire dalla pressione di 2 mm., quantunque il ramo non percorso dalla scarica non presenti luminosità altro che a pressioni inferiori a $^1/_2$ mm. Da prima la conduttività è maggiore quando l'elettrodo piano fa da anodo, di quando funziona da catodo; alla pressione di mm. 1,2 le azioni divengono uguali, di poi, diminuendo ancora la pressione, prevale quella del catodo; ma quando la pressione è piccolissima (0,0009 mm.) le azioni tanto del catodo quanto dell'anodo sono piccolissime, e le irregolarità delle scariche irrompenti impediscono di ottenere allora resultati precisi. Quando l'elettrodo piano è negativo, a qualunque pressione, e quando è positivo soltanto a pressioni relativamente elevate, le azioni esercitate da esso sono sensibilmente uguali in qualunque direzione; ma a pressioni piccolissime l'azione si esercita soltanto nel senso della luce emessa dal catodo.

A pressioni minori di mm. 0,06 le intensità delle due correnti variano proporzionalmente l'una all'altra; a pressioni superiori la corrente secondaria cresce meno rapidamente della primaria; a mm. 0,6 crescendo la primaria diminuisce la secondaria, specialmente per piccole f. e. m. della pila; a 1 mm. la corrente secondaria torna a crescere con quella primaria.

In tutti i casi l'intensità della corrente secondaria cresce al crescere della f. e. m. che la produce. In generale per una corrente i piccolissima, la f. e. m. sarà espressa da una funzione della forma

$$e = a + bi + ci^2 + di^3 + \dots \tag{1}$$

e se il corpo attraversato da corrente è un metallo, tutti i coefficienti son nulli, ad eccezione di b; se è un elettrolito i soli diversi da zero sono a e b; per un gas reso fosforescente dalla sca-

rica elettrica, bisogna invece tener conto di tutti i termini della (1), e bisogna determinarne i coefficienti coll' esperienza. Così l' A. ha trovato che per piccolissime f. e. m. (inferiori a 1 daniell) la e si può ritener proporzionale a i; per valori grandi di e bisogna tener conto anche dei coefficienti c e d; ma in tutti i casi a è sempre nullo.

Per spiegare questi resultati l' A. ammette che i gas attraversati dai raggi ultravioletti, e specialmente in vicinanza del catodo, manifestino una conduttività elettrolitica, per l' energia spesa dai poli; perchè l' azione osservata varia come la luce emessa dal pòlo attivo, mentre i gas caldi, ma non luminosi, come la fiamma oscura di una lampada Bunsen non sono conduttori (cfr. Buchanan *N. Cimento*, XXV, pag. 81); mentre i gas fosforescenti conducono a una temperatura molto più bassa, e la fiamma diviene conduttrice quando vi si introduce un frammento di sodio o di potassio.

Anche Schuster (*Proc. R. Soc.* v. 37 e 43) ha osservato fenomeni analoghi, che spiegò con una dissociazione delle molecole gassose; ma l' A., pur riconoscendo che tale ipotesi spiega molti fenomeni, non concorda con lo Schuster in questa interpretazione.

Che i gas illuminati si comportano come elettroliti è stato confermato con altre esperienze, che l' Arrenius descrisse nel vol. 33 di questi stessi annali. Un tubo cilindrico corto è chiuso a una estremità con una lastra di quarzo di 3 mm. di spessore, e a una piccola distanza da questa lastra son saldati nella parete del tubo due fili di platino, che son riuniti a un galvanometro e a una pila di 38 elementi al bisolfato di mercurio. Quando s' illumina lo spazio compreso fra i due fili, per mezzo di scintille che si fanno scoccare fuori del tubo a una piccola distanza dalla lastra di quarzo, il galvanometro devia di circa 100 divisioni; mentre ritorna a zero interponendo un corpo isolante poco trasparente. La deviazione è massima per una pressione di 4 a 5 mm., e i resultati sono identici a quelli osservati nella luce catodica.

Per costatare la conduttività elettrolitica dell' aria illuminata, l' A. si è servito anche del tubo a squadra sopra descritto, introducendo in un ramo di esso due fili metallici vicinissimi, e saldati in un tubo di vetro. Con fili di Pt e Zn, la differenza media di potenziale è 0,86 v. alla pressione di mm. 0.3, e la corrente va, nell' aria, dallo Zn al Pt, precisamente come si avrebbe con uno strato di acqua interposto fra i due fili. Quindi si può ritenere che quest' effetto si produca al contatto fra i metalli e il gas ambiente.

R. Krüger. *Sulla resistenza delle lamine metalliche sottili.* — L' A. ha misurato la resistenza elettrica di foglie quadrate d' oro, d' alluminio e d' argento, ponendo i reofori in due vertici opposti;

ma i resultati ottenuti non sono d'accordo con quelli che si deducono dalla conduttività specifica dei metalli adoperati e dallo spessore delle lamine; perciò l'A. ritiene che vi sieno delle discontinuità nello spessore di quelle lamine.

P. DRUDE. *Sulle leggi della rifrazione alla superficie di cristalli assorbenti.* — È un lavoro analitico assai importante, nel quale partendo dalla teoria che il Voigt ha esposto per l'assorbimento della luce, sono stabilite le leggi suindicate pel caso dei corpi isotropi.

L. MATTHIESSEN. *Sullo spostamento, che avviene alla superficie dei liquidi, delle curve d'interferenza di due sistemi di onde circolari e microscopiche.* — L'A. dà l'equazioni del movimento di quelle onde, e delle linee secondo le quali interferiscono; ma non si posson riassumer brevemente i molti resultati che egli ottiene.

F. MELDE. *Alcune applicazioni dei tubi capillari di vetro.* — L'A. mostra come i tubi capillari possono adoprarsi per verificare la legge di Mariotte; ma il modo indicato è quello stesso già descritto da Andraee (*N. Cim.* XVI, p. 150); la differenza consiste solamente nella chiusura del tubo capillare, che il Melde consiglia di fare per mezzo di un cilindretto di ferro masticiato nel tubo, onde avere l'estremità chiusa perfettamente piana.

Con questi tubi riempiti al modo di Andraee, si può anche valutare la pressione atmosferica. Infatti se si sospende verticalmente il tubo, prima con l'apertura in alto e poi con l'apertura in basso, e se si chiamano v_1 e v_2 i volumi dell'aria rinchiusa nel tubo, l_1 ed l_2 le lunghezze che ha nei due casi la colonna di mercurio (se il tubo è di foro uniforme deve essere $l_1 = l_2$), applicando la legge di Mariotte si trova facilmente, per la pressione barometrica B:

$$B = \frac{v_1 l_1 + v_2 l_2}{v_2 - v_1} .$$

Un tubo così fatto è chiamato dal Melde « *barometro capillare* ». È da notare che un apparecchio perfettamente simile a questo è descritto nel *Phil. Mag.* vol. 26, p. 458, 1888, dal Blakesley, che lo chiama *amphisbaema*.

Un altro uso dei tubi capillari, suggerito dal Melde, è quello di adoperarli per verificare la legge dell'efflusso dei gas da un orifizio praticato in una parete sottile. Per questo l'estremità del tubo si chiude con una lastra forata, e si determina il tempo che la colonna di mercurio, che sovrasta a quella del gas, impiega a percorrere un determinato tratto verticale del tubo stesso.

G. Tammann. *Sull' influenza che traccie d' impurità esercitano sulla tensione dei vapori.* — Nel 1880 Wüllner e Grotrian trovarono che certi vapori, dopo essere stati fortemente compressi in grossi manometri, quando eran ricondotti al volume primitivo presentavano un aumento di tensione, e da ciò dedussero che la tensione massima dei vapori dipende dalla quantità di liquido che è a contatto col vapore.

Dalle esperienze dell' A. resulta invece che un liquido puro possiede, a una temperatura determinata, una tensione di vapore invariabile; ma che bastano quantità estremamente piccole d' impurità, per produrre le modificazioni nella tensione accennata di sopra.

Philosoph. Magazine. Vol. XXV, 1888.

152. — E. F. J. Love. *Su un metodo per riconoscere le coincidenze reali da quelle accidentali fra le linee di diversi spettri.* — In generale si ammette che per costatare l' identità di due sostanze, o la presenza di una sostanza nel sole, p. es., basti dimostrare la coincidenza fra le lunghezze d' onda d' un certo numero di linee dei due spettri. Lo Schuster ha mostrato (*Proc. R. Soc.* 31, 1881) che anche due sostanze affatto diverse possono aver delle linee spettrali coincidenti, e ha indicato come calcolare il massimo numero di coincidenze possibili nell' ipotesi che fra i due spettri non vi sia relazione alcuna; concludendo che se non si trova un numero di coincidenze maggiore di quello, l' accordo fra le lunghezze d' onda di quelle linee nei due spettri deve ritenersi puramente accidentale.

Il metodo proposto da Schuster è molto laborioso, e l' A., in occasione della pubblicazione del Grünwald sulla relazione fra la lunghezza d' onda e il volume specifico (cfr. *N. Cim.* XXV, p. 82) è stato condotto a un metodo assai più semplice basato sulla legge della distribuzione degli errori. Egli ammette cioè che se si confrontano le differenze fra le lunghezze d' onda delle linee corrispondenti negli spettri di una stessa sostanza, ma determinate in condizioni diverse, p. es., una volta direttamente, un' altra nello spettro solare, esse differenze debban seguire la legge della distribuzione degli errori. Il metodo proposto per riconoscere se la coincidenza è reale o accidentale, consiste quindi nel distribuire in gruppi le differenze fra le lunghezze d' onda delle linee confrontate, comprendendo in uno stesso gruppo quelle osservazioni i cui errori son compresi entro limiti assai ristretti. Il numero delle osservazioni di ogni gruppo si prende come ordinata di una curva la cui ascissa corrispondente è l' error medio del gruppo stesso.

Se la coincidenza è reale, la curva così ottenuta deve avere lo stesso andamento della curva che rappresenta la legge della distribuzione degli errori; ed è molto facile riconoscere se la curva tracciata presenta o no divergenze sensibili con quella ideale.

Applicando questo metodo, l' A. ha riconosciuta probabile la esistenza del cerio nel sole; ed ha trovato confermata la coincidenza fra le linee dell' idrogeno e quelle del vapor d' acqua, indicata dal Grünwald.

A. E. H. Love. *Sul teorema di Dedekind relativo al moto di un ellissoide liquido soggetto all' attrazione propria.* — Il problema di determinare il moto generale di una massa liquida in forma di ellissoide, che, soggetto alla sua propria attrazione, si muove mantenendosi di forma ellissoidica e conservando costante il suo volume, fu trattato in una Memoria di Dirichlet, pubblicata dal Dedekind nel vol. 58 del Giornale di Borchardt.

Dirichlet partì dall' ipotesi che le coordinate di una particella liquida qualunque son sempre funzioni lineari del loro valore iniziale; e poi il problema fu trattato anche da Grenhill e da Basset. Ora l' A. riporta la dimostrazione data dal Brioschi del teorema di Dirichlet, che consiste nello stabilire una reciprocità fra un moto qualunque di un ellissoide e un altro determinato movimento, e discute la correlazione col moto che corrisponde all' ellissoide di Jacobi, nel quale la forma ellissoidica riman fissa nello spazio, mentre il liquido si muove entro l' ellissoide.

H. Lamb. *Sulla teoria dell' endosmosi elettrica e di altri fenomeni analoghi, e sull' esistenza di un coefficiente di scorrimento per un fluido a contatto con un solido.* — Le leggi del trasporto dei conduttori liquidi attraverso i setti porosi o lungo i tubi capillari, come quelle di altri fenomeni analoghi, sono state determinate sperimentalmente dal Wiedemann e dal Quincke, il quale ultimo le spiegò ammettendo una differenza di potenziale al contatto fra un fluido e una parete solida. Questa spiegazione fu trattata col calcolo da Helmholtz nei suoi studi sui doppi strati elettrici; ed applicando le note leggi del moto dei fluidi vischiosi, egli trovò dei resultati conformi alle esperienze conosciute, e trovò che i valori che debbono assegnarsi alla differenza di potenziale anzidetta sono sempre comparabili colla f. e. m. di un elemento Daniell. Incidentemente egli giunse alla conclusione che nei casi considerati non vi è scorrimento del fluido sulla superficie dei solidi coi quali è a contatto.

L' A. ammette invece che la resistenza allo scorrimento ora detto sia grandissima, ma non infinita, e trova che questo scorrimento è un fattore essenziale dei fenomeni considerati. In questa nuova ipotesi egli discute ed estende i casi trattati da Helmholtz;

e i suoi resultati differiscon da quelli di Helmholtz per un fattore l/d, ove l è una grandezza lineare che misura lo scorrimento, e d è la distanza fra le armature di un condensatore ad aria equivalente a quello virtualmente formato dalle superficie opposte del solido e del fluido. Poichè i valori di l e di d sono ignoti, non si può concluder nulla di preciso nemmeno pel valore di quella f. e. m. di contatto; tuttavia, attribuendo a d il valore 10^{-8} indicato da Lippmann, e conoscendo i coefficienti d'attrito interno, si potrebbe calcolare approssimativamente lo sforzo necessario a produrre uno scorrimento della superficie liquida a contatto della parete solida: e l'A. trova così un valore tanto grande, che si può trascurar di tener conto di quello sforzo nei casi ordinari dell'efflusso dei liquidi.

L'A. rende conto anche dei fenomeni osservati dal Quincke sul moto dei corpi leggieri posti in un conduttore liquido percorso da correnti elettriche, e considera il caso inverso delle forze elettromotrici predotte dal passaggio di un liquido per un tubo capillare o per un setto poroso, attribuendo questi ultimi fenomeni a una convezione elettrica.

153. — H. Tomlinson. *Sulla recalescenza del ferro.* — Molti esemplari di ferro e di acciaio, se sono scaldati al calor bianco e poi abbandonati al raffreddamento, presentano a un certo punto un fenomeno notevole, cioè il metallo presenta come una subitanea elevazione di temperatura e un aumento di splendore. Questo fenomeno, che fu osservato la prima volta da Basset, e da lui chiamato *recalescenza*, è ora studiato dall'A., che lo ritiene dovuto a un rapido cambiamento di stato fisico, la manifestazione del quale subisce tuttavia un ritardo per cause analoghe a quelle del magnetismo residuo, della soprafusione, ecc. Nella recalescenza, le cause di questo ritardo secondo l'A. sono da ricercarsi nell'attrito interno del ferro, che per modificazioni brusche, può determinare una momentanea cessazione nella progressiva trasformazione dell'edifizio atomico. Partendo da questo concetto e proseguendo altre sue ricerche in proposito (*Phil. Trans.* 177) egli ha studiato le variazioni di questo attrito interno del ferro a diverse temperature.

Per questo scopo l'A. fece oscillare per torsione un filo di ferro portato a diverse temperature con una corrente elettrica che lo attraversava, e dal decremento logaritmico delle oscillazioni deduceva il valore dell'attrito interno. Da queste esperienze l'A. concluse che un filo, di ferro, scaldato a 1200° e poi raffreddato, ha un decremento logaritmico che decresce col tempo fino a raggiungere un valore costante, che è il triplo di quello che aveva prima d'esser sottoposto a questa operazione; quindi l'attrito in-

terno ha impedito al metallo di ritornare al suo stato molecolare primitivo. Il decremento logaritmico e l' attrito interno subiscono poi aumenti rapidissimi a 550° e a 1100° circa. Queste due temperature son quelle alle quali si manifestano anche altre modificazioni nelle proprietà termoelettriche e nella resistenza elettrica, che furono scoperte dal Tait. Le modificazioni allotropiche che avvengono a quelle temperature sono quindi, secondo l' A., le cause prime della recalescenza. Secondo Forbes invece la causa di questo fenomeno consisterebbe in una subitanea variazione della conduttività termica; mentre Newall lo spiegherebbe colla formazione di composti chimici, accompagnati da svolgimento subitaneo di calore.

154. — J. Buchanan. *Su una legge di distribuzione delle velocità molecolari fra le molecole di un fluido.* — Ammettendo che l' energia molecolare di un fluido sia dovuta soltanto al movimento lineare delle molecole, o meglio che se una porzione di tale energia è dovuta a rotazioni e vibrazioni molecolari, questa resti costante, l' A. dimostra che per la distribuzione delle velocità molecolari in un fluido che è in moto per effetto di certi impulsi che sodisfano a determinate condizioni di massimo e di minimo, si ha una legge simile a quella indicata dal Maxwell per il caso che il centro di gravità della massa fluida sia in riposo, o si muova di moto rettilineo uniforme.

S. P. Thompson. *Valore del fattore di sicurezza nelle aste dei parafulmini.* — Ammettendo certi dati pratici, è dimostrato dall' A. che la sicurezza contro la fusione varia come la spesa totale moltiplicata per $fs/\rho dl^2 k$, ove f è la temperatura di fusione, s il calore specifico, ρ la resistenza elettrica specifica, d la densità, l la lunghezza del conduttore, e k la spesa per unità di peso del materiale. Conoscendo la spesa totale e la lunghezza, si trova pel fattore di sicurezza il valore $fs/\rho dk$. Fra tutti i metalli il ferro ha il massimo fattore di sicurezza, che è 4 volte maggiore di quello del rame.

T. Gray. *Sull' uso dell' elettrolisi dei sali di rame nelle misure elettriche.* — Da nuove esperienze eseguite per la calibrazione delle bilancie elettriche assolute del Thomson, e seguitando le ricerche di cui fu già fatto cenno (*N. Cim.* XXIII, 170), l' A. ha concluso che le costanti di un amperometro possono esser con sicurezza determinate fino a un $^1/_{20}$ per $^0/_0$ per mezzo dell' elettrolisi del solfato di rame.

J. D. Everet. *Sulla legge generale della chiarezza delle immagini.* — L' A. dimostra il seguente teorema: Se due piccole aree piane uguali A_1, A_2 sono situate in modo che il raggio che riunisce i loro centri sia perpendicolare ad ambedue, i due angoli

solidi ω_1 e ω_2 formati dai raggi che partono dal contorno dell'una e vanno al centro dell'altra sono in ragione inversa dei quadrati degli indici assoluti di refrazione μ_1 e μ_2 che si hanno pei punti situati ai centri di A_1 e di A_2, cioè si ha

$$\mu_1^2 A_1 \omega_1 = \mu_2^2 A_2 \omega_2 .$$

Applicando questo teorema, l' A. dimostra poi che se J_2 è la chiarezza effettiva di A_2, J la sua chiarezza apparente quando è veduta da A_1, si ha

$$J = \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2 J_2 .$$

Se dunque l' occhio e l' oggetto si trovano in mezzi che hanno indici uguali di refrazione, e se nessuna quantità di luce viene assorbita fra l' occhio e l' oggetto, la chiarezza apparente è uguale a quella vera, qualunque sieno state le riflessioni e rifrazioni subìte dai raggi fra l' oggetto e l' occhio. Se vi ha perdita di luce l' equazione precedente deve esser moltiplicata nel secondo membro per un coefficiente k, che è uguale tanto per i raggi che vanno da A_1 ad A_2 quanto per quelli che da A_2 vanno ad A_1.

155. — L. Bell. *Lunghezza d' onda assoluta della luce.* — L' A. espone dettagliatamente le esperienze fatte coi reticoli del Rowland per determinare i valori da assegnarsi alle lunghezze d' onda delle linee principali dello spettro. Accenna agli errori che posson risultare dalla irregolare distribuzione delle linee nei reticoli e al modo di correggerli, e come resultato finale delle sue esperienze indica il valore 5896,18 per la lunghezza d' onda della linea D_1 dello spettro solare osservato alla pressione di 760 mm. e alla temperatura di 20°.

Le lunghezze d' onda delle altre linee principali sono:

A (linea fra il principio e la fine del gruppo) 7621,31; B 6884,11; C 6563,07; D_1 5896,18; D_2 5890,22; E_1 5270,52; E_2 5296,84; b_1 5183,82; F 4861,51.

R. Abercromby. *Osservazioni sull' altezza, lunghezza e velocità delle onde oceaniche.* — Da molte osservazioni fatte fra la Nuova Zelanda e il Capo Horn per mezzo di un aneroide e di un cronografo, l' A. deduce che le onde più grosse posson giungere ad un' altezza di 46 piedi, a una lunghezza di 765 piedi, e ad una velocità di 47 miglia all' ora, con un periodo di 16 secondi e mezzo. Ritiene per altro che le onde possano in altri luoghi raggiungere un' altezza di 60 piedi.

H. W. Watson. *Nota sulla f. e. m. indotta nei conduttori mobili.* — In un circuito chiuso in riposo la f. e. m. è proporzio-

nale alla derivata rispetto al tempo del flusso d'induzione magnetica che attraversa il circuito, è data cioè, com'è noto, da

$$-\int\left[\frac{dF}{dt}\frac{dx}{ds}+\frac{dG}{dt}\frac{dy}{ds}+\frac{dH}{dt}\frac{dz}{ds}\right]ds,$$

estendendo l'integrale a tutto il circuito.

L'A. osserva che da questo non si può dedurre con certezza qual sia la f. e. m. in un circuito aperto; ma che tuttavia si sa che i resultati concorderanno con ciò che precede, se si ammette che la componente nella direzione delle x in ogni elemento di un conduttore in riposo situato in un campo magnetico sia

$$-\frac{dF}{dt}-\frac{d\psi}{dx},$$

e analogamente per le y e z, essendo ψ il potenziale dell'elettricità libera nel campo.

Se dunque l'elemento si muove in un campo costante e fisso, è ragionevole ammettere che la f. e. m. sia espressa ugualmente da

$$-\frac{dF}{dt}-\frac{d\psi}{dx},$$

ove dF/dt in questo caso è la derivata di F relativa all'elemento considerato supposto in riposo e supponendo che il campo si muova tutto insieme con velocità o direzione opposta a quella dell'elemento, restando peraltro inalterato ψ come nel caso precedente; perchè le nostre cognizioni sul moto non sono che relative, e non si può dire se il campo o il conduttore sono in riposo assoluto.

W. W. Holdane Gee e H. Holden. *Esperienze sull'elettrolisi. I. Cambiamento di densità degli elettroliti presso gli elettrodi.* — Studiando i fenomeni della polarizzazione elettrolitica con elettrodi di palladio nell'acido solforico diluito, gli A. hanno costatato che dopo aver invertito la corrente si presenta un flusso di un liquido denso che parte dall'anodo. Secondo gli A. tal flusso è di acido solforico concentrato, formato dall'unione dell'idrogeno al radicale SO_4 divenuto libero per l'inversione della corrente. Lo stesso fenomeno si presenta coll'acido fosforico, colla potassa e colla soda caustica.

S. P. Thompson. *Macchina elettrica ad influenza per caduta d'acqua.* — La macchina si compone di tre recipienti cilindrici di metallo, sospesi verticalmente l'uno sopra l'altro per mezzo di cordoncini di seta ben paraffinati. I due recipienti estremi son riuniti fra loro con un filo metallico, e quello superiore a tutti,

che è il più piccolo, è aperto dalle due basi; quello di mezzo è aperto alla parte inferiore e alla superiore è chiuso con un largo imbuto metallico, che ha il vertice nel mezzo del recipiente; il più basso è un cilindro destinato a ricever l'acqua, che è fornita da un tubo metallico che si apre a metà del cilindro più alto. Un filo metallico isolato è fatto arrivare, dall'apertura inferiore del recipiente intermedio, fino al di sotto dell'imbuto, in modo che sia toccato dalle goccie che cadono dall'imbuto. Con questa disposizione si può assai comodamente caricare elettroscopi, ecc.

H. Tomlinson. *Effetti della magnetizzazione sulle proprietà termoelettriche del bismuto.* — I fenomeni che presenta il bismuto nei campi magnetici sono stati molto studiati in questi ultimi tempi. Ora l'A. osserva che per una stessa intensità di magnetizzazione, l'aumento di resistenza del bismuto è circa 2000 volte maggiore di quello che si presenta nel ferro; ma egli ritiene che l'aumento di resistenza nel bismuto non sia che apparente, e che si produca come una forza contro elettromotrice, quantunque non possa fornire nessuna indicazione sulla sua natura. Si potrebbe forse attribuire al fenomeno di Hall; ma l'esperienza mostra che esso non ne è la vera causa. Non può nemmeno invocarsi il cambiamento di dimensioni provocato dalla magnetizzazione, perchè troppo piccolo. Da ultimo l'A. confronta i resultati delle sue esperienze con quelli di altri fisici che hanno studiato le proprietà termoelettriche del bismuto.

T. H. Blakesley. *Metodo per determinare la differenza di fase fra due correnti elettriche di ugual periodo.* — É una rivendicazione di priorità per un metodo pubblicato dall'A. nell'*Electrician* del 1885, analogo a quello descritto dal Ferraris (*N. Cim.* XXIII. 138). L'A. avverte che in quella sua pubblicazione accennò anche come si può utilizzare quel metodo per la misura dei coefficienti di induzione, e delle capacità.

156. — T. P. Dale. *Sulla relazione numerica fra l'indice di refrazione e la lunghezza d'onda in un mezzo refrangente e sul limite di refrazione.* — Dal trattato di Airy sulla teoria ondulatoria della luce si ha:

$$(1) \qquad v = k \operatorname{sen} \frac{\pi h}{l} \Big| \frac{\pi h}{l}$$

essendo v la velocità di propagazione della luce, h la distanza fra le particelle vibranti, l la lunghezza d'onda nel mezzo refrangente, e k una costante che dipende dalla forza d'attrazione e dalla distanza fra le molecole. Ma si ha pure

$$l = \frac{\lambda}{\mu},$$

se λ è la lunghezza d'onda nell'etere libero, e μ l'indice di refrazione; e per la velocità V di propagazione nell'etere libero si ha inoltre:

$$v = \frac{V}{\mu} .$$

Dalla (1), ponendo $\pi h / l = \theta$ si ha

$$\frac{\pi h v}{l} = k \operatorname{sen} \theta , \tag{2}$$

e per due valori l ed l_1, corrispondenti agli indici μ e μ_1 si ha

$$\theta_1 = \frac{l}{l_1} \theta \tag{3}$$

La (2) si può anche scrivere

$$v = \frac{k \operatorname{sen} \theta}{\theta} ;$$

e se h cresce, mentre la forza e la distanza molecolare restano costanti, θ diminuisce; e deve esservi un limite di refrazione per lunghezze d'onda molto grandi. Questo limite, che può indicarsi con ν, è definito da

$$\nu = \mu \frac{\operatorname{sen} \theta}{\theta} = \mu_1 \frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\theta_1} .$$

Sostituendo qui $\pi h / l$ per θ, e λ / μ per l, si ottiene anche la relazione

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\lambda_1}{\lambda} \operatorname{sen} \theta_1 \tag{4}$$

Tenendo conto della (3) la (4) può scriversi anche sotto la forma

$$a \operatorname{sen} \theta = \operatorname{sen} m \theta ; \tag{5}$$

e si vede anche di qui che, non essendo questa possibile per ogni valore di a, deve esistere un limite di refrazione.

Le esperienze fatte con diversi cristalli hanno mostrato che questo limite è tale che per esso l'espressione $\nu - 1/d$, ove d è la densità del mezzo, e ν è il suo limite di refrazione, è una costante. In tutti i casi esaminati, ν è una quantità molto inferiore a μ_A, cioè all'indice di refrazione della linea A dello spettro solare. La sostituzione di un elemento ad un altro ha molta influenza sul valore di $\nu - 1/d$.

L'A. osserva finalmente che la (5) dà un valore molto approssimato per tutti gli indici di refrazione, quando due di essi si assumano come dati.

M. H. Tomlinson. *Temperatura alla quale il nichel comincia a perdere le sue proprietà magnetiche.* — È in generale ammesso che la temperatura su indicata sia compresa fra 300 e 400° c.; l'A. colle sue esperienze ha trovato che quella temperatura dipende dalle forze magnetiche adoperate. Così, con forze di 5, di 99 e di 182 unità, le temperature alle quali la permeabilità magnetica del nichel acquista il suo valor massimo sono respettivamente di 287, 248 e 242° c.; quelle che corrispondono allo zero della permeabilità sono in vece 333, 392 e 412°.

J. Parker. *Termodinamica dei crioidrati.* — Scopo di questo lavoro è di determinare l'effetto della pressione sul punto di congelamento e sulla composizione dei criodrati. L'A. trova che in generale il punto di congelazione è elevato o abbassato, secondo che il liquido impiegato si espande o si contrae nell'atto di congelarsi; ma la composizione del criodrato è ritenuta dall'A. indipendente dalla pressione.

C. V. Boys. *Esperimenti colle bolle di sapone.* — Sono descritte molte esperienze che posson farsi colle bolle di sapone, gonfiate coll'aria o con gas da illuminazione, e che mostrano, fra altre cose, come una bolla interna ad un'altra può venire a contatto coll'esterna senza saldarsi ad essa.

Il liquido adoperato è composto di 1 parte di oleato di soda e 40 di acqua distillata che, dopo completa soluzione vien mescolato con $^1/_3$ del volume di glicerina e lasciato per una settimana in riposo in bottiglie chiuse. Dopo si travasa con un sifone per separarlo dalle impurità che galleggiano sul liquido, e si chiarifica con poche goccie d'ammoniaca.

Per soffiare le bolle l'A. adopra un cannello munito di un rigonfiamento intermedio, che serve a condensare il vapor acqueo, che sarebbe nocivo se penetrasse entro le bolle.

R. H. M. Bosanquet. *Sull' uso della parola* resistenza *nella descrizione dei fenomeni fisici.* — L'A. dice che l'espressione « resistenza » può in generale ritenersi come indicante il rapporto di causa a effetto; e che quantunque nei circuiti magnetici questo rapporto non sia costante, non crede che si debba proscriver l'uso dell' espressione " resistenza magnetica ". Secondo l'A. le obiezioni mosse contro tale uso son fondate su pretese necessità d'identità e non d'analogie fra le affezioni di diversi soggetti, e che non posson esser sostenute; e aggiunge che servendosi di quell'espressione si ottengono tali notevoli analogie, che ne giustificano completamente l'uso.

157. — W. E. Sumpner. *Variazione dei coefficienti d'induzione.* — Vi sono tre modi di definire il coefficiente d'autoinduzione, i quali conducono allo stesso resultato se la permeabilità

magnetica del mezzo è costante; ma che conducono a resultati diversi se la permeabilità è variabile come nel ferro. Le tre definizioni sono espresse dalle tre equazioni

$$(1) \qquad e = L_1 \frac{dC}{dt}$$

$$(2) \qquad N = L_2 C \quad \text{ovvero} \quad e = \frac{d(L_2 C)}{dt}$$

e

$$(3) \qquad T = \tfrac{1}{2} L_3 C^2 ,$$

ove e è la f. e. m. indotta nel circuito per la variazione della corrente C col tempo t, N è il numero delle linee di forza che attraversano il circuito, e T è l'energia elettrocinetica. Soltanto se $C = 0$, ovvero se $\frac{dL_2}{dt} = 0$ si ha $L_1 = L_2$; per piccole correnti si ha $L_1 > L_2$, ed L_2 cresce con C. Essendo poi la forza magnetizzante **H** proporzionale a C, ed essendo N una misura del valor medio del flusso d'induzione **B** per unità d'area, ne risulta che L_2 è direttamente proporzionale a μ, cioè al coefficiente medio di permeabilità magnetica per la forza magnetizzante dovuta a C. Nei mezzi omogenei L_2 misura dunque la loro permeabilità; negli altri la relazione che passa fra **H** e **B** farà conoscere come variano i coefficienti colla forza magnetizzante. Il coefficiente per una corrente che aumenta differisce sempre da quello che vale per una corrente che diminuisce, e l'A. dà le forme delle curve che si presentano in queste determinazioni, che rendono evidenti i fenomeni dell'isteresi magnetica. Indica poi come si può determinar il modo secondo il quale cambiano le correnti dovute a forze elettromotrici periodiche; e studia l'influenza che l'autoinduzione esercita sulla scarica di un condensatore.

W. E. Ayrton e J. Perry. *Rendimento delle lampade a incandescenza alimentate da correnti continue e da correnti alternate.* — Scopo delle molte esperienze eseguite dagli A. colle lampade Maxim-Weston, e con le macchine Gramme e Ferranti, è stato di determinare se, per una data quantità di energia trasmessa a una lampada a incandescenza, si ottiene più luce adoperando correnti continue anzichè alternate. Gli A. hanno trovato che non vi è sensibile differenza fra le quantità di luce ottenute coi due sistemi di correnti: infatti un watt ha dato con correnti continue una quantità di luce misurata da 3,0490 candele, e con correnti alternate da 3,0497 candele.

Detti. *Sul circuito magnetico nelle macchine dinamoelettriche.* — Gli A. hanno ottenuto un certo numero di formule per le dinamo, fra le quali è da notare da prima la formula

$$W = 2 v N t \alpha . 10^{-8},$$

che dà in watts il rendimento W massimo permanente in funzione della velocità v (in cm./sec.) alla circonferenza dell' indotto, dell' induzione totale N nel nucleo di ferro, dello spessore t dell'avvolgimento, e del numero x di ampère per cm^2 della sezione del circuito dell' indotto.

Quando l' avvolgimento è di piccolo spessore si ha $tx^2 = q^2$, essendo q^2 una costante, che nelle macchine migliori ha il valore 83000.

Il massimo di W si ha quando la resistenza magnetica dello spazio occupato dallo avvolgimento è uguale a quella di tutto il resto del circuito; e ciò si verifica in fatti nelle macchine migliori. Per un' induzione piccola basta tener conto della resistenza dell' aria, e la prima parte della caratteristica si ottiene allora tracciando su una carta millimetrata una linea che rappresenti la relazione fra N ed $S_2 A_2$ espressa da

$$N = \frac{4\pi}{10} \frac{a_2}{2\delta} S_2 A_2 ,$$

essendo δ la resistenza totale fra il ferro dell' indotto e la faccia polare, $S_2 A_2$ il numero di ampère-spire di questa faccia polare esposta all' indotto, e a_2 l' area della medesima faccia, aumentata di 0,8 δ.

J. Parker. *Su un' estensione del teorema di Carnot.* — Studiando le soluzioni saline e i crioidrati, l' A. si è convinto che il teorema di Clausius che l' energia dissipata sia nulla nei cicli reversibili soltanto, e negli altri sia sempre maggior di zero, non è esatto; perchè l' energia dissipata è nulla anche in alcuni cicli non reversibili, perchè sien tali che in ogni loro punto il sistema considerato sia in equilibrio termico e meccanico. Di questo genere sono i cicli che si presentano nelle soluzioni sature scaldate in presenza di un eccesso di sale, e i crioidrati cui venga comunicato del calore. Il rendimento di una macchina non reversibile di questa specie è quindi uguale a quello della macchina reversibile di Carnot.

SULLA CONDUCIBILITÀ DELL'ACIDO AZOTICO E SOPRA UNA GENERALIZZAZIONE DELLA LEGGE DELLE CONDUCIBILITÀ MOLECOLARI; PER E. BOUTY.

(Sunto) [1].

Quella legge fu dimostrata dall' A. nel caso delle dissoluzioni acquose (*Ann. de Chim. et de Phy.* t. III, XIV. *Journal de Phy.* t. III, VI) e sembra, senza nuove restrizioni, applicarsi ad ogni solvente, sia o no conduttore. « Ogni molecola elettrolitica M ha, in un dato dissolvente C, una stessa conducibilità elettrica caratteristica del dissolvente, purchè non vi si introduca la sostanza estranea che in quantità così piccola da non alterare sensibilmente la densità di C ».

Si intende, che si deve distinguere la molecola M del corpo disciolto, dalla molecola *m* della sostanza A aggiunta al dissolvente C. A e C possono combinarsi, reagire per doppia decomposizione, e prestarsi a degli equilibrii chimici variabili con la diluizione. La legge delle conducibilità molecolari stabilita sperimentalmente nei casi più semplici, che non possono sollevare discussione, serviva a determinare la natura dei composti formati, o la proporzione degli equilibri (*Ann. de Chim.* ecc. t. XIV). Qui l'A. ricorda che la elettrolisi consiste essenzialmente nella separazione della molecola elettrolitica in due joni, che sono trasportati agli elettrodi e servono di veicolo ad una quantità determinata di elettricità, indipendente dalla natura dell' elettrolite. È la legge del Faraday. Gli joni separati possono essere eliminati dal dissolvente sotto forma di gas che si sviluppano sugli elettrodi, o di solidi che si depositano sulla loro superficie; ed essi possono altresì essere decomposti in elementi più semplici, dei quali alcuni stanno sciolti nel liquido modificandone la composizione attorno del polo rispettivo. In particolare, uno di questi elementi può essere il dissolvente C o il corpo disciolto A; ed allora la elettrolisi ha per risultato secondario di alterare la re-

1) Dalle memorie pubblicate dalla Società Filomatica nell' occasione del suo centenario 1788-1888. Paris. G. Villars.

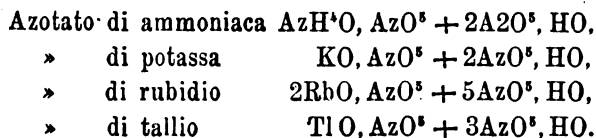
partizione del corpo A nel dissolvente; e questo è ciò che si dice il *trasporto dei joni.*

Se la elettrolisi non modifica la repartizione di A in C, ossia se la perdita di concentrazione è la stessa ai due poli, si dice che la *elettrolisi è normale.* La molecola M coincide allora con *m*, ed è appunto in questo caso particolare che si potè stabilire la legge sulle conducibilità molecolari. Nel maggior numero di sali neutri in dissoluzioni acquose molto diluite, si verifica rigorosamente quella condizione, o vi si avvicina quanto più è grande la diluizione. Gli acidi e le basi se ne allontanano molto, anche per le diluizioni estreme, e la loro molecola elettrolitica non è a confondersi con la monoidrata. Questo lavoro si riferisce alle dissoluzioni dei sali, degl' acidi o dell' acqua stessa nell' acido azotico fumante.

Dopo questi schiarimenti l' A. descrive il suo apparecchio di misura; ma di questo apparecchio non potremmo dare una descrizione senza figure, e senza escire dai limiti nei quali necessariamente dobbiamo restare.

L' A. passa quindi a dire come ha ottenuto puro l' acido azotico fumante, che poi diluito con acqua e trattato con azotato di barite, restava limpidissimo; ed egli potè così procurarsi un acido di composizione costante ed in quantità sufficiente per le sue esperienze.

Legge delle conducibilità molecolari. L' acido azotico fumante scioglie molto la maggior parte degl' azotati alcalini, e forma con loro delle combinazioni definite studiate dal Ditte. (*Ann. de Chim. etc.* t. XVIII. 1879), Quelle estratte da soluzioni sature hanno le formule

Azotato	di ammoniaca	$AzH^4O, AzO^5 + 2AzO^5, HO,$
»	di potassa	$KO, AzO^5 + 2AzO^5, HO,$
»	di rubidio	$2RbO, AzO^5 + 5AzO^5, HO,$
»	di tallio	$TlO, AzO^5 + 3AzO^5, HO.$

Riguardo alla conducibilità, le dissoluzioni di azotati alcalini nell' acido azotico, sono come le dissoluzioni acquose dei sali molto solubili; la conducibilità comincia col crescere con la quantità di sale, arriva ad un massimo, poi decresce fino al li-

quido saturo. E quì l'A. presenta i resultati numerici pel caso dell'azotato di potassa.

L'A. si occupa soltanto di soluzioni molto diluite, contenendo da tre a quattro per cento di equivalente di sale per un equivalente di acido; ed allora gli aumenti di conducibilità, prodotti dalla dissoluzione del sale, sono rigorosamente proporzionali alle quantità di sale contenute dal liquido. Ecco i resultati ottenuti con l'azotato di ammoniaca.

$$AzO^5HO + 0{,}140\ HO + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0{,}00000 \\ 0{,}01642 \\ 0{,}02503 \\ 0{,}03385 \end{Bmatrix}}_{\text{Comp. del liquido}} AzH^4O, AzO^5 \quad \underbrace{\begin{Bmatrix} 0{,}0693 \\ 0{,}1832 \\ 0{,}2441 \\ 0{,}3068 \end{Bmatrix}}_{\text{Conducibilità a } 0^\circ}.$$

e così abbiamo pel numero n di equivalenti di sale per gli aumenti di conducibilità c, e per i rapporti di c ad n, le tre respettive colonne seguenti:

0,01642	0,1139	6,94,
0,02503	0,1748	6,98,
0,03385	0,2375	7,01.

Dunque, conforme a quella legge, il rapporto di c ad n è costante.

L'A. riferisce i resultati di altre esperienze, le quali confermano che « la legge delle conducibilità molecolari è applicabile alle dissoluzioni degl'azotati alcalini nell'acido azotico fumante ».

Azione dell'acqua sulle soluzioni precedenti. Disciogliendo gli azotati alcalini nell'acido azotico più diluito la legge degli equivalenti si mantiene, ma l'aumento nelle conducibilità dovuto al sale diminuisce; come, infatti, l'A. lo dimostra con alcuni resultati esperimentali; e dimostra altresì che il composto elettrolitico di azotato alcalino e di acido azotico è decomposto dall'acqua: cosa che il Ditte aveva già osservata.

L'A. considera i diversi sali sciolti nell'acido azotico, e confronta fra loro le conducibilità molecolari assolute delle dissoluzioni nitriche ed acquose, e poi tratta della conducibilità dell'acido azotico; e qui entra in dettagli interessanti ma che non

potrebbero esser riferiti utilmente in un semplice sunto. A noi basta di aver riferita la parte prima di quel lavoro.

DELLA INVENZIONE DEL MICROMETRO PER GLI STRUMENTI ASTRONOMICI; STUDI DI G. GOVI.

(Sunto) [1].

In uno studio « *Intorno allo scopritore di una singolare illusione ottica* » [2]) l'A. pose la seguente notizia (Eustachio Divini, da San Severino nelle Marche, fu a suoi tempi lavoratore espertissimo di lenti e d' occhiali d' ogni maniera, e fin dal 1649 aveva immaginato di collocare in un suo cannocchiale una graticola di fili sottilissimi, sostituendo all' oculare concavo usato dal Lippersheim e da Galileo, una lente oculare convessa, per poter vedere con essa la graticola, e delineare così facilmente l' immagine della Luna, la quale, con tutte quante le sue macchie, veniva a dipingersi su quella; preludendo in tal guisa ai primi micrometri del Gascoigne, del Montanari e dell' Huygens). Questa notizia fu tratta da un Opera del Targioni Tozzetti: *Atti e Memorie inedite dell' Accademia del Cimento,* dove si dice che il Divini dedicò al Granduca Ferdinando II de Medici una Tavola in rame che rappresenta le scoperte fatte da esso co' suoi cannocchiali della faccia della luna piena, della falcata di Venere ed altre simili; e vi si parla di una lettera del Divini al Conte Carlo Antonio Manzini, nella quale il Divini narra aver egli fatto ad un amico un occhiale di mediocre lunghezza, ove nella lente oculare aveva applicati, in distanza dalla lente poco meno che il suo fuoco, *due capelli che egli dice, formavano una croce e veramente fanno effetto bellissimo, mentre si vedono distintamente, e pare che taglino gl' oggetti*; e vi parla pure della sua anzidetta *craticola di minutissimi quadri.*

Al nostro A., il Prof. Govi, doleva assai che dell' invenzione del Divini non si trovasse altra testimonianza; e facendo molte

1) *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze mat. e fis.*, t. XX, Roma 1888.

2) Transunti dell' Accad. dei Lincei. 1883.

e continue ricerche finalmente potè avere tre incisioni del Divini; l'una è quella desiderata della Luna, un'altra rappresenta il pianeta Marte, e la terza è un ritratto del Divini stesso. Tutto questo fin quì da noi accennato serve soltanto di Introduzione alla Memoria dell'A.

Dopo, l'A. parla di Galileo come primo inventore di alcuni metodi per misurare col cannocchiale le distanze apparenti e i diametri degl'astri; e parla del primo Micrometro oculare, immaginato adoperato e pubblicato da Eustachio Divini nel 1649.

L'A. comincia, con opportune osservazioni, a far osservare come, eccettuati i diametri del sole e della luna, i diametri degl'altri corpi celesti non erano, prima di Galileo, conosciuti neppure all'ingrosso; e come il primo pensiero di Galileo, appena scoperto l'uso astronomico del Telescopio, dovesse esser quello di valersi di quell'istrumento per misurare i diametri dei pianeti. Il cannocchiale Olandese però, tal quale Galileo lo aveva riprodotto nel 1609, non poteva prestarsi all'uso dei micrometri oculari; e l'A. ne dice il perchè, e come fece Galileo per valutare il potere amplificante totale dello strumento col metodo della *doppia visione*, che l'Hook usò pel primo a misurare e disegnare gli oggetti veduti col Microscopio.

Galileo ideò ancora un mezzo per stimar gli angoli sottesi dagli oggetti celesti, deducendoli dalla grandezza dell'apertura dell'obbiettivo veduta attraverso l'oculare; e l'A. anche quì dà alcune spiegazioni. Il modo, dice l'A. per conoscere in gradi minuti e secondi la larghezza dell'anello oculare, o del campo, consiste, secondo Galileo, nell'osservare col cannocchiale alcune stelle separate da intervalli angolari noti ed equivalenti ad alcuni minuti primi, e nel notare quale delle *due pupille* (come egli le chiama) o dei diaframmi circolari, che si collocano davanti all'obbiettivo, tocchi esattamente colle estremità di un suo diametro le due stelle di distanza angolare conosciuta. Se, fatta la prova, si fosse riconosciuto, per es., che due stelle situate ai limiti opposti del campo erano distanti fra loro un minuto, qualunque oggetto, che veduto attraverso a quel diaframma, lo avesse occupato intieramente, avrebbe avuto un minuto di diametro, e si sarebbe potuto poi, senza errori molto gravi stimare a occhio, un intervallo di 30″, di 20″ o di 15″. Così Galileo potè

stimare con molta maggiore esattezza, che con qualunque altro metodo precedente, le distanze dei satelliti di Giove, ed i diametri di alcuni pianeti; e quì l'A. riporta alcuni esempi, fra i quali il seguente. Secondo il Galileo, Venere ha il diametro di 17",2, ed Hartwig nel 1879 lo trovò di 17",67. È dunque certo che a Galileo rimonta la idea del primo micrometro, e che le prime misure esatte dei corpi celesti e dei piccoli intervalli che separano alcuni di essi sono dovute a lui. Ma in seguito, l'A. fa alcune osservazioni, risultanti dalle sue ricerche, che fanno supporre che quel metodo micrometrico non sia stato il solo ideato da Galileo; e forse un metodo micrometrico di Galileo consisteva, dice l'A. nell'uso simultaneo del Cannocchiale e del suo esatto misuratore del tempo, vale a dire di un pendolo, per cui, determinando il tempo impiegato dal Sole, dalla Luna, da un pianeta, o da due astri separati per varcare il campo dell'istrumento, per entrarvi, per escirne, o per attraversare un oggetto lontano, potea dedurne i diametri o le distanze. La terza e la quarta delle *Operazioni astronomiche* di Galileo raccolte dal Viviani permettono di supporlo, e quasi ne danno la certezza.

Bisogna scendere fino al 1649 per trovare la descrizione di un vero micrometro oculare, simile a quelli usati oggidì. Nel 1649 comparve infatti a Roma una stampa in rame condotta con molta diligenza, e rappresentante la luna piena con le sue macchie, una porzione di luna crescente, Vènere falcata, due figure di Giove coi satelliti e colle sue fascie, e Saturno coll'anello perfettamente delineato, ma posto dietro, anzichè attorno al pianeta, ed un iscrizione. La Memoria del Govi contiene una stampa, tirata ora con la stessa tavola, originale del 1649. La suddetta iscrizione, latina, dice esplicitamente, in chiare parole che Eustachio Divini è l'inventore del micrometro oculare, di cui il nostro A. parla nelle prime pagine del suo lavoro.

Termina l'A. con altre notizie storiche molto interessanti, ma che non sarebbero suscettibili di un sunto; e qui dobbiamo contentarci di aver riferito ciò che direttamente riguarda lo scopo principale di quel pregevolissimo lavoro.

SOPRA UNA CORRENTE GALVANICA OTTENUTA COL BISMUTO IN UN CAMPO MAGNETICO; NOTA PRELIMINARE DEL DOTT. GIOVAN PIETRO GRIMALDI.

(*Rendic. della R. Acc. dei Lincei*, Vol. V, fasc. 1., 1889).

Le esperienze fatte dal Nichols sull'influenza del magnetismo sulla passività del ferro [1]), mi hanno spinto ad indagare se qualche cosa di analogo avvenga per il bismuto.

Dopo alcuni tentativi infruttuosi ho fatto l'esperienza seguente con favorevole risultato.

Un tubo ad |___| contiene una soluzione diluita di cloruro di bismuto nell'acido cloridrico; nelle parti verticali di esso pescano due fili di bismuto chimicamente puro del Trommsdorff, molto accuratamente ripuliti.

Uno di questi fili, col tubo che lo contiene, viene collocato fra i poli ovali di un'elettro-calamita Faraday modello medio, in modo che la superficie del liquido si trovi nella parte più intensa del campo. I due fili sono riuniti mediante un galvanometro Thomson ad aghi astatici, molto sensibile. Chiudendo il circuito si osserva nel galvanometro una corrente, che chiamerò primaria dovuta forse alla diversità dei due fili di bismuto: questa corrente che in principio varia rapidamente, dopo un certo tempo diminuisce, diventa meno incostante, e può venir compensata mediante una derivazione presa sopra il circuito di una pila normale, e il galvanometro ricondotto allo zero. Se allora si eccita l'elettro-calamita con una corrente molto intensa *si osserva nel galvanometro una deviazione permanente;* interrotta la corrente magnetizzante, specialmente se l'esperienza è fatta con una certa rapidità, il galvanometro ritorna a zero [2]).

Pubblicherò quanto prima i risultati di uno studio partico-

1) *American Journal* 34, pag. 419, 1887 e 35, pag. 290, 1888; *Zeitschrift für physik. Chemie,* Band II, 1888 Ref. 68 e 128.

2) È superfluo dire che il galvanometro era tanto lontano dall'elettro-calamita da non sentirne l'influenza. Si verificò anche che se si chiudeva il circuito di esso, quando era escluso il tubo ed i fili di bismuto, il campo magnetico non produceva alcuna corrente permanente.

lareggiato di questo fenomeno: per ora mi limito ad accennare in questa Nota preliminare alcuni dei fatti più interessanti finora osservati.

La corrente prodotta dal magnetismo e che chiamerò *galvanomagnetica* è indipendente dalla direzione e dalla intensità della corrente primaria. Qualunque sia il senso di questa, la corrente galvanomagnetica per i campioni di bismuto finora esaminati è diretta nel galvanometro dal bismuto magnetico al non magnetico e quindi nel liquido dal metallo non magnetico al magnetico.

Mentre la corrente primaria varia col tempo moltissimo di intensità ed anche di direzione, la corrente galvanomagnetica si mantiene, in generale, a un dipresso d'intensità costante, ed anche *rimane inalterata* quando la corrente primaria, prima di cambiare di segno, passa per il valore zero.

L'intensità della corrente galvanomagnetica dipende moltissimo dallo stato della superficie del bismuto, ed occorre ripulire molto bene i fili di bismuto per avere risultati regolari.

Per dare un'idea della grandezza della forza elettromotrice che produce la corrente galvanomagnetica, riferirò che nelle diverse esperienze da me finora fatte in buone condizioni con differenti fili ed in circostanze diverse essa ha variato da $\frac{1}{12000}$ ad $\frac{1}{2400}$ di una Daniell, il campo magnetico essendo prodotto da un apparato di Faraday, medio modello, eccitato da una corrente da 8 a 12 ampères e coi poli ovali distanti nell'estremità 7^{mm}.

Con una corrente magnetizzante meno intensa si hanno risultati molto più piccoli: quando essa ha 2 ampères di intensità la corrente galvanomagnetica è appena sensibile.

La direzione della corrente galvanomagnetica è indipendente dalla direzione del campo: la intensità di essa invertendo la direzione del campo qualche volta ha variato un poco, qualche altra volta è rimasta costante.

Questo lavoro è stato eseguito nell'Istituto fisico della Regia Università romana, coi mezzi che mi furono messi a disposizione.

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXV.

MAGGIO e GIUGNO

Pubblicato il 30 Giugno 1889.

1889

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

SUI FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI;
SECONDA MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI.

(Estr. dagli *Atti del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti.* T. VII, Ser. VI).

CAP. I. — *Disposizioni sperimentali, e figure dovute all' azione sui coibenti.*

1. Nelle esperienze, narrate nella mia prima Memoria su questo argomento [1]), ho quasi sempre fatto uso dell' elettrometro, sia per studiare la dispersione della elettricità negativa che producono le radiazioni ultraviolette, sia per dimostrare la formazione di cariche positive per opera delle radiazioni stesse. Coll' elettrometro potei stabilire che l' elettricità negativa, che sotto l'azione delle onde più brevi dell'etere abbandona un corpo elettrizzato, è trasportata sui corpi vicini e che in questo trasporto essa percorre delle traiettorie, che sensibilmente coincidono colle linee di forza, precisamente come avviene nella scarica ordinaria da una punta acuta, la quale può produrre quei fenomeni che chiamai dellè *Ombre elettriche.* Anche nel caso dell' elettricità negativa messa in moto per azione delle radiazioni, sembra dunque ammissibile, che il trasporto della elettricità venga effettuato da particelle materiali, che potrebbero essere le molecole dell' aria. Anzi, nelle mie Memorie sulle Ombre elettriche, e nella precedente Memoria sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni, ho spesso attribuito esplicitamente alle molecole dell'aria l' ufficio di trasportare le cariche elettriche; ma in questa Memoria parlerò genericamente di particelle elettrizzate, poichè mancano ancora delle prove dirette che permettano di decidere se quelle particelle sieno veramente molecole d' aria, o molecole oppure gruppi di molecole staccati dagli elettrodi.

Per quanto le esperienze elettrometriche parlino chiaramente in favore della spiegazione da me proposta, pure mi era rimasto il desiderio di giungere ad esperienze simili a quelle delle Ombre elettriche, e cioè di ottenere immagini colle polveri colo-

1) *Mem. dell' Acc. di Bologna* 11 nov. 1888; — *N. Cimento* 1888.

rate, le quali a colpo d'occhio rivelassero come le cariche negative sono trasportate secondo linee regolari, e come quindi si proiettino su lastre isolanti delle imagini di forma più o meno simile a quella delle superfici dalle quali partono le particelle elettrizzate.

Essendo riuscito in breve tempo e dopo pochi tentativi nel mio scopo, ed anzi anche al di là di quanto speravo, esporrò in questo scritto le mie nuove esperienze.

2. La sorgente di radiazioni, da me impiegata nelle attuali ricerche, è stata ancora l'arco voltaico prodotto fra zinco e carbone; ma invece di adoperare, come avevo fatto nelle precedenti ricerche, un regolatore Reynier, ho combinato una disposizione assai migliore, la quale permette di ottenere una luce ricchissima di raggi ultravioletti, per un tempo assai lungo e con intensità molto meno variabile. Nel nuovo apparecchio l'arco voltaico si forma fra un carbone C (fig. 1, *Tav. IV*) inclinato come mostra la figura, in pianta e di prospetto, ed un filo di zinco *zz* di circa 3^{mm} di diametro. Questo filo passa fra due grosse masse di ferro F, F', l'inferiore delle quali ha un piccolo solco, destinate a raffreddarlo, onde, quando si accende l'arco voltaico fra *z* e C, non si fonda che la parte di filo sporgente dai due pezzi di ferro. Questa parte forma una goccia, che in massima parte si consuma senza cadere. Intanto il filo di zinco cammina lentamente verso il carbone, spinto da un roteggio a peso R (mi ha servito il roteggio di un vecchio telegrafo Morse), e così la luce ordinariamente non resta interrotta. Mettendo il carbone C in posizione opportuna si forma sull'estremità dello zinco una specie di fiamma o getto veemente, press'a poco nella direzione *za*, che trascina l'ossido di zinco che abbondantemente si forma, e che coll'antica disposizione si accumulava invece sino a nascondere l'arco voltaico. Per cui, anche sotto questo rapporto, il nuovo apparato è migliore. Con un lungo filo di zinco si può mantenere la luce per molto tempo, giacchè colla corrente di due dinamo in serie mosse da un motore di quattro cavalli, e la cui corrente è diretta dallo zinco al carbone, non si consuma che circa un metro di filo all'ora.

È necessario però liberarsi dal denso fumo bianco che si produce per l'ossidazione dello zinco. È bene perciò che la lam-

pada sia in una camera vicina a quella ove si pongono gli apparecchi da illuminare, e che per mezzo di un forte tiraggio il fumo sia condotto fuori rapidamente. Ho installato perciò la lampada L (fig. 2) in una piccola finestra AB praticata in una parete che divide il laboratorio da una camera vicina. Dalla parte del laboratorio la finestra è chiusa da una imposta CD, che ha un' apertura EF cui è applicata una lastra di gesso trasparente, la quale dista dal punto O, in cui si forma l' arco voltaico, circa 16 centimetri; dalla parte opposta trovasi una tavola GH che la chiude superiormente, traversata da un tubo di ferro P, che sbocca all' esterno, ed entro cui abbrucia un becco Bunsen M.

Una persona deve però attendere alla lampada, onde far cadere l' ossido, che per avventura si formasse sullo zinco, per rimontare il roteggio, e sopratutto per accendere e spegnere la lampada per mezzo d' un interruttore ai momenti indicati dallo sperimentatore. La persona suddetta deve bene difendere gli occhi con vetri per evitare l' azione dolorosa delle radiazioni ultraviolette, già additata nella precedente Memoria; ed è bene ripari pure la cute, per mezzo di una lastra di vetro, dalle radiazioni ultraviolette emesse dallo zinco, onde evitare un effetto simile a quello di una prolungata insolazione.

3. La prima esperienza, che ho fatto colle polveri elettroscopiche (miscuglio di minio e solfo), è quella relativa all' azione dei raggi ultravioletti su corpi coibenti, come l' ebanite. Le radiazioni originate in O (fig. 2) incontrano sul loro cammino un diaframma N avente un' apertura di forma qualunque, per esempio in forma di croce, poi una rete metallica R, indi la lastra d' ebanite T, ben scarica e secca. Al di dietro di questa trovasi una lastra metallica isolata S parallela alla rete.

Fatto comunicare S coll' elettrodo negativo d' una macchina elettrica in azione, ed R col positivo, mentre le radiazioni cadono traversando l' apertura di N e la rete R, sull' ebanite, basta proiettare su di questa, tolta dal suo posto, le polveri elettroscopiche, perchè apparisca una croce gialla, cioè formata dalla polvere di solfo, che indica una regione positiva.

Se la distanza fra R ed S è 10 a 12 cm. e se la rete non è stata pulita con estrema cura, occorre una macchina d' Holtz capace di dare scintille di 30 cm. per ottenere in pochi secondi

l'effetto. In generale però può bastare una sorgente elettrica meno potente, come per esempio una macchina di Voss col disco mobile di 27 cent. di diametro [1]). La croce gialla occupa esattamente la regione nella quale la lastra riceveva le radiazioni. Essa è quindi di dimensioni maggiori di quelle dell'apertura fatta nel diaframma N, in causa della divergenza che hanno i raggi partiti da O. A differenza di quanto accade in altre esperienze, che saranno più oltre descritte, non si muta nè la forma, nè la posizione della croce gialla, accostando corpi elettrizzati, e facendo intervenire correnti d'aria il che è naturale, giacchè secondo il mio modo di vedere, che riceverà da altre esperienze qui narrate la miglior conferma, l'imagine gialla suddetta prende origine da una convezione elettrica operata da particelle materiali, che partono dalla regione illuminata e si dirigono verso la rete R.

È notevole come l'azione abbia luogo sopra l'ebanite *scarica*, cioè solo polarizzata per l'influenza delle cariche di R ed S, fatto del resto messo in chiaro anche nella prima Memoria, e che prova, che sotto l'azione delle radiazioni la convezione dell'elettricità negativa ha luogo anche da superfici scariche, e che per cessare di prodursi occorre che quelle superfici si carichino di tanta elettricità positiva da compensare (e anche al di là, come prova il fatto del caricarsi positivamente che fa un corpo scarico e non esposto ad alcuna influenza, allorchè le radiazioni cadono sulla sua superficie) l'azione delle cariche che generano il campo elettrico.

Se l'ebanite si pone più vicina alla rete R, la croce gialla diviene naturalmente più piccola, perchè è più piccola la regione illuminata.

Cap. II. — *Figure dovute all'azione delle radiazioni sopra conduttori.*

4. Invertendo le cariche della rete R e della lastra S, il fenomeno muta sostanzialmente. Si ottiene sull'ebanite una croce

1) Colle radiazioni dell'arco voltaico ordinario gli effetti sono di gran lunga minori, tanto che molte delle esperienze descritte in questa Memoria, o non sarebbero possibili, o riuscirebbero solo facendo agire le radiazioni per un tempo assai lungo.

rossa (indicante carica negativa), ben diversa per forma e dimensioni dalla croce gialla dell'esperienza precedente, giacchè la croce rossa è di dimensioni eguali a quelle dell'apertura del diaframma N, o più esattamente a quelle della parte di rete R che riceve radiazioni dall'aperture del diaframma N, se l'esperienza ha avuto breve durata; mentre che se l'esperienza durò troppo a lungo, la croce rossa apparisce più grande, ed i suoi contorni divengono curvi e come gonfiati.

È facile rendere conto di questi fenomeni. Nel caso attuale la carica negativa appartiene alla rete; è da questa quindi che partono le particelle elettrizzate, le quali, seguendo le linee di forza (in tal caso rette normali ai due piani R ed S), vanno a deporre sull'ebanite le loro cariche negative.

Se si protrae l'esperienza, la carica negativa, già acquistata dalla ebanite, modifica le linee di forza, e obbliga le particelle a deporre di più in più lontano le loro cariche, d'onde l'ingrandirsi e il deformarsi dell'imagine. Questa mutazione dell'imagine vedesi bene nella figura 3, in cui A mostra la forma dell'immagine se l'esperienza dura pochissimo e B quella ottenuta nel caso opposto.

Giova far qui un'avvertenza, valevole anche per le altre esperienze che descriverò, e cioè, che può aderire la polvere all'ebanite anche in virtù di cariche esistenti nella faccia opposta a quella su cui si proiettano le polveri elettroscopiche. Se per esempio, l'ebanite T dell'ultima esperienza è vestita di una armatura di stagnola nella faccia che non è rivolta alla sorgente delle radiazioni, la quale armatura tiene il posto della lastra S, quando si proiettano le polveri non solo si forma la croce rossa descritta, ma tutt'all'intorno aderisce all'ebanite la polvere di solfo, cosicchè si ha una croce rossa sopra un fondo giallo. Ora, è facile il persuadersi che lo solfo rimane aderente all'ebanite per l'azione dell'elettricità positiva che si forma nell'armatura, per influenza della negativa, che risiede ove aderisce alla lastra la polvere di minio.

Può accadere anche, e per la stessa ragione, se a poca distanza da una regione fortemente carica negativamente risiede una carica negativa alquanto più debole, che si depositi su questa lo solfo anzichè il minio. Ciò accade particolarmente spesso nelle esperienze del paragrafo 6.

5. Essendo difficile il pulire bene la rete metallica, che nell'esperienza precedente è caricata negativamente, cambiai la disposizione sperimentale adoperando, invece della rete, una lastra illuminata obliquamente.

La lastra AB (fig. 4), che riceve la carica negativa dalla piccola macchina di Voss, è inclinata di circa 12° all'orizzonte, cosicchè può ricevere le radiazioni che partono dalla sorgente L, benchè al disopra si trovi la lastra d'ebanite CD ad essa parallela e la cui faccia superiore è coperta di stagnola comunicante col suolo. S'impedisce in alcune parti della lastra AB l'azione dei raggi ultravioletti, sia coprendo la lastra con una carta frastagliata, sia verniciando le parti ove si vuole che la luce non agisca, sia infine mettendo fra la sorgente e la lastra AB dei corpi opachi per le radiazioni attive, per esempio lastre di vetro, di mica, o una colonna di gas illuminante uscente da un tubo cilindrico ecc. Se allora s'illumina la lastra e la si mantiene carica negativamente per qualche secondo colla piccola macchina di Voss, non resta che a togliere di posto l'ebanite e proiettare su di essa le polveri, per fare apparire un'immagine della lastra AB, nella quale vedonsi dipinte in rosso le parti, che erano di fronte a quelle regioni del metallo nelle quali le radiazioni agivano liberamente, ed in giallo le altre.

Se la durata dell'azione è breve, le figure rosse, che si ottengono, sono quasi identiche per forma e dimensione alle figure formate dalle parti metalliche illuminate; se, al contrario, si fa durare l'azione della luce troppo tempo, succede, come nell'esperienza del paragrafo 4, che le parti rosse si dilatano. In tal caso, se, per esempio, la lastra AB è tutta pulita, ad eccezione di una croce fattavi nel mezzo colla vernice, si ottiene sull'ebanite una croce gialla su fondo rosso, assai più sottile e piccola di quella che è stata dipinta sul metallo; se invece la lastra AB è tutta verniciata, ad eccezione di una croce lasciata nuda, si ottiene una croce rossa su fondo giallo, dilatata e rigonfia come la B della figura 3.

Si riconosce poi che questo rigonfiarsi delle regioni rosse è maggiore, a parità di durata dell'esperienza, ove più intensa è l'illuminazione. Infatti ponendo in AB una lastra di zinco verniciata, ad eccezione d'una striscia rettangolare disposta secondo

le linee di massima pendenza del piano AB, si ottiene sull' ebanite una imagine rossa più larga in basso che in alto. Ora l'intensità delle radiazioni sulla lastra di zinco è maggiore in basso che in alto, e non solo a seconda della legge del quadrato delle distanze, ma anche stante la poca trasparenza dell' aria per le radiazioni attive.

Per avere sull' ebanite delle immagini poco dissimili per forma e dimensione, dalle regioni nude o coperte della lastra metallica, devesi dunque far durare poco l' azione della luce. Nelle mie condizioni sperimentali bastano da due a dieci secondi. Con questa precauzione, e quand' anche la distanza fra i due piani paralleli AB e CT sia di 12 o 15 centimetri, si ottengono sull' ebanite delle imagini la cui regolarità sorprende. L'impronta di un timbro fatta sopra una lastra di zinco pulita da poco e posta sopra AB, dei caratteri fatti colla penna sulla stessa lastra e di dimensioni eguali o poco superiori a quelli della scrittura ordinaria, si riproducono in modo da poter esser letti sulla lastra d' ebanite. Naturalmente devesi scrivere al rovescio, come si fa incidendo su pietre litografiche, se si vuole che l' imagine formata dalle polveri sull' ebanite risulti diritta.

Siccome l'azione è tanto più lenta quanto più i due piani AB e CD sono lontani fra loro, così, aumentando assai questa distanza, è necessario far durar di più l' azione della luce, onde avere sull' ebanite delle cariche sufficienti, la qual cosa fa sì che le parti rosse si allarghino. Più i piani saranno vicini, meno potrà durare l' azione della luce, e più esatte saranno le immagini formate sull'ebanite.

È quasi inutile l' aggiungere che il fenomeno più non si ottiene se si carica la lastra AB senza illuminarla o illuminandola dopo aver posta una lastra di vetro sul cammino delle radiazioni, o illuminandola senza caricarla o mentre è caricata positivamente. Invece poi di mantenere carica la lastra metallica coll' azione continuata della macchina, che ne compensa le perdite, si può caricare la lastra, poi isolarla, prima di far cadere su di essa le radiazioni, specialmente se la sua capacità è aumentata col farla comunicare con un condensatore. Od infine, si può toccare la lastra coll' armatura negativa d' un condensatore carico mentre agiscono le radiazioni. I risultati sono, in tutti i modi, sostanzialmente i medesimi.

Queste esperienze, di sicura riuscita, parlano molto in favore dell'ipotesi di un trasporto delle cariche negative dai corpi che ricevono radiazioni ultraviolette, per opera di particelle materiali, le quali, muovendosi nel campo elettrico sensibilmente secondo le linee di forza (che nel caso attuale sono rette perpendicolari ai due piani, supposti abbastanza estesi), vanno a depositare le loro cariche negative sui corpi nei quali le dette linee di forza vanno a terminare.

6. Colla stessa disposizione sperimentale si possono riprodurre le *ombre elettriche*. A questo scopo basta porre fra il piano AB (fig. 4) (che in tal caso è metallico e ben pulito in tutta la sua superficie) e la lastra CD, un oggetto qualunque, preferibilmente di materia isolante. Esso arresterà meccanicamente le particelle elettrizzate che giungono su di esso, per cui, proiettate le polveri sull'ebanite, apparirà un'imagine o *ombra elettrica* del corpo, tracciata in giallo su fondo rosso.

L'immensa influenza che ha la pulitura dei metalli sulla produzione del fenomeno, può rendersi evidente come segue.

Se sul piano AB si pone una lastra di zinco, la quale solo da qualche ora sia stata pulita colla carta smerigliata, e se al momento dell'esperienza essa viene nuovamente soffregata colla stessa carta in una piccola porzione, si ottiene sull'ebanite una vivissima imagine rossa della regione pulita di fresco: il che dimostra quanto di gran lunga più abbondante sia la convezione elettrica dalle parti pulite da poco, che da quelle pulite da qualche ora.

Questa esperienza conduce ad un semplice metodo per paragonare l'intensità relativa dell'effetto che danno diversi metalli. Basta porre in AB, ed a fianco una dell'altra, due lastre di metalli diversi, entrambi però puliti un momento prima, perchè in generale vedasi sull'ebanite, dopo compiuta l'esperienza, la parte, che corrisponde ad uno dei metalli, più vivamente rossa di quella che corrisponde all'altro. Anzi, se la differenza dell'azione sui due metalli è grande, succede che la parte dell'ebanite che corrisponde al metallo meno attivo si ricopre di solfo (vedi paragrafo 4) e perciò diviene gialla. In ogni caso dunque, una parte dell'ebanite, sia coll'essere meno carica di minio, sia coll'essere carica di solfo, indica che il metallo, che aveva di fronte, produce con minore intensità il fenomeno di convezione.

Tuttavia, per giungere a stabilire l'ordine secondo il quale si seguono i varî metalli, per la diversa intensità colla quale producono, sotto l' azione delle radiazioni, la convezione elettrica, ho preferito un altro metodo meno incerto, basato sul fatto, che l'imagine rossa, che si ottiene sull'ebanite, assume dimensioni di più in più grandi, mano a mano che diviene più abbondante il trasporto dell'elettricità negativa dal metallo all'ebanite. Questo metodo consiste nel porre sul piano AB (fig. 4) due lastre di metalli diversi, pulite un istante prima con carta smerigliata, e poi coperte ciascuna con una carta in cui è praticata una apertura, per esempio, rettangolare. Caricando negativamente le lastre ed illuminandole, si formeranno sull'ebanite due regioni cariche negativamente, che le polveri renderanno visibili. Or bene, quantunque le aperture praticate nelle carte che coprono i due metalli sieno identiche e collocate simmetricamente rispetto al fascio delle radiazioni, pure, in generale, le due imagini rosse hanno dimensioni diverse. Quella che ha le dimensioni maggiori additerà evidentemente quello dei due metalli sul quale le radiazioni sviluppano con maggior intensità la convezione fotoelettrica. Per esempio, la fig. 5 mostra in A l'apertura delle carte, in B l'imagine data da una lastra di pakfong e in C quella simultaneamente prodotta da una lastra di ferro.

Con questo metodo, invece di dover apprezzare l'intensità della colorazione rossa che assume l'ebanite trattenendo la polvere di minio, si devono confrontare le dimensioni delle due figure rosse simultaneamente ottenute, il che è molto più facile. Si noti inoltre, che, nel maggior numero dei casi, la differenza di dimensioni nelle due imagini rosse è tanto grande da rendere inutile ogni misura.

Combinando, due a due, diversi metalli, ho trovato che possono disporsi nella serie seguente, cominciando da quelli sui quali l'azione è più forte e andando a quello che produce il più debole effetto.

Ottone, Alluminio, Packfong,
Zinco, Stagno,
Rame.
Bismuto,
Piombo,
Nichel,
Platino,
Ferro,
Carbone di storta.

Qualche indecisione resta per l'ordine dei primi metalli sino allo stagno, ed è per questo che alcuni si sono scritti sopra una stessa linea orizzontale.

Si noti ancora, che il piombo difficilmente si rende brillante sfregandolo con carta smerigliata, e che se si raschia invece col coltello, esso mostrasi più attivo, tanto da doverlo collocare più in alto nella serie. Anche l'alluminio male si pulisce colla carta a smeriglio, per cui è probabile che in realtà esso agisca più energicamente del packfong e dell'ottone.

Come si vede, l'ordine, nel quale risultano collocati i metalli, non è completamente lo stesso che nella serie di Volta, come risultava dalle esperienze che feci altra volta coll'elettrometro. Più di tutti il ferro, od almeno la lastra adoperata in queste esperienze, occupa un posto assai diverso da quello che ha nella serie di Volta. A rigore nulla vi è che a priori porti a supporre che i metalli debbano tutti essere ordinati come nella serie del contatto; tuttavia non è fuor di luogo il supporre che si otterrebbero risultati diversi qualora fosse possibile paragonare i diversi metalli, non già a parità d'intensità delle radiazioni che ricevono, ma a parità di energia radiante consumata presso la loro superficie nella produzione del fenomeno. In altre parole, può benissimo aver influenza anche un assorbimento elettivo dei metalli per le radiazioni ultraviolette. È da notarsi poi, che, nelle esperienze descritte nella mia prima Memoria, i potenziali dei metalli furono sempre di pochi Volta e perciò incomparabilmente minori di quelli messi in opera nelle esperienze colle polveri elettroscopiche [1].

1) Ho istituite anche alcune esperienze coll'elettrometro, e con una disposizione che è analoga a quella dell'ultima esperienza qui descritta. Sulla lastra metallica AB della fig. 4 sono posti i due metalli da confrontare, coperti con carte aventi due aperture eguali. Parallelamente alla loro superficie ed al posto dell'ebanite, trovansi due conduttori rettangolari, simmetricamente disposti di fronte alle porzioni nude dei due metalli. I due conduttori sono isolati e comunicano separatamente colle due coppie di quadranti di un elettrometro, il cui ago è caricato da una pila di 100 elementi zinco-acqua-rame. L'istrumento così disposto è un vero apparecchio differenziale, giacchè se la convezione elettrica dai due metalli (in tal caso caricati dal polo negativo di una pila secca) è egualmente intensa, non si ha deviazione alcuna; mentre che se uno dei metalli è più attivo dell'altro, si ha una notevole deviazione, il cui senso indica qual'è il metallo su cui le radiazioni producono l'effetto maggiore. Veramente qualche deviazione irregolare o generalmente piccola si ha in ogni caso; ma quando le azioni sui due metalli si compensano, l'ago oscilla irregolarmente senza deviare in un solo senso determinato. Occorre

Un metodo simile a quello testè descritto, può servire a paragonare il potere assorbente dei diversi corpi per le radiazioni ultraviolette attive. Sopra una lastra metallica si lasciano a nudo due eguali rettangoli. Elettrizzata negativamente questa lastra, posta di fronte all'ebanite, si illumina uno dei rettangoli colle radiazioni che hanno attraversato uno dei corpi da paragonare, e l'altro rettangolo con radiazioni che escono dall'altro corpo. Il diverso potere assorbente dei due corpi si manifesterà colla diversa dimensione che assumono le imagini dei due rettangoli. Naturalmente bisogna che l'azione della luce duri un tempo abbastanza lungo.

7. Se veramente l'elettricità negativa è trasportata dal metallo AB all'ebanite CD da particelle materiali, esse devono rimanere deviate dal loro cammino rettilineo, accostando loro dei corpi elettrizzati in + od in —, che le attraggono e le respingono. Infatti, la presenza di nuovi corpi elettrizzati deve cambiar la forma delle linee di forza, e devono conseguirne degli spostamenti e dei cambiamenti di forma nelle imagini ottenute sull'ebanite.

Numerose esperienze che ho fatte confermano la previsione, mostrando l'effetto del cambiamento avvenuto nella forma delle linee di forza. Un analogo risultato era stato già da me ottenuto facendo agire corpi elettrizzati sull'elettricità emessa da una punta nelle esperienze sulle ombre elettriche.

naturalmente un doppio interruttore per mettere i quadranti in comunicazione col suolo prima d'ogni esperienza.

Avendo sperimentato con alluminio, ferro, nichel, ottone, packfong, platino, rame, stagno e zinco, presi due a due, onde disporli in ordine decrescente rispetto all'azione delle radiazioni su di essi, ho ottenuto questa serie:

Ottone-Zinco-Stagno-Alluminio-Rame-Packfong-Nichel-Platino-Ferro.

Salvo l'alluminio ed il packfong, gli altri metalli sono nello stesso ordine che nella serie data nel testo. In queste esperienze i metalli erano portati a potenziali di valor intermedio fra quelli raggiunti nelle esperienze colle polveri, e quelli adoperati nelle esperienze della prima Memoria.

Questa disposizione sperimentale riuscirà vantaggiosa per istituire confronti quantitativi. Siccome verosimilmente la quantità di elettricità negativa, che parte dal metallo illuminato, è, a parità d'altre condizioni, proporzionale alla sua superficie, così si potrà compensare, nell'esperienza stessa, l'azione delle radiazioni su diversi corpi coll'azione su un'area variabile di un corpo determinato, e da quest'area dedurre le quantità di elettricità trasportate. È chiaro che un tal metodo è valevole anche ad onta delle variazioni continue d'intensità delle radiazioni emesse dalla lampada a zinco, ed è in ciò che ne consiste il pregio principale.

Darò solo i risultati di alcune di queste esperienze. Lateralmente alla croce RR (fig. 6), costituita da metallo pulito sul fondo verniciato della lastra AB e parallelamente alle sue linee di massima pendenza, ho collocata un'asta metallica SS, messa in comunicazione colla lastra AB. Ho ottenuto l'imagine C della croce che è rappresentata in A (fig. 7); S è la proiezione dell'asta elettrizzata sull'ebanite. Soppressa l'asta, si ottiene invece della C la imagine B. Apparisce dunque manifesta l'azione dovuta al corpo elettrizzato S. Le due imagini B e C sono state rilevate (come altre che sono qui disegnate) copiandone colla penna il contorno sopra lastre di vetro posate sull'ebanite. La posizione reciproca di B e C risultò da misure prese sull'ebanite, la quale riprende sempre esattamente la stessa posizione quando si colloca sul suo sostegno di fronte alla lastra metallica che riceve le radiazioni. È possibile però ottenere insieme sulla ebanite tanto l'imagine ordinaria B, quanto quella spostata e deformata C, facendo agire la luce mentre l'asta della fig. 6 è al suo posto e poi facendola nuovamente agire dopo aver allontanata l'asta medesima.

Nella fig. 8 si vede un analogo effetto. AB è l'imagine ottenuta sull'ebanite, di una retta tracciata nel piano metallico; ADB è l'imagine che si ha se un'asta carica negativamente è posta lateralmente in una direzione perpendicolare a quella che ha l'asta della fig. 6. S è la proiezione dell'asta sull'ebanite.

Dando all'asta S carica positiva, l'imagine si sposta e si deforma in senso contrario. Così se l'asta S della fig. 8 ha carica positiva, l'imagine della retta diviene la ACB.

Nella fig. 9 poi si vedono le due imagini di una croce A, ottenute sotto l'influenza di un'asta metallica proiettata in S. La B è la figura che si ottiene quando l'asta è carica positivamente e C quella che si ha se l'asta ha carica negativa.

Varia la figura, non solo secondo la posizione dell'asta elettrizzata, ma anche adoperando corpi elettrizzati d'altra forma ecc.

8. Ho eseguite alcune esperienze, abbandonando i due piani e prendendo invece un piano ed un cilindro paralleli fra di loro.

Se il piano è abbastanza esteso ed il cilindro abbastanza lungo, si potrà ammettere che le linee di forza, almeno nello

parti centrali, sieno quelle di un cilindro e di un piano indefiniti e cioè archi di cerchio col centro nel piano.

Il cilindro C (fig. 10) è di legno e del diametro di 65 mm; è rivestito di stagnola verniciata, onde sia conduttore, ma la luce non abbia azione sulla sua superficie. Lungo una generatrice è però incastrata una striscia di zinco n, che può facilmente levarsi onde pulirne perfettamente la faccia rivolta all' esterno. Quando il cilindro è elettrizzato negativamente per mezzo della solita piccola macchina elettrica, e riceve le radiazioni, si forma la convezione elettrica dalla generatrice di zinco e non dal resto della sua superficie.

Parallela al cilindro sta la lastra piana d' ebanite EB, la quale porta sulla faccia opposta a quella che è dalla parte del cilindro una foglia di stagno comunicante col suolo. Le particelle elettrizzate che partono da n, se veramente seguono sensibilmente le linee di forza, devono andare a colpire EB in una determinata regione F e quindi, proiettando le polveri elettroscopiche, deve apparire in F una striscia rossa parallela alle generatrici del cilindro. Anzi se θ è l' angolo nCA (essendo CA perpendicolare ad EB), e se z è la distanza AF, devesi verificare la formula

$$z = (\mathrm{R} + d)\, \frac{\cos\theta}{1 + \operatorname{sen}\theta},$$

che dimostrai nella precedente Memoria, e nella quale R è il raggio del cilindro e d la distanza fra il suo asse ed il piano EB, che nelle mie esperienze era di $10^{\mathrm{cm}},25$.

Siccome poi la striscia di zinco n ha una certa larghezza, essendo anzi nel mio apparecchio tale da occupare un arco di 5° e mezzo circa della circonferenza di sezione del cilindro, così la striscia rossa, che deve apparire sull' ebanite, deve avere una larghezza piuttosto notevole; ed anzi deve questa larghezza essere tanto maggiore, quanto più grande si fa l' angolo θ, giacchè cresce insieme a questo anche la divergenza delle linee di forza che partono dallo zinco n.

Eseguendo l' esperienza, essa riesce appunto come era da prevedersi, ed è particolarmente notevole quando l' angolo θ è ottuso, per esempio di 120°. In qualunque caso si forma sull'eba-

nite una striscia rossa, parallela alle generatrici del cilindro, e che occupa, per quanto è possibile il verificarlo con esperienze di questa specie, precisamente il luogo ove vanno a terminare le linee di forza che partono da n.

Questa verificazione si fa misurando da una parte l'angolo θ, ed a questo scopo il cilindro è mobile intorno al proprio asse al centro di un cerchio graduato, e d'altra parte la distanza z da A ad F, o meglio, siccome la striscia rossa ha una certa larghezza, le distanze da A ai limiti laterali della striscia medesima. Ho trovato in tal modo, con una serie di cinque esperienze, questi numeri.

θ	z misurata sulla imagine	z calcolata
30°	da 32mm a 40mm	36mm
60°	» 74 a 86	78
90°	» 128 a 148	135
100°	» 153 a 178	161
120°	» 212 a 257	234

La distanza z, calcolata colla formula, è dunque sempre intermedia alle due distanze da A ai lati della imagine.

È possibile ottenere sopra una stessa lastra di ebanite le striscie rosse corrispondenti a diversi valori dell'angolo θ. Dopo aver proiettate le polveri sull'ebanite, si vedono su di essa, per esempio, quattro striscie a, b, c, d (fig. 11) se si fecero agire le radiazioni quattro volte mentre a θ si diedero i valori 30°, 60°, 90° e 100°. Nella parte inferiore della figura sono delineati i fasci di linee di forza, secondo i quali nei quattro casi si muovono le particelle elettrizzate partite dallo zinco n.

Anche qui possono ottenersi delle deformazioni nelle figure formate dalla polvere, accostando dei corpi elettrizzati, si possono proiettare ombre elettriche ponendo ostacoli sul cammino delle particelle, ecc.

Come si vede, le esperienze descritte in questo paragrafo non sono in sostanza che una riproduzione di altre descritte nella Memoria antecedente. Quelle erano suscettibili di misure più precise, ma queste hanno il vantaggio di mettere sott'occhio

delle prove visibili, e di più di essere tali da poter essere facilmente mostrate a più persone ad un tempo, facilitando grandemente ed abbreviando la descrizione del meccanismo con cui si compiono questi curiosi fenomeni.

CAP. III. — *Azione d'una corrente d'aria. Velocità delle particelle elettrizzate.*

9. All'epoca delle mie esperienze sulle Ombre elettriche, prodotte per opera delle particelle elettrizzate che sono respinte da una punta, tentai inutilmente di deviarle facendo agire trasversalmente al loro cammino una forte corrente d'aria.

Ho voluto fare adesso lo stesso tentativo, spingendo una corrente d'aria attraverso al cammino delle particelle che portano la carica negativa dalla lastra di metallo all'ebanite.

L'insuccesso avuto nel caso della dispersione che ha luogo da una punta, poteva difatti dipendere dall'essere grandissima la velocità posseduta in quel caso dalle particelle elettrizzate, mentre è verosimile che nel caso della dispersione di elettricità negativa, provocata dalle radiazioni ultraviolette, la velocità con cui si muovono le particelle elettrizzate sia assai minore, essendo certo molto minore la densità elettrica sul conduttore dal quale esse partono, e per conseguenza verosimilmente minore la carica che esse trasportano.

Fatta l'esperienza, il risultato non fu negativo, giacchè fin dalla prima prova l'imagine della solita croce risultò spostata per circa tre millimetri e deformata, come mostra la figura 12, per effetto della corrente d'aria uscente da un tubo di vetro posto fra i due piani AB e CD (fig. 4) in direzione ad essi parallela e diretto verso la croce.

Nella fig. 12, B è l'imagine della croce ottenuta senza corrente d'aria, C, quella prodotta colla corrente e T la proiezione sul piano dell'ebanite, che è poi il piano della figura, del tubo da cui effluisce l'aria.

L'esperienza fu poi ripetuta ed in varie guise modificata, ma sempre collo stesso successo. Per esempio AELF (fig. 13) è l'imagine rossa (formata cioè dal minio sull'ebanite) d'una striscia rettangolare R tracciata su una lastra di zinco lasciando a

nudo il metallo, mentre la lastra stessa è verniciata in tutto il resto; ABCDELIHGF è l'imagine ottenuta sotto l'azione della corrente d'aria che esce dal tubo, la cui proiezione è T. Con corrente d'aria più forte l'imagine divenne quella che vedesi nella fig. 14. Così nella fig. 15 si vede in A una rete di linee lucenti, ottenute con una punta sopra una lastra di zinco verniciata; mentre in B si vede l'imagine formata da linee rosse su fondo giallo, ottenuta colle polveri elettroscopiche sull'ebanite, sotto l'azione della solita corrente d'aria.

Queste esperienze, nelle quali una corrente d'aria data da un mantice ordinario può far cambiare di posto l'imagine formata sull'ebanite dall'elettricità negativa che essa riceve dal metallo illuminato, testificano evidentemente in favore della mia ipotesi.

Ma da esse si può ricavare qualche cosa di più; si può giungere, cioè, a calcolare in modo approssimativo la velocità colla quale camminano le particelle elettrizzate, e fino ad un certo punto indagare i caratteri del loro movimento.

10. Per farmi un'idea approssimativa della velocità con cui le molecole elettrizzate si allontanano dal metallo che riceve le radiazioni ultraviolette, ho dapprima sostituito al mantice un ventilatore a forza centrifuga, onde ottenere un efflusso d'aria regolare.

Il manubrio, che fa agire il ventilatore, viene girato in tempo colle battute di un metronomo, e così si ha un efflusso di velocità costante. La velocità della corrente d'aria viene misurata approssimativamente per mezzo di un manometro ad aria libera contenente acqua, di cui uno dei rami comunica con un tubo rivolto verso quello dal quale esce la corrente d'aria. Il dislivello manometrico è stato in media di 10 millimetri, per cui si può valutare la velocità della corrente d'aria a circa 12 metri al secondo.

L'essere maggiore o minore la velocità delle particelle, si arguisce evidentemente dal maggiore o minore spostamento $ab = s$ (fig. 16), che per azione della corrente d'aria costante subisce l'imagine AB formata sull'ebanite, da una retta tracciata (sia facendo con una punta un frego sopra una lastra coperta di vernice, sia tirando colla penna una linea, sopra una lastra metallica ben pulita) sul metallo che riceve le radiazioni.

Ma si può anche calcolare in modo approssimativo quella velocità. Consideriamo infatti una particella, che partita dalla lastra metallica va a colpire in *a* l'ebanite, quando non c'è corrente d'aria, ed in *b* quando agisce il ventilatore, essendo *ab* la posizione ove lo spostamento è massimo (posizione che corrisponde all'asse del tubo da cui effluisce la corrente d'aria). È chiaro che quella particella deve attraversare la corrente (a sezione circolare come il tubo dal quale esce) secondo un diametro della sua sezione trasversale, per cui lo spostamento $ab = s$ è precisamente il cammino percorso dalla corrente d'aria, nel tempo in cui la particella percorre il diametro suddetto.

Detto quindi m questo diametro, v la velocità della corrente d'aria e V quella della particella, si ha:

$$\frac{s}{m} = \frac{v}{V}\,;\ \text{da cui}\ V = v\,\frac{m}{s}\,.$$

Ora il diametro m è evidentemente dato dalla lunghezza *cd* della porzione deviata dell'imagine AB, ed essendo già nota la velocità v della corrente d'aria, basterà misurare $ab = s$ e $cd = m$ sull'imagine formata colle polveri sopra l'ebanite, per calcolare la velocità V della particella.

Naturalmente questo calcolo non è rigoroso, giacchè non è vero che la velocità V sia costante, nè che lo sia v per tutta la sezione trasversale della vena d'aria. D'altra parte la misura di *ab* e di *cd* non è suscettibile di grande precisione. Per conseguenza i risultati numerici che ho ottenuti devono considerarsi soltanto come atti a dar idea dell'ordine di grandezza delle velocità con cui si muovono le particelle materiali che trasportano l'elettricità negativa. In pari tempo però i risultati medesimi indicano con fedeltà in quali circostanze le velocità divengono maggiori o minori.

Ho prima cercato d'esaminare se la velocità delle particelle è costante o variabile lungo la traiettoria. Bastava perciò che misurassi lo spostamento dell'imagine, ponendo il tubo d'efflusso della corrente d'aria ora rasente al piano AB (fig. 4), ora a metà dell'intervallo fra AB e CD, ora rasente all'ebanite CD.

Ecco ciò che ho trovato in una serie di esperienze, durante le quali la distanza fra i due piani paralleli AB e CD era di 15 centimetri.

	Spostamento massimo *s*	Diametro *m*	Velocità delle particelle V
Corrente d' aria rasente al metallo . .	mm 7,5	mm 35	m 56
Corrente d'aria a mezzo	7,2	35	58,3
Corrente d' aria presso l' ebanite. . . .	6,8	35	61,8

La velocità cresce dunque alcun poco, andando dal metallo, dal quale partono le particelle elettrizzate, verso la lastra d'ebanite, sulla quale portano la loro elettricità.

Con altre esperienze ho voluto vedere come varia la velocità delle particelle al variare della distanza dei due piani paralleli (lastra di metallo ed ebanite) fra i quali esse si muovono.

In queste esperienze il tubo d'efflusso dell'aria è stato tenuto a metà della distanza fra i due piani. Le esperienze sono state sempre concordanti: ed ecco, come esempio, i risultati di una serie.

Distanza fra i due piani	Spostamento massimo *s*	Diametro della corrente d'aria *m*	Velocità delle particelle V
cent. 6,5	mm 2,8	mm 34	m 146
11	4,9	34	83
16	7,4	34	55

L'imagine ottenuta nell'ultimo caso è rappresentata nella fig. 17.

Dunque: *La velocità delle particelle elettrizzate che trasportano l'elettricità negativa è tanto maggiore quanto minore è la*

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3.
Scala 1/3
Fig. 4
Fig. 5.
Scala 2/3
Fig. 6.
Fig. 7
Scala 1/3

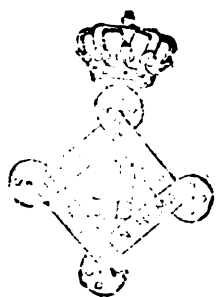
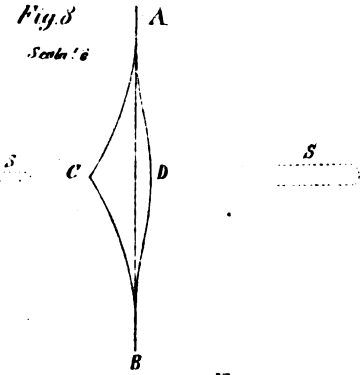
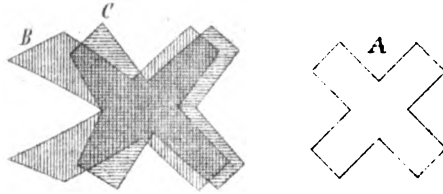
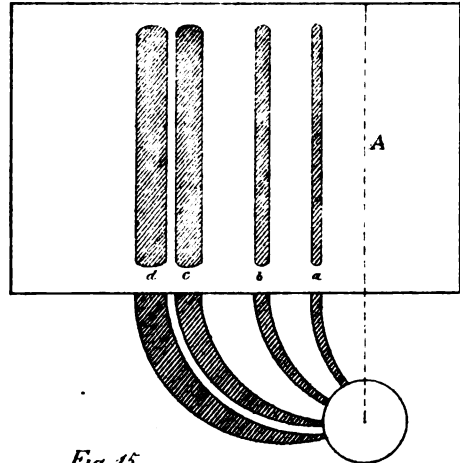
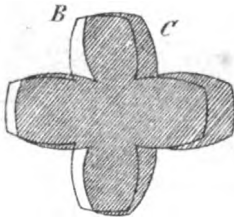
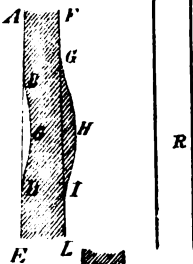
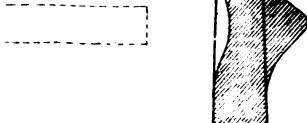
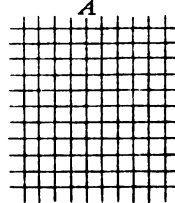
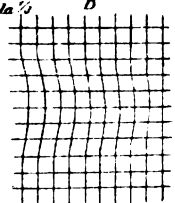
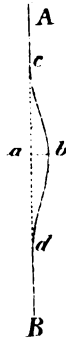
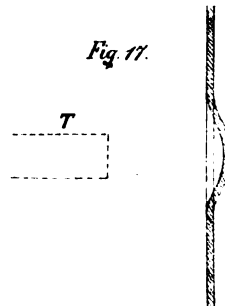



Fig. 8
Scala 1/6
A
C
D
S
B
Fig. 9 - Scala 1/3
B
C
A
S
Fig. 10
E
F
B
A
C
n
Fig. 11 Scala 1/6
A
d
c
b
a
Fig. 12 - Scala 1/3
B
C
T
Fig. 13
Scala 1/3
A
F
G
H
I
E
L
R
T
Fig. 14 Scala 1/3
Fig. 15
A
B
Scala 1/3
T
Fig 16
A
c
a
b
d
B
Fig. 17.
Scala 1/3
T

distanza dei due piani oppostamente elettrizzati fra i quali esse si muovono. Questo risultato, che l'esperienza addita in modo evidentissimo, è quale avrebbe potuto prevedersi partendo dall'ipotesi più volte enunciata. Infatti quanto più vicini sono i due piani, tanto maggiore è la densità elettrica alla superficie di quello che riceve le radiazioni (giacchè il suo potenziale può ritenersi costante) ed in pari tempo tanto maggiore è la forza elettrica nel campo da essi formato. Per conseguenza ogni particella assumerà probabilmente una carica maggiore quando i due piani sono più vicini; e ad ogni modo, se anche questo non si volesse ammettere, l'intensità della forza che agisce su di essa cresce al diminuire della distanza fra i due piani.

Per render conto con maggior dettaglio del moto delle particelle, bisognerebbe sapere con certezza di qual natura esse siano, e cioè se sono particelle metalliche staccate dal metallo illuminato, o le molecole del mezzo coibente (aria) nel quale il fenomeno si compie. Nel primo caso le particelle mobili incontrano nell'aria una resistenza che spiega come la loro velocità cresca tanto poco durante il movimento.

Se poi si ritiene che il trasporto dell'elettricità sia effettuato dalle molecole, dell'aria, siccome il loro medio cammino libero è brevissimo, così non accadrà mai, in generale, che una stessa molecola elettrizzata percorra tutta una linea di forza senza urtarne altre in grandissimo numero. Ad ogni collisione la molecola urtata acquista dall'altra parte della carica, e perciò s'avvia sensibilmente per la stessa traiettoria ma con minore velocità [1]).

Ad ogni modo, le ultime esperienze qui descritte, meglio anche di quelle anteriori, appoggiano l'ipotesi della *convezione fotoelettrica*, ed anzi mi sembrano tali da non lasciar campo ad alcun dubbio intorno alla natura del fenomeno di dispersione che le radiazioni ultraviolette provocano sui corpi elettrizzati negativamente.

1) Vedi seconda Memoria *Sulle Ombre elettriche*. Acc. di Bologna, 1882.

CONSIDERAZIONI IDRODINAMICHE; NOTA DEL PROF. E. BELTRAMI.

(*Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, Ser. II, Vol. XXII).

Nella teoria generale del moto dei fluidi si presentano due sistemi doppiamente infiniti di linee, che hanno un'importanza fondamentale nello studio cinematico e dinamico del moto stesso. L'uno è quello delle *linee di flusso*, definite dalle equazioni differenziali

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}, \qquad dt = 0,$$

dove u, v, w sono le componenti della velocità nel punto (x, y, z) e nell'istante t; l'altro è quello delle *linee vorticali*, definite dalle equazioni differenziali

$$\frac{dx}{p} = \frac{dy}{q} = \frac{dz}{r}, \qquad dt = 0,$$

dove p, q, r sono le componenti della rotazione nel detto punto, cioè le quantità definite dalle note espressioni

$$2p = \frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz}, \qquad 2q = \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}, \qquad 2r = \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}.$$

Questi due sistemi di linee non sono, evidentemente, fra loro indipendenti, benchè la loro mutua dipendenza non risulti che in modo molto indiretto dai teoremi idrodinamici noti. Ma non è di questa questione molto generale che intendiamo occuparci, bensì soltanto di due casi particolari che vi si riferiscono e che possono in qualche modo considerarsi come i due casi estremi.

Il primo è quello nel quale le linee dei due sistemi in discorso s'incontrano ad *angolo retto* in ogni istante ed in ogni punto dello spazio occupato dal fluido, caso definito dall'equazione.

$$pu + qv + rw = 0,$$

la quale deve verificarsi in tutta la durata del moto ed in tutto lo spazio anzidetto. Quest'equazione ha un'interpretazione ben

nota: essa esprime la condizione necessaria e sufficiente affinchè il trinomio

$$udx + vdy + wdz$$

ammetta sempre un fattore integrante. La classe dei moti di fluido in cui l'enunciata proprietà si verifica è dunque compiutamente rappresentata dalle formole

$$u = \mu \frac{d\phi}{dx}, \qquad v = \mu \frac{d\phi}{dy}, \qquad w = \mu \frac{d\phi}{dz},$$

dove μ e ϕ sono due funzioni arbitrarie delle coordinate e del tempo.

Il secondo caso invece è quello nel quale le linee anzidette s'incontrano sempre e dovunque ad *angolo nullo*, vale a dire, in altri termini, coincidono fra loro in ogni istante ed in ogni punto dello spazio occupato dal fluido. Le condizioni analitiche di questa coincidenza sono

$$\text{(1)} \qquad \frac{p}{u} = \frac{q}{v} = \frac{r}{w},$$

ovvero

$$\text{(1)}_a \qquad qw - rv = 0, \qquad ru - pw = 0, \qquad pv - qu = 0,$$

delle quali ultime equazioni una è conseguenza delle altre due. Può questo secondo caso verificarsi effettivamente, ben inteso altrimenti che colle ipotesi

$$u = \frac{d\phi}{dx}, \quad v = \frac{d\phi}{dy}, \quad w = \frac{d\phi}{dz},$$

le quali annullando le tre quantità p, q, r, escludono l'esistenza di linee vorticali propriamente dette?

Incominciamo dal considerare una classe particolare di moti, quelli, cioè, in cui ogni molecola fluida si muove parallelamente ad un piano fisso, che supporremo essere quello delle xy. In tal caso si ha $w = 0$ e quindi

$$2p = -\frac{dv}{dz}, \quad 2q = \frac{du}{dz}, \quad 2r = \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy},$$

talchè le equazioni $(1)_a$ si riducono alle seguenti:

$$\frac{dv}{dx}-\frac{du}{dy}=0,\quad u\frac{du}{dz}+v\frac{dv}{dz}=0.$$

A queste si soddisfa ponendo

$$u=\frac{d\phi}{dx},\quad v=\frac{d\phi}{dy},\quad w=0, \tag{2}$$

dove ϕ è una funzione di x, y, z e t, soggetta alla condizione

$$\frac{d}{dz}\left[\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2+\left(\frac{d\phi}{dy}\right)^2\right]=0.$$

Una maniera particolare, ma sufficiente allo scopo nostro, di soddisfare a questa condizione è la seguente. Sia F una funzione arbitraria del binomio $x+iy$ e del tempo t, sia Z una funzione pure arbitraria, ma reale, di z e di t, e si ponga

$$\mathrm{F}e^{i\mathrm{Z}}=\phi+i\psi \tag{2_a}$$

cioè si denotino con ϕ e ψ la parte reale ed il coefficiente dell'unità immaginaria nello sviluppo dell'espressione scritta nel primo membro. La funzione ϕ soddisfa alla condizione dianzi trovata. Avendosi infatti

$$2\phi=\mathrm{F}e^{i\mathrm{Z}}+\mathrm{F}_1e^{-i\mathrm{Z}},$$

dove F_1 è la funzione coniugata di F, si ottiene

$$2\frac{d\phi}{dx}=\mathrm{F}'e^{i\mathrm{Z}}+\mathrm{F}_1'e^{-i\mathrm{Z}},$$

$$2\frac{d\phi}{dy}=i\mathrm{F}'e^{i\mathrm{Z}}-i\mathrm{F}_1'e^{-i\mathrm{Z}},$$

dove l'apice indica derivazione rispetto al binomio $x+iy$. Di qui risulta

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2+\left(\frac{d\phi}{dy}\right)^2=\mathrm{F}'\mathrm{F}_1',$$

e poichè il secondo membro dipende, per ipotesi, dalle sole variabili x, y e t, è chiaro che la derivazione ulteriore rispetto a z non può dare che un risultato nullo, come si richiedeva.

Si ottiene così, almeno nel caso del moto parallelo ad un piano fisso, una classe di moti reali, nei quali ha luogo la richiesta coincidenza delle linee di flusso colle vorticali. Si noti che ogni funzione ϕ, ottenuta col processo testè indicato, soddisfa all'equazione

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} = 0,$$

talchè la suddetta classe di moti conviene (2) ad un fluido incompressibile. Si noti ancora che, avendosi

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{d\psi}{dy}, \qquad \frac{d\phi}{dy} = -\frac{d\psi}{dx},$$

le equazioni differenziali delle linee di flusso diventano

$$d\psi = 0, \quad dz = 0, \quad dt = 0,$$

talchè queste linee, identiche alle vorticali, sono rappresentate dalle equazioni finite

$$(2)_b \qquad \psi = \text{Cost.}, \qquad z = \text{Cost.}, \qquad t = \text{Cost.}$$

Facciamo un esempio semplicissimo.

Prendendo

$$F = x + iy \qquad Z = -2Tz,$$

dove T è una funzione qualunque di t, si trova

$$Fe^{iZ} = (x + iy)\, e^{-2iTz},$$

donde

$$\phi = x \cos 2Tz + y \operatorname{sen} 2Tz, \qquad \psi = -x \operatorname{sen} 2Tz + y \cos 2Tz.$$

Si ottiene così la soluzione

$$u = \cos 2Tz, \qquad v = \operatorname{sen} 2Tz, \qquad w = 0,$$

nella quale la verificazione della proprietà richiesta è immediata, giacchè si trova

$$p = -T\cos 2Tz, \qquad q = -T\operatorname{sen} 2Tz, \qquad r = 0$$

e quindi

$$\frac{p}{u}=\frac{q}{v}=\frac{r\ (=0)}{w\ (=0)}=-\mathrm{T}.$$

Le linee di flusso e vorticali sono le rette

$$-x \operatorname{sen} 2\mathrm{T}z+y \cos 2\mathrm{T}z=\text{Cost.}, \qquad z=\text{Cost.}, \qquad t=\text{Cost.}$$

Questo esempio particolare conduce facilmente a trovarne un altro, pure spettante ad un fluido incompressibile, ma nel quale le molecole fluide non si muovono più parallelamente ad un piano. Se infatti si pone

$$\left\{\begin{array}{l} u=\mathrm{T}_2 \cos 2\mathrm{T}y+\mathrm{T}_3 \operatorname{sen} 2\mathrm{T}z, \\ v=\mathrm{T}_3 \cos 2\mathrm{T}z+\mathrm{T}_1 \operatorname{sen} 2\mathrm{T}x, \\ w=\mathrm{T}_1 \cos 2\mathrm{T}x+\mathrm{T}_2 \operatorname{sen} 2\mathrm{T}y, \end{array}\right.$$

dove T, T_1, T_2, T_3 sono quattro funzioni arbitrarie del tempo, si trova subito

$$\frac{p}{u}=\frac{q}{v}=\frac{r}{w}=\mathrm{T}.$$

Si può indicare un'altra classe di soluzioni, nelle quali il moto non è nè parallelo ad un piano, nè, in generale, spettante ad un fluido incompressibile.

Sia ϕ una funzione qualunque di x, y e t, e si ponga

$$u=-\frac{d\phi}{dy}, \quad v=\frac{d\phi}{dx},$$

lasciando per un momento indeterminata la terza componente w. Di qui si ricava

$$2p=\frac{dw}{dy}, \quad 2q=-\frac{dw}{dx} \quad 2r=\frac{d^2\phi}{dx^2}+\frac{d^2\phi}{dy^2}.$$

La terza delle equazioni $(1)_a$ diventa quindi

$$\frac{d\phi}{dx}\frac{dw}{dy}-\frac{d\phi}{dy}\frac{dw}{dx}=0$$

e mostra che w deve avere la forma

$$w=w(\phi, z, t),$$

donde risulta

$$\frac{2p}{u}=\frac{2q}{v}=-\frac{dw}{d\phi}.$$

L'eguaglianza dei due primi rapporti (1) col terzo è dunque espressa dall'equazione

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}+\frac{d^2\phi}{dy^2}+\frac{1}{2}\frac{d(w^2)}{d\phi}=0.$$

Ma, per essere ϕ una funzione indipendente da z, dev' essere anche, in virtù di questa stessa equazione,

$$\frac{d^2(w^2)}{d\phi dz}=0,$$

epperò w^2 non può avere che la forma

$$w^2=\mathrm{F}(\phi,t)+\mathrm{Z}(z,t),$$

mentre ϕ deve soddisfare all'equazione

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}+\frac{d^2\phi}{dy^2}+\frac{1}{2}\frac{d\mathrm{F}}{d\phi}=0,$$

Supponendo che ϕ ed F dipendano soltanto da $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ e da t, quest' equazione diventa

$$2\phi'(\rho\phi')'+\rho\mathrm{F}'=0,$$

dove l'apice indica derivazione rispetto a ρ. In queste ipotesi particolari le varie formole che precedono si possono riassumere così:

$$u=-\frac{d\phi}{dy},\quad v=\frac{d\phi}{dx},\quad \phi'(\rho\phi')'+\rho ww'=0,$$

$$\frac{2p}{u}=\frac{2q}{v}=\frac{2r}{w}=-\frac{w'}{\phi}=\frac{(\rho\phi')'}{\rho w}.$$

Se, per esempio, la componente del moto parallelamente al piano xy è quella dovuta ad una rotazione di velocità angolare costante Ω intorno all'asse delle z, si può porre

$$\phi=\frac{1}{2}\Omega\rho^2$$

e la relazione differenziale fra ϕ e w diventa

$$2\,\Omega^2\rho + w\,w' = 0\,,$$

donde, integrando,

$$2\,\Omega^2\rho^2 + w^2 = \mathrm{Z}\,(z, t).$$

Si ha dunque definitivamente

$$u = -\Omega y\,, \qquad v = \Omega x, \qquad w = \sqrt{\mathrm{Z} - 2\Omega^2\rho^2}$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = \mathrm{Z} - \Omega^2\rho^2,$$

$$\frac{p}{u} = \frac{q}{v} = \frac{r}{w} = \frac{\Omega}{\sqrt{\mathrm{Z} - 2\Omega^2\rho^2}}$$

e le linee di flusso sono date dalle equazioni

$$\rho = \text{Cost.}, \qquad \text{Arctg}\,\frac{y}{x} - \int\frac{\Omega dz}{\sqrt{\mathrm{Z} - 2\Omega^2\rho^2}} = \text{Cost.}, \qquad t = \text{Cost.}$$

Il moto definito da queste formole (che può essere limitato ad uno spazio cilindrico) non conviene ad un fluido incompressibile se non quando Z è indipendente da z: in questo caso le linee di flusso sono eliche, aventi per asse comune l'asse delle z.

Questi esempi bastano a stabilire l'esistenza d'un'estesa ed interessante classe di moti dei fluidi, che si possono (per un'ovvia analogia) denominare *moti elicoidali* e nei quali le linee di flusso coincidono in ogni istante ed in ogni punto colle linee vorticali. Le condizioni necessarie e sufficienti a definire questa classe di moti sono le equazioni (1), oppure le $(1)_a$; ma giova notare un'altra forma che si può dare facilmente a queste equazioni. La prima delle equazioni $(1)_a$, ossia la

$$\left(\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}\right) w - \left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right) v = 0\,,$$

può trascriversi infatti così

$$\frac{du}{dy}\,v + \frac{du}{dz}\,w = \frac{dv}{dx}\,v + \frac{dw}{dx}\,w\,,$$

e da quest'equazione si passa subito alla prima delle tre seguenti:

$$
(4)\qquad \begin{cases} u' = \dfrac{du}{dt} + \dfrac{1}{2}\dfrac{d(\omega^2)}{dx}, \\[2ex] v' = \dfrac{dv}{dt} + \dfrac{1}{2}\dfrac{d(\omega^2)}{dy}, \\[2ex] w' = \dfrac{dw}{dt} + \dfrac{1}{2}\dfrac{d(\omega^2)}{dz}, \end{cases}
$$

dove u', v' w', sono le derivate totali di u, v, w e dove per brevità si è posto

$$u^2 + v^2 + w^2 = \omega^2 .$$

Queste nuove equazioni, di cui una è conseguenza delle altre due, possono essere assunte come caratteristiche d' ogni moto elicoidale.

Ora, dalla nota forma delle equazioni del moto, per i fluidi perfetti, risulta che, se le forze esterne ammettono un potenziale, il trinomio

$$u'\,dx + v'\,dy + w'\,dz$$

è un differenziale esatto rispetto alle coordinate, cioè esiste un potenziale delle accelerazioni. Avendosi, dalle equazioni (4),

$$\frac{dw'}{dy} - \frac{dv'}{dz} = 2\frac{dp}{dt}, \quad \frac{du'}{dz} - \frac{dw'}{dx} = 2\frac{dq}{dt}, \quad \frac{dv'}{dx} - \frac{du'}{dy} = 2\frac{dr}{dt}$$

si riconosce subito che l' esistenza d' un tal potenziale delle accelerazioni non può conciliarsi coll' ipotesi d' un moto elicoidale se le quantità p, q, r non sono, in questo moto, indipendenti dal tempo. D' altronde, se si denota con μ il valor comune dei tre rapporti (1), cioè se si pone

$$(4)_a \qquad p = \mu u, \qquad q = \mu v, \qquad r = \mu w,$$

e se s' indicano con p_1, q_1, r_1 tre espressioni formate colle p, q, r nello stesso modo in cui queste sono formate colle u, v, w, si ottengono le relazioni

$$
\begin{aligned}
2p_1 &= 2\mu p + \frac{d\mu}{dy} w - \frac{d\mu}{dz} v, \\
2q_1 &= 2\mu q + \frac{d\mu}{dz} u - \frac{d\mu}{dx} w, \\
2r_1 &= 2\mu r + \frac{d\mu}{dx} v - \frac{d\mu}{dy} u,
\end{aligned}
$$

dalle quali segue

$$p p_1 + q q_1 + r r_1 = (p^2 + q^2 + r^2) \mu .$$

Quando dunque le quantità p, q, r, e quindi anche le p_1, q_1, r_1, sono indipendenti dal tempo, il fattore μ non può dipendere neppur esso da questa variabile, e per conseguenza $(4)_a$ anche le componenti di velocità non possono essere funzioni che delle coordinate. Si ottiene così il teorema seguente: *Quando esiste potenziale d'accelerazione, non si può verificare un moto elicoidale se questo moto non è anche stazionario.* Reciprocamente, dalle equazioni (4) risulta senz' altro che, per ogni moto elicoidale stazionario, esiste un potenziale delle accelerazioni, potenziale il cui valore è $= \frac{1}{2} \omega^2$.

Ammessa questa proprietà del moto elicoidale, le equazioni $(4)_a$, derivate ordinatamente rispetto ad x, y, z e sommate, danno, denotando con ε la densità,

$$\mu \varepsilon' - \mu' \varepsilon = 0 :$$

dunque *in ogni moto elicoidale stazionario il rapporto di μ ad ε si mantiene costante, per ciascuna molecola fluida, in tutto il corso del moto.*

Le equazioni (4) non sono che particolarizzazioni di tre altre, le quali sussistono incondizionatamente. Infatti se al secondo membro dell' eguaglianza

$$(a) \qquad u' = \frac{du}{dt} + \frac{du}{dx} u + \frac{du}{dy} v + \frac{du}{dz} w$$

si aggiunge e si toglie il binomio

$$\frac{dv}{dx} v + \frac{dw}{dx} w ,$$

si ottiene la prima delle eguaglianze seguenti:

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} u' &= \frac{du}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d(w^2)}{dx} + 2 q w - 2 r v , \\ v' &= \frac{dv}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d(w^2)}{dy} + 2 r u - 2 p w , \\ w' &= \frac{dw}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d(w^2)}{dz} + 2 p v - 2 q u \end{aligned} \right.$$

dalle quali risultano appunto le equazioni (4), quando si prescriva la proporzionalità (1).

Dalla stessa eguaglianza (a), aggiungendo e togliendo al secondo membro la quantità $s\,u$, dove

$$s = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz},$$

si deduce anche la prima delle altre eguaglianze seguenti:

$$(5)_a \quad \left\{ \begin{aligned} u' &= \frac{du}{dt} + \frac{d(u^2)}{dx} + \frac{d(uw)}{dy} + \frac{d(uw)}{dz} - s\,u, \\ v' &= \frac{dv}{dt} + \frac{d(vu)}{dx} + \frac{d(v^2)}{dy} + \frac{d(vw)}{dz} - s\,v, \\ w' &= \frac{dw}{dt} + \frac{d(wu)}{dx} + \frac{d(wv)}{dy} + \frac{d(w^2)}{dz} - s\,w, \end{aligned} \right.$$

ed il confronto di queste colle precedenti porge le seguenti identità:

$$(6) \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\left(u^2 - \frac{\omega^2}{2}\right)}{dx} + \frac{d(uv)}{dy} + \frac{d(uw)}{dz} = s\,u + 2\,q\,w - 2\,r\,v, \\ &\frac{d(vu)}{dx} + \frac{d\left(v^2 - \frac{\omega^2}{2}\right)}{dy} + \frac{d(vw)}{dz} = s\,v + 2\,r\,u - 2\,p\,w, \\ &\frac{d(wu)}{dx} + \frac{d(wv)}{dy} + \frac{d\left(w^2 - \frac{\omega^2}{2}\right)}{dz} = s\,w + 2\,p\,v - 2\,q\,u. \end{aligned} \right.$$

Quando esiste un potenziale di moto ϕ, si ha

$$s = \Delta_2 \phi, \qquad p = q = r = 0$$

e le relazioni precedenti riproducono le notissime formole di Maxwell.

Formole molto analoghe sussistono, come si vede, anche nel caso che il moto sia privo di potenziale ed appartenga invece alla classe dei moti elicoidali.

Prese nella loro generalità, le relazioni (6) riproducono quelle altre formole che Maxwell chiama *equazioni della forza elettromagnetica* (2ª Ed. del *Treatise*, T. II, Art. 643). Per istabilire la coincidenza delle equazioni (6) con quelle di Maxwell bisogna scrivere

$$\begin{array}{ccc} \alpha, \beta, \gamma & \text{al posto di} & u, v, w, \\ 2\pi u, 2\pi v, 2\pi w & \text{»} \quad \text{»} & p, q, r, \\ 4\pi m & \text{»} \quad \text{»} & s, \end{array}$$

dove α, β, γ sono, per Maxwell, le componenti della forza magnetica, u, v, w quelle dell'intensità specifica di corrente ed m è la densità della distribuzione newtoniana equivalente, in azione esterna, alla polarizzazione magnetica del mezzo.

ALCUNE ESPERIENZE SULL'OCCLUSIONE DELL'IDROGENO NEL NICHEL; NOTA DEL PROF. MANFREDO BELLATI E DEL DOTT. S. LUSSANA.

(Estr. dal Tomo VI, Ser. VI degli *Atti del R. Istituto Veneto di sc. lett. ed arti*).

Immergendo nell'acqua un cubetto di nichel, il quale per circa dodici ore avea servito da elettrodo negativo in un voltametro ad acqua, il Raoult [1]) osservò che, a poco a poco si svolgeva dell'idrogeno in tale quantità, che dopo due o tre giorni arrivava almeno a centosessantacinque volte il volume del nichel. Lo stesso cubetto gli potè servire anche per ulteriori esperienze, assorbendo sempre quantità considerevoli, e forse ancora maggiori, d'idrogeno; ma dopo cinque operazioni consecutive, il nichel andò in polvere. Analizzato il metallo, il Raoult si accertò che questo sviluppo d'idrogeno non si poteva attribuire a cause secondarie. Coperto poi uno dei cubetti con nichel compatto elet-

1) Raoult, *C. R.*, LXIX, p. 826, 1869.

trolitico, ed assoggettatolo come gli altri all'esperienza, non constatò alcuno sviluppo di idrogeno. Tuttavia, tenendo conto del fatto che il nichel conserva la polarizzazione elettrica più di ogni altro metallo, ad eccezione del palladio, il Raoult ritiene che anche il nichel compatto assorba idrogeno; ma che nel nichel poroso il fenomeno sia più spiccato a motivo della più grande superficie che esso presenta.

L'occlusione dell'idrogeno nel palladio ha dato argomento a ricerche interessanti di parecchi fisici, e ci parve che anche il fenomeno analogo nel nichel potesse meritare un qualche studio. Diamo qui conto di alcune esperienze preliminari, che in avvenire speriamo di poter completare.

Abbiamo sempre usato nichel in filo del diametro di 0,265 mm. Esso non era certo puro; nè forse si potrebbe sperimentare su fili di nichel puro, perchè sembra che questo non possa essere tirato alla filiera [1]). Il peso specifico fu trovato 8,880 a circa 25°. Usato come elettrodo negativo assorbe idrogeno in grande quantità, ma molto lentamente. Noi ce ne siamo assicurati disponendo uno di seguito all'altro due piccoli voltametri fra loro eguali e contenenti acqua leggermente acidulata: uno di essi aveva ambedue gli elettrodi di platino, e l'altro l'elettrodo negativo di nichel ed il positivo di platino. Il filo di nichel era saldato colle sue estremità a grossi fili di rame coperti di ceralacca ed era avvolto a guisa di spirale, in maniera da occupare nel voltametro un piccolo spazio. Misurando i volumi di idrogeno raccolti in due campanine graduate, abbiamo trovato, che dopo circa duecento ore l'idrogeno assorbito, ridotto alle condizioni normali, ha un volume eguale a circa cento volte quello del metallo. Pare dunque che la diffusione dell'idrogeno nella massa del nichel sia estremamente lenta.

Esposto il nichel in una campanina d'idrogeno secco raccolto sul mercurio, non abbiamo constatato sensibile assorbimento di gas nemmeno dopo un mese.

Il filo di nichel, il quale abbia pure assorbito grande quantità di idrogeno in un voltametro, non lo emette spontaneamente. Infatti introdotto del filo di nichel idrogenato in una piccola

1) Tomlinson, *Phil. Mag.* (5) XXV, p. 378.

campanella contenente aria posta su un bagno a mercurio, il volume del gas non cresce, anzi piuttosto diminuisce. Questa diminuzione dapprincipio è relativamente rapida, poi si fa più lenta; ma anche dopo quattro giorni non arriva al quarto del volume occupato dal nichel. Ciò probabilmente è dovuto ad una lenta ossidazione del metallo, perchè una diminuzione di volume dello stesso ordine di grandezza si ha del pari usando nichel non idrogenato ed accuratamente pulito.

Analogamente a ciò che avviene per il palladio, anche il nichel assorbendo idrogeno si allunga; ma questo allungamento è piccolissimo. Per constatarlo abbiamo teso un filo di nichel, fissandolo inferiormente ad un robusto telajo di ferro e superiormente all'estremità del braccio corto di una leva, che all'altro estremo portava un peso. L'asse di rotazione della leva appoggiava sullo stesso telajo di ferro, e portava un piccolo specchio. La lettura dell'allungamento si faceva con cannocchiale ed una scala disposta verticalmente a circa m. 2,78 dallo specchio. Cannocchiale e scala erano fissati su uno scanno di legno molto ben stagionato. Il filo di nichel per una lunghezza di m. 1,44 era circondato da un tubo di vetro contenente acqua pochissimo acidulata; e lungo la parete del tubo stesso era applicato un filo di platino per servire da elettrodo positivo, mentre il filo di nichel costituiva l'elettrodo negativo. Siccome, secondo Fizeau, il coefficiente di dilatazione lineare del nichel è assai vicino a quello del ferro, le variazioni di temperatura non dovevano avere sensibile influenza sulle letture fatte al cannocchiale. A diminuire tuttavia le variazioni di temperatura, l'apparecchio era disposto in una stanza a terreno, con le imposte sempre chiuse, dove, ad onta di sbalzi molto sensibili nella temperatura esterna, il termometro in undici giorni variò al massimo fra 20°,1 e 23°,25. Durante questo tempo il filo idrogenandosi andò progressivamente crescendo di lunghezza, dapprima più rapidamente, poi in modo mano a mano più lento, e raggiunta in capo ad undici giorni la stazionarietà, risultò che si era allungato di circa 0,000036 della lunghezza originaria. Questo valore tuttavia è alquanto eccessivo perchè sebbene il filo fosse stato assoggettato alla trazione per ventidue ore prima che si chiudesse il circuito del voltametro,

pure non era ancora cessato ogni fenomeno di elasticità susseguente.

Invertita la corrente in modo che sul filo di nichel si avesse sviluppo di ossigeno, esso continuò ad allungarsi e dopo qualche giorno si ruppe. Questo allungamento e la rottura successiva son dovuti all'ossidazione e al conseguente assottigliamento del filo.

Abbiamo infine studiata la variazione nella resistenza elettrica prodotta dall'occlusione dell'idrogeno in un filo di nichel. Perciò dentro ad un vaso immerso in un gran recipiente pieno d'acqua ed imbottito con molta bambagia, di maniera che la temperatura variava solo in modo assai lento, abbiamo disposto due spirali di filo di nichel, di resistenza pressochè uguale, una delle quali veniva poi assoggettata all'idrogenazione. Numerose determinazioni fatte col metodo del ponte di Wheatstone ci hanno fatto persuasi che la resistenza elettrica a temperatura ordinaria aumenta per il fatto dell'idrogenazione, ma che questo aumento è piccolissimo. Riferiamo qui i risultati di una série di esperienze fatte su di un filo di nichel che, alla temperatura di 22°,7 aveva la resistenza di 2,7500 U. S. Nella prima colonna è indicato il numero dei volumi d'idrogeno occluso nell'unità di volume del nichel e nella seconda la resistenza misurata a temperature assai prossime e ridotta a 22°,7.

Volumi di H	RESISTENZA		Differenze
	osservata	calcolata	
0	2,7500	—	—
15,03	2,7564	2,7568	+ 0,0004
36,64	2,7610	2.7603	— 0,0007
74.13	2,7660	2,7662	+ 0,0002
98,29	2,7699	2,7700	+ 0,0001

I numeri della terza colonna sono calcolati con la seguente formola

$$\Delta = 0{,}001626 + 0{,}00005739 \, . \, v \, ,$$

dove Δ rappresenta l'aumento dell'unità di resistenza corrispondente ad un numero di volumi v di idrogeno assorbito. Risulta dalla precedente equazione che, entro i limiti delle nostre espe-

rienze, la resistenza del nichel cresce proporzionalmente alla quantità di idrogeno assorbito, ma che però vi è un piccolo salto di circa 16/10000 intorno al valore $v = 0$. Può darsi che questa discontinuità nei primi momenti dell'assorbimento sia prodotta da modificazioni di struttura del nichel già incrudito per il passaggio alla filiera. Una simile discontinuità si presenta anche nel palladio assoggettato all'idrogenazione: solo che allora invece di un aumento di resistenza si ha una diminuzione [1]).

Conforme a ciò che avviene per le leghe, sembra che la variazione della resistenza al crescere della temperatura sia alquanto minore per il nichel idrogenato che per quello comune. Da alcune esperienze ci risulterebbe, che l'aumento dell'unità di resistenza del nichel che abbia assorbito circa 100 volumi di idrogeno, quando la temperatura cresce di un grado sia 0,00369 del valore iniziale; mentre lo stesso nichel non idrogenato aumenterebbe di 0,00371. Ma le nostre esperienze furono fatte entro limiti di temperatura troppo ristretti per poter garantire l'assoluta esattezza di questi numeri.

Dal complesso delle nostre esperienze risulta, che il nichel idrogenato si comporta come il palladio idrogenato, con la differenza per altro che nel nichel le variazioni sono assai meno notevoli, pur tenendo conto della minor quantità di idrogeno assorbito.

SULLE COPPIE A SELENIO; NOTA DI A. RIGHI.

(*Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*, 2°. Semestre 1888).

In una mia Memoria sulle forze elettromotrici del selenio [2]) dimostrai, che una coppia formata con due metalli e con selenio frapposto dà una forza elettromotrice, anche se è tenuta al-

1) C. G. Knott, *The electrical Resistance of. Hydrogenised Palladium*. Proc. R. S. Edinb. XII, p. 181.
2) V. Studi offerti dalla Università padovana alla bolognese nell' VIII centenario ec.

l'oscuro, mentre il sig. Kalischer [1]) aveva ottenuto da una simile coppia una corrente, solo mentre il selenio era illuminato. Ora, il detto autore ha fatto recentemente osservare [2]) che per essere sicuri che la luce non entri per nulla nella produzione di quella forza elettromotrice, sarebbe necessario che le coppie a selenio fossero costruite nell'oscurità, e sperimentate prima di essere esposte comunque alla luce. Le forze elettromotrici da me riscontrate nelle coppie all'oscuro, sarebbero dunque un effetto persistente di una precedente illuminazione.

Benchè non manchino seri motivi da addurre per mostrare quanto poco soddisfacente sia questa interpretazione dei miei risultati, mi limiterò a riferire, che ho ripetute testè le mie esperienze, costruendo le coppie e mettendole a prova senza che ricevessero la minima luce, e che anche in tal modo esse hanno mostrata la solita forza elettromotrice. Ecco come ho proceduto. Un disco d'ottone viene coperto in una delle sue faccie con selenio fuso, in modo da formarvi uno strato sottile, poi è portato nella stufa ad aria ove il selenio amorfo deve trasformarsi in selenio cristallino. La stufa è metallica e chiusa, ed inoltre si trova in una camera assolutamente buia. Trascorso il tempo necessario per la trasformazione del selenio, il disco è lasciato raffreddare entro la stufa, poi ne viene tolto onde adoperarlo a costruire la coppia, la quale si fa mettendo il disco sopra una rete di zinco o sopra una lastra dello stesso metallo. Stando sempre all'oscuro e guidandosi col tatto, si stabiliscono infine le comunicazioni cogli strumenti, posti in una camera attigua, per mezzo di fili isolati che passano attraverso la parete. Si constata così la esistenza di una forza elettromotrice che fa deviare l'ago dell'elettrometro, e spesso anche lo specchietto d'un galvanometro astatico di Thomson, se lo strato di selenio non offre troppa resistenza.

Dopo ciò ho illuminato il selenio attraverso la rete di zinco ed ho notato un aumento di forza elettromotrice; ma togliendo la luce, essa ha ripreso sensibilmente il valore primitivo. Ho pure nuovamente constatato l'effetto della compressione, che trovai già essere sempre inverso di quello della illuminazione, giacchè

1) *Id.* 1888, n. 10, p. 397.
2) *Wied. Ann.* 1887, n. 5, p. 101.

caricando di pesi il disco, ho visto diminuire la forza elettromotrice. Insomma, tutti i risultati che avevo avuti con coppie preparate alla luce diffusa, li ho ottenuti ora con coppie preparate nell' assenza completa d' ogni luce.

Analoghi risultati ho ottenuti fondendo il selenio fra due lastre di vetro e facendolo cristallizzare nella oscurità, in modo da avere delle lamine sottilissime di selenio cristallino. Una di queste laminette posta fra due lastre di metalli diversi, o fra una lastra ed una rete metallica, forma una coppia, che ha una forza elettromotrice distinta, anche prima di ricevere qualsiasi luce. In questo caso è tolto il dubbio che l' effetto osservato sia dovuto alla formazione di qualche seleniuro.

SUL CALCOLO DEL COEFFICIENTE MAGNETOMETRICO PER I MAGNETOMETRI COSTRUTTI SECONDO IL METODO GAUSS MODIFICATO DA LAMONT; NOTA DI CIRO CHISTONI.

(*Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino.* Vol. XXIV, 1889).

È noto che per i magnetometri, costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont, tali che portino l' asta, sulla quale si colloca il magnete delle oscillazioni, quando viene usato come magnete deviatore, così che la direzione di questa stia in un piano verticale perpendicolare al piano verticale, che passa per l' asse magnetico del magnetino delle deviazioni, la formola che dà il rapporto fra la componente orizzontale H del magnetismo terrestre ed il momento magnetico M a 0° di temperatura dell' ago delle oscillazioni è dato dalla formola:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{M}} = \frac{2(1-a\tau)(1-h\mathrm{H}\operatorname{sen}\phi)}{\mathrm{R}^3(1+3\beta\tau)\operatorname{sen}\phi}\Big(1 &+ \frac{p}{\mathrm{R}^2(1+2\beta\tau)} \\ &+ \frac{q}{\mathrm{R}^4(1+4\beta\tau)} + \ldots\ldots\Big) \end{aligned} \right.$$

nella quale ϕ è la deviazione dell' asse magnetico del magnete sospeso, dal meridiano magnetico, quando questo magnete si trovi

sotto l'azione dell'ago delle oscillazioni alla distanza R; a ed h sono rispettivamente i coefficienti di temperatura e di induzione dell'ago delle oscillazioni; τ la temperatura dell'asta metrica e dell'ago delle oscillazioni e β è il coefficiente di dilatazione lineare della sbarra sulla quale si misurano le distanze R. Questa sbarra in generale è di ottone, per la qualcosa $\beta = 0{,}000018$.

p, q ecc. sono coefficienti, che dipendono dalle dimensioni dei due magneti, che si adoprano per la misura delle deviazioni e dalla distribuzione del magnetismo in essi.

Tanto il Lamont [1]) quanto il Lloyd [2]) con considerazioni teoriche, ottennero così espressi i valori di p e di q

$$p = 0{,}1806\,(2\,l^2 - 3\,l_1^2)$$

$$q = 0{,}0326\left(3\,l^4 - 15\,l^2 l_1^2 + \frac{45}{8}\,l_1^4\right),$$

nelle quali l è la lunghezza del magnete deviatore, ossia delle oscillazioni ed l_1 è la lunghezza del magnetino deviato. I valori di p e di q, che si deducono praticamente, corrispondono con una certa approssimazione ai valori teorici; per la qualcosa si può concludere che se si arriva a dare ai due magneti lunghezze tali che

$$3\,l^4 - 15\,l^2 l_1^2 + \frac{45}{8}\,l_1^4 = 0, \tag{2}$$

la formola (1) si ridurrà alla più semplice:

$$\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{M}} = \frac{2\,(1 - a\tau)\,(1 - h\,\mathrm{H}\,\mathrm{sen}\,\phi)}{\mathrm{R}^3\,(1 + 3\,\beta\,\tau)\,\mathrm{sen}\,\phi}\left(1 + \frac{p}{\mathrm{R}^2\,(1 + 2\,\beta\,\tau)}\right). \tag{3}$$

Dalla (2), posto $l = 1$, e sapendo che in pratica è $l > l_1$ risulta $l_1 = 0{,}47$.

Generalmente i magnetometri che ora sono in uso in Italia soddisfano a questa condizione, con sufficiente approssimazione, cosichè a questi è applicabile la (3).

1) *Handbuch des Erdmagnetismus und Handbuch des Magnetismus.*

2) *On the det. of the Intens. etc.* (*Tran. of the Irish. Acad.* vol. XXI). — Per i coefficienti si abbia speciale riguardo alla Memoria dello Schneebeli: *Beitrage zur Kenntniss des Stabmagnetismus* (*Pogg. Ergänzungsbd.* VI, S. 14).

Chiamo il p della (3) col nome di *coefficiente magnetometrico*.

Per avere p non sarebbe prudente di calcolarlo colla formola teorica; ed in pratica difatti si deduce p nel seguente modo. Si fanno misure di deviazioni a due distanze R_1 ed R_2, ottenendo così le deviazioni ϕ_1 e ϕ_2 alle temperature τ_1 e τ_2; posto

$$\frac{2(1-a\tau_1)(1-h\,H\,\mathrm{sen}\,\phi_1)}{R_1^3(1+3\beta\tau_1)\,\mathrm{sen}\,\phi} = A_1\,,\quad \frac{2(1-a\tau_2)(1-h\,H\,\mathrm{sen}\,\phi_2)}{R_2^3(1+3\beta\tau_2)\,\mathrm{sen}\,\phi_2} = A_2$$

ed ammesso che H non varii durante le esperienze, si giunge facilmente alla seguente formola:

$$(4)\qquad p = \frac{A_1 - A_2}{\dfrac{A_2}{R_2^2(1+2\beta\tau_2)} - \dfrac{A_1}{R_1^2(1+2\beta\tau_1)}}\,.$$

Siccome il valore di p si deduce sempre da una lunga serie di osservazioni, così l'uso di questa formola riesce faticoso; e perciò si è cercato di ridurla ad una espressione più facilmente calcolabile. A Greenwich difatti, è da molti anni che si calcola il valore di p colla formola più semplice

$$(5)\qquad p = \mathrm{cost.}\,(1+2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)\,,$$

che si deduce con facilità dalla (4) ridotta alla forma

$$(6)\qquad p = \frac{\left(\dfrac{A_1}{A_2} - 1\right) R_1^2(1+2\beta\tau_1)}{\dfrac{R_1^2(1+2\beta\tau_1)}{R_2^2(1+2\beta\tau_2)} - \dfrac{A_1}{A_2}}$$

Difatti se sviluppiamo in serie $\frac{A_1}{A_2}$ otteniamo:

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{nat}\frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2}\log^2_{nat}\frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{1.2.3}\log^3_{nat}\frac{A_1}{A_2} + \ldots$$

E poichè $\frac{A_1}{A_2}$ difficilmente può raggiungere il valore 0,988, così, prescindendo dal segno, il valore di $\frac{1}{2}\log^2_{nat}\frac{A_1}{A_2}$ può esse-

re al massimo 0,00007 quantità trascurabile rispetto ad 1; e perciò più brevemente si può ritenere

$$\frac{A_1}{A_2} = 1 + \log_{nat} \frac{A_1}{A_2},$$

che posto nella (6) dà

$$(7)\ p = -\frac{R_1^2 (1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)}{(\log A_2 - \log A_1) + \left\{ \frac{R_1^2}{R_2^2} \left[1 + 2\beta(\tau_1 - \tau_2) \right] - 1 \right\} \log e}$$

Se al denominatore di questa frazione si pone

$$(\log. A_2 - \log A_1) = 0$$

la (7) si riduce alla (5), come vedremo.

In questo lavoro mi propongo di esaminare quale sia l'approssimazione da raggiungersi nei termini della frazione che esprime p, per le misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre, che da anni si fanno in Italia, se sia lecito di ritenere $(\log. A_2 - \log. A_1) = 0$ al denominatore, e se il numeratore sia riducibile a forma più semplice.

Nelle misure della componente orizzontale H del magnetismo terrestre, che si fanno in viaggio, si richiede l'approssimazione

$$\frac{dH}{H} = \pm 0{,}0005.$$

Quando le misure delle deviazioni si facciano alla distanza R, è noto che l'approssimazione di p va calcolata colla

$$dp = \pm 2 R^2 \frac{dH}{H};$$

per la qualcosa, se R_1 è la minima distanza che si adotta in un sistema di misure, la approssimazione massima richiesta in p sarà espressa dalla

$$dp = \pm 2 R_1^2 \frac{dH}{H} = \pm 0{,}001 R_1^2.$$

Posto

$$N = R_1^2 (1 + 2\beta \tau_1) (\log A_2 - \log A_1)$$

$$D = (\log A_2 - \log A_1) + \left\{ \frac{R_1^2}{R_2^2} \left[1 + 2\beta (\tau_1 - \tau_2) \right] - 1 \right\} \log e,$$

si ottiene:

$$p = -\frac{N}{D},$$

$$d\,D = \pm\, 0{,}001 \frac{D^2}{\log A_2 - \log A_1} \;^{1)}$$

$$d\,N = \pm\, 0{,}001\, D\, R_1^2.$$

In pratica si assumono sempre i valori di R_1 e di R_2 per modo che $R_2 = 1{,}3\, R_1$ circa; cosichè il valore di $\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1 \right) \log e$ è di circa $-0{,}18$. Il valore di $(\log A_2 - \log A_1)$, ben difficilmente raggiunge 0,005, e per conseguenza la massima approssimazione richiesta in D sarà

$$d\,D = \pm\, 0{,}006.$$

Perciò in generale al denominatore della (7) si potrà trascurare $(\log A_2 - \log. A_1)$. Di più, siccome il valore di $(\tau_1 - \tau_2)$ ben difficilmente raggiunge l'unità, così il fattore di correzione $[1 + 2\beta (\tau_1 - \tau_2)]$ sarà sempre trascurabile. E sarebbe trascurabile anche se fosse $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 6$; nel qual caso però dovrebbero senz'altro essere rigettate le osservazioni, perchè se durante il tempo (venti minuti circa per una persona pratica, non più di un'ora per un principiante) nel quale si fanno le due osservazioni di deviazioni, avvenisse una variazione di temperatura di anche soli tre o quattro gradi, non sarebbe possibile che l'asta metrica ed il magnete deviatore seguissero tale variazione di temperatura nemmeno coll'approssimazione di un grado.

1) Il fattore $(1 + 2\beta \tau_1)$ che moltiplicherebbe $(\log A_2 - \log A_1)$ può ritenersi uguale ad 1, senza errore sensibile, come vedremo.

Perciò la espressione di D può essere così ridotta [1]):

$$D = \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right) \log. e ,$$

e per conseguenza, per quanto si disse, il valore di D è circa — 0,18.

L' espressione generale di N, quando pel momento si trascuri il fattore di correzione $(1 + 2\beta\tau_1)$ può essere così ridotta:

$$N = R_1^2 \left\{ \begin{array}{l} \log[1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log[1 + h\,H\,(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)] \\ \quad + \log[1 + 3\beta(\tau_1 - \tau_2)] + \log \frac{R_1^3}{R_2^3} + \log \frac{\text{sen}\,\phi_1}{\text{sen}\,\phi_2} \end{array} \right.$$

Attribuendo successivamente ad R_1 uno dei minimi valori che si assumono praticamente, p. e. ponendo $R_1 = 23$ [2]) ed uno dei maggiori p. e. $R_1 = 30$, nel primo caso avremo

$$d\,N = \pm 0{,}09,$$

e nel secondo

$$d\,N = \pm 0{,}16.$$

Cominciando dal primo termine del polinomio esprimente N, ammettiamo che il coefficiente a non possa mai superare 0,0006 [3]).

1) La (7) quindi diventa

$$p = -\frac{R_1^2 (1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right) \log e}$$

e poichè in una serie di osservazioni sono costanti R_1 ed R_2 essa può ridursi alla

$$p = \text{cost}\,(1 + 2\beta\tau_1)(\log A_2 - \log A_1)$$

che è poi la (5) della quale si fa uso a Greenwich.

2) Credo inutile di ricordare che le unità fondamentali di misura adottate, sono il centimetro, il grammo, ed il secondo di tempo medio.

3) Un magnete che avesse il coefficiente di temperatura maggiore di 0,0006 non sarebbe da rigettarsi, ma dovrebbe essere usato con moltissime precauzioni. Quando un magnete avesse il coefficiente di temperatura uguale a 0,0008 dovrebbe già essere rigettato.

I magneti che generalmente s' adoprano in Italia (p. es. all' Ufficio Centrale di Meteorologia; all' Osservatorio di Napoli; all' Osservatorio di Piacenza; all' Istituto Fisico di Torino e all' Istituto Fisico di Modena) sono a collimatore ed escono dalle officine inglesi del Dover o dell' Elliot. Il coefficiente di temperatura di questi magneti raggiunge difficilmente il valore 0,0005. Di otto di questi magneti da me studiati, il maggiore coefficiente di temperatura che trovai fu 0,000541.

In questo caso, perchè il primo termine fosse trascurabile dovrebbe essere

$$0{,}0006\,(\tau_1 - \tau_2) < \pm 0{,}00040 \text{ per } R_1 = 23$$

$$0{,}0006\,(\tau_1 - \tau_2) < \pm 0{,}00042 \text{ per } R_1 = 30$$

ossia dovrebbe essere $(\tau_1 - \tau_2) \leqq \pm 0{,}7$.

E supposto $a = 0{,}0003$, vale a dire, dando ad a, uno dei più piccoli valori che si incontrano in pratica, il primo termine sarebbe trascurabile solo per $(\tau_1 - \tau_2) \overline{\overline{<}} \pm 1^\circ{,}4$.

Sarà perciò prudente il ritenere sempre nella formola (7) il primo termine del polinomio esprimente N; ed in ogni modo converrà studiare ogni singolo caso che si presenti, prima di dichiarare che esso non influisca sul risultato finale di p.

Per studiare l'influenza del secondo termine

$$R_1^2 \log\,[1 + h\,H\,(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)]$$

poniamo in esso uno dei più grandi valori che possa avere h, p. e. 0,015: poniamo $H = 0{,}27$ valore massimo che si possa verificare in Italia; e come generalmente s'incontra in pratica poniamo $(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2) = 0{,}1$. Allora questo termine per $R_1 = 23$ diverrà 0,089 e per $R_1 = 30$ diverrà 0,153; quindi in generale questo termine può essere trascurato.

Il terzo termine $R_1^2 \log\,[1 + 3\beta\,(\tau_1 - \tau_2)]$ è sempre trascurabile. Poniamo infatti $\beta = 0{,}000018$; poniano per $(\tau_1 - \tau_2)$ la variazione di temperatura massima tollerabile durante le esperienze, ossia $(\tau_1 - \tau_2) = \pm 3^\circ$ e poniamo $R_1 = 30$; allora il valore di questo termine diverrebbe $\pm 0{,}04$. Esso dunque è sempre trascurabile.

Nè è a credersi che quando il terzo termine sia positivo [1]) come lo è costantemente il secondo, ossia quando $(\tau_1 - \tau_2)$ sia

1) Quando $3\beta\,(\tau_1 - \tau_2)$ è positivo, anche $\log\,[1 + 3\beta\,(\tau_1 - \tau_2)]$ è positivo; quando invece il primo è negativo, anche il secondo è negativo, perchè, nel primo caso $[1 + 3\beta\,(\tau_1 - \tau_2)]$ è compreso fra 1 e 2; nel secondo è compreso fra 0 ed 1.

Il secondo termine è sempre positivo, perchè $(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)$ è positivo h ed H sono positivi e perciò

$$[1 + h\,H\,(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)] > 1.$$

positivo, la somma del secondo e del terzo termine possa alterare in generale l'approssimazione richiesta in N; poichè bisogna tenere presente che qui abbiamo considerato per questi due termini dei casi limiti, che ben difficilmente si avverano in pratica, perchè in generale si avrà $h < 0{,}01$; $H < 0{,}27$; $(\tau_1 - \tau_2) < 2°$. Tuttavia quando all'atto pratico si manifesti che ambedue i termini si avvicinano a questi casi estremi, sarà bene ritenere nella formola (7) il secondo termine, e trascurare il terzo, come quello che ha minore importanza.

Verifichiamo da ultimo l'influenza del coefficiente $(1 + 2\beta_1\tau)$, che moltiplica R_1^2, sul valore di N.

Il valore di $(\log A_2 - \log A_1)$ è difficilmente superiore a 0,005; poniamo pure, ciò che non si avvererà mai che sia uguale a 0,01. Allora il numeratore della frazione (7) ossia N, diverrà

$$0{,}01\, R_2^2 + 0{,}00000036\, R_1^2\, \tau_1 .$$

Per $R_1 = 23$ il secondo termine di questo binomio, posto anche $\tau_1 = 45°$ diverrebbe 0,009; e per $R_1 = 30$ diverrebbe 0,015. Per conseguenza il fattore $(1 + 2\beta\tau_1)$ può essere ritenuto, senza errore sensibile uguale ad uno.

Dopo queste considerazioni, ammesso anche, per tenerci sulle generali, di non dovere trascurare il secondo termine di N, è lecito di dare all'espressione di p la forma

$$(8)\quad p = -\frac{R_1^2 \left\{ \log[1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log[1 + hH(\operatorname{sen}\phi_1 - \operatorname{sen}\phi_2)] + \log\frac{R_1^3}{R_2^3} + \log\frac{\operatorname{sen}\phi_1}{\operatorname{sen}\phi_2} \right\}}{\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} - 1\right)\log e} = -\frac{N}{D}$$

Per verificare quale precisione si richieda nei valori di R_1, R_2, ϕ_1 e ϕ_2 che entrano nella (8) affine di avere

$$dp = \pm 2 R_1^2 \frac{dH}{H} = \pm 0{,}001\, R_1^2 ,$$

ossia per avere

$$d\mathrm{D} = \pm 0{,}006$$

e

$$d\mathrm{N} = \pm 0{,}09 \qquad \text{per } R_1 = 23$$
$$d\mathrm{N} = \pm 0{,}16 \qquad \text{per } R_1 = 30$$

cominciamo dall' esaminare quale sia l' approssimazione richiesta in R_1 ed R_2 considerati come facenti parte del denominatore della frazione esprimente p. Ritenendo, come si disse, che

$$R_2 = 1{,}3\,R_1$$

si avrà:

$$dR_1 = \pm 1{,}512\,R_2\,dD$$
$$dR_2 = \pm 1{,}965\,R_2\,dD.$$

E poichè uno dei minimi valori che si attribuisca ad R_2 è 30, così avremo:

$$dR_1 = \pm 0{,}27$$
$$dR_2 = \pm 0{,}35.$$

É evidente che una tale approssimazione è così grossolana, che ci esonera da qualunque preoccupazione.

Consideriamo ora R_1^2 del numeratore. In pratica si verifica bene difficilmente che il polinomio che moltiplica R_1^2 abbia un valore maggiore di 0,005. Per maggiore sicurezza poniamo che esso possa giungere al valore 0,01; avremo allora

$$dR_1 = \pm \frac{dN}{0{,}02\,R_1},$$

ossia

$$\text{per } R_1 = 23 \qquad dR_1 = \pm 0{,}19$$
$$\text{per } R_1 = 30 \qquad dR_1 = \pm 0{,}27.$$

Nemmeno in questo primo fattore del numeratore quindi c'è pericolo di commettere tale errore che possa influire sulla precisione che si richiede in p.

Verifichiamo finalmente quale debba essere l'approssimazione da raggiungersi in R_1 ed in R_2 per quanto essi entrano a formare il rapporto $R_1^3 : R_2^3$.

Abbiamo

$$dR_1 = \pm \frac{dN}{3R_1 \log e}$$

$$dR_2 = \pm \frac{R_2}{3R_1^2 \log e}\,dN.$$

Ritenuto sempre $R_2 = 1{,}3R_1$ consegue

$$dR_1 = \pm 0{,}0030 \qquad dR_2 = \pm 0{,}0039 \qquad \text{per } R_1 = 23$$
$$dR_1 = \pm 0{,}0041 \qquad dR_2 = \pm 0{,}0053 \qquad \text{per } R_1 = 30\,.$$

In qualunque magnetometro, per quanto poco studiato, è presumibile che le lunghezze R_1 ed R_2 si conoscano, in valore assoluto, con maggiori approssimazioni di quelle qui sopra indicate.

Dunque possiamo concludere che non è difficile avere per R_1 e per R_2 dei valori tanto precisi, i quali permettano di calcolare p colla voluta approssimazione.

Studiamo ora quale sia la precisione che si dovrebbe raggiungere in ϕ_1 ed in ϕ_2, considerati però solo nel rapporto sen $\phi_1 : \phi_2$ [1]),

L'approssimazione richiesta in ϕ_1 ed in ϕ_2 è data dalle

$$d\phi_1 = \pm \frac{\text{tang}\,\phi_1}{R_1^3 \log e}\, dN \qquad d\phi_2 = \pm \frac{\text{tang}\,\phi_2}{R_1^3 \log e}\, dN\,,$$

ossia in generale

$$d\phi = \pm \frac{\text{tang}\,\phi}{R_1^3 \log e}\, dN\,.$$

Nei magnetometri generalmente in uso, il circolo orizzontale non permette di apprezzare oltre i 10″. Aggiungasi a ciò le variazioni della declinazione che succedono durante l'osservazione delle deviazioni, delle quali non si può tener calcolo da chi è privo d'istrumenti di variazione (e perciò da chiunque lavori in campagna); gli errori inevitabili di puntata, ecc. e non si andrà esagerati ammettendo, che chi lavora in campagna non può ottenere in ϕ una precisione maggiore di 20″ [2]).

1) Non vale certo la pena di studiare l'approssimazione che occorre in (senϕ_1—senϕ_2) fattore del prodotto hH (senϕ_1 — senϕ_2), perchè da quanto si disse, quando anche non sia il caso di trascurare il termine

$$\log\,[1 + hH\,(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)]$$

l'approssimazione che si richiede in (sen ϕ_1 — sen ϕ_2) è sempre grossolana.

2) Solo alcuni magnetometri dell' Edelmann, per quanto sappia, hanno il circolo orizzontale munito da microscopii micrometrici che dànno 2″; ma una tale costruzione è errata, perchè anche nelle stazioni fisse dotate di strumenti di variazione, dove quindi si può ridurre il valore di ϕ ad un dato istante, non è presumibile di avere ϕ con precisione maggiore di 10″.

Perciò uno strumento che abbia il circolo orizzontale, tale da dare 2″, oltre che es-

Dall'ultima relazione si deduce che affinchè $d\phi$ non superi 20″, conviene che si abbia

$$\text{per } R_1 = 23 \qquad \phi \geqq 14°,0$$
$$\text{per } R_2 = 30 \qquad \phi \geqq 13°,5\,.$$

Nei paesi del Nord dove la componente orizzontale del magnetismo terrestre ha piccolo valore, non è difficile di ottenere per ϕ_1 un valore che superi i due limiti qui sopra segnati; ma per ϕ_2 in generale si ottiene anche in quei paesi un valore minore di questi due limiti. Ad esempio a Pietroburgo con un magnetometro del modello di Wild, munito di due eccellenti magneti, si ottengono all'incirca i seguenti valori:

$$\text{per } R_1 = 23 \qquad \phi_1 = 24°,5$$
$$\text{per } R_2 = 30 \qquad \phi_2 = 10°,7\,.$$

Ora se è difficile, per non dire impossibile, di ottenere a latitudini tanto alte un valore di ϕ_2 che raggiunga 14°, in Italia si avrà difficoltà anche ad avere ϕ_1 che raggiunga 14°.

Difatti basterà citare questi due esempi: col magnetometro Elliott n. 122, di proprietà dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, esaminato e studiato all'Osservatorio magnetico di Kew, in Italia si ottennero all'incirca i seguenti valori:

$$\text{per } R_1 = 30 \qquad \phi_1 = 10°$$
$$\text{per } R_2 = 40 \qquad \phi_2 = 4°\,.$$

Col magnetometro Elliot N° 35 di proprietà del Collegio Alberoni di Piacenza che fu pure studiato all'osservatorio di Kew, e che nello scorso anno 1888 mi venne consegnato con preghiera di ristudiarlo e di ridurlo alle unità metriche, ottenni:

$$\text{per } R_1 = 27,4 \qquad \phi_1 = 12°,5$$
$$\text{per } R_2 = 36,5 \qquad \phi_2 = 5°,2$$

Si noti poi che per altre circostanze riguardanti l'approssi-

sere di imbarazzo per il trasporto, è anche causa di perditempo per le letture, senza per questo arrecare maggiore precisione di quella che dànno i magnetometri adottati generalmente.

mazione, che si deve ottenere in H_x è necessario che ϕ raggiunga un certo valore [1]).

Era quindi una questione importantissima quella di avere dei magneti, per mezzo dei quali anche in Italia si potessero ottenere dei valori considerevoli di ϕ.

Affidata la cosa alla Casa Elliot, questa riescì a costruire dei magneti (la lunghezza maggiore dei quali è di 10 centimetri) i quali applicati ad un magnetometro costruito dallo Schneider dietro mie indicazioni [2]) ed usati ad Aosta diedero

$$\text{per } R_1 = 30 \qquad \phi_1 = 20°,2$$
$$\text{per } R_2 = 40 \qquad \phi_2 = 8°,3$$

usati a Campobasso

$$\text{per } R_1 = 30 \qquad \phi_1 = 17°,9$$
$$\text{per } R_2 = 40 \qquad \phi_2 = 7°,3.$$

Credo che in Italia sia difficile di ottenere dei valori di ϕ_2 maggiori di questi. Poichè non è a credersi che si possa aumentare di molto ϕ_2 prendendo un magnete delle oscillazioni più lungo di 10 centimetri, perchè in questo caso per avere nella formola esprimente $H:M$ il solo coefficiente p della serie

$$1 + \frac{p}{R^2} + \frac{q}{R^4} + \text{ecc.}$$

converrebbe aumentare proporzionalmente anche la lunghezza del magnetino delle deviazioni il quale acquistando così maggiore momento magnetico, sia per l'aumento della lunghezza, della

1) Discutendo la formola esprimente H, la quale può essere messa sotto questa forma

$$H = \sqrt{\frac{Z}{\operatorname{sen} \phi}}$$

nella quale Z è funzione di parecchie variabili, si deduce con facilità che il valore di ϕ del sen ϕ qui indicato conviene che non sia minore di 6°, affine di ottenere $\frac{dH}{H} = \pm 0{,}005$ quando la maggiore approssimazione che si possa avere in ϕ sia $d\phi = \pm 20''$. Per la qual cosa sarà sempre bene d'avere dei magneti tali per i quali si ottenga ϕ_2 (che è il minore dei due ϕ) maggiore di 6°.

2) Di questo magnetometro non venne ancora pubblicata la descrizione. Un cenno si troverà nella mia Memoria: *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre fatte nell'anno 1887;* pubblicata negli annali della Meteorologia, vol. VIII, parte I.

sbarra che per l'aumento d'intensità dei due poli, per essere deviato di un dato angolo dal meridiano magnetico esigerebbe una coppia maggiore di quella che basterebbe per deviare dello stesso angolo un magnete di minor lunghezza. E dato anche che si potesse raggiungere lo scopo prendendo per magnete delle oscillazioni un magnete assai lungo, si andrebbe incontro ad un altro grave inconveniente, a quello cioè di dovere servirsi di un magnetometro colossale, il quale oltre ad avere un prezzo assai elevato sarebbe disadatto per le misure in campagna. Potrebbe anche sembrare che si possa ottenere lo scopo col ridurre convenientemente le distanze R_1 ed R_2; ma allora si va facilmente incontro a molti altri inconvenienti, che è bene evitare.

In conclusione adunque se col nuovo magnetometro i due angoli ϕ hanno tale valore da soddisfare alle condizioni volute dall'angolo ϕ, che sta nel sen ϕ della formola

$$H = \sqrt{\frac{Z}{\operatorname{sen}\phi}}$$

il valore di ϕ_2 non soddisfa ancora alle esigenze del ϕ_2 che entra nella formola esprimente p.

E più che i punti nei quali si faranno le osservazioni andranno accostandosi all'equatore magnetico, tanto più aumenterà questo inconveniente [1]). Così, ad esempio, se il Governo italiano volesse fare eseguire delle misure magnetiche nelle regioni di Massaua e di Assab, allora si otterrebbe il massimo d'incertezza nel valore di ϕ_2.

Dando a ϕ il valore di 7°; e posto $R_1 = 30$ si avrebbe $d\phi = \pm 10''$, approssimazione che in viaggio è impossibile ottenere.

A questa incertezza si supplisce facendo un grande numero di osservazioni; si deducono per conseguenza molti valori di p, e si prende per valore di p da introdurre nella formola espri-

1) Qui si potrebbe apparentemente fare un grave appunto al sistema di osservazioni adottato in Italia e dire: Se col metodo del Gauss modificato dal Lamont non è possibile di ottenere dei dati colla voluta approssimazione per calcolare p, perchè non lo si abbandona e si adotta un altro metodo? — A questa obbiezione è ovvio rispondere perchè dato le nostre cognizioni attuali per ciò che riguarda la misura di H, non si ha un metodo migliore di quello di Gauss modificato dal Lamont. Forse si potrebbe supplire col magnetometro bifilare, ma questo sarebbe affatto disadatto per le misure in campagna.

mente H, la media di tutti questi valori. E questo metodo dà sempre buoni risultati; così ad esempio col magnetometro suddetto da una serie di misure fatte nel giugno e nel luglio 1887 ottenni per media

$$p = 22{,}04$$

Da una seconda serie fatta nel settembre 1887

$$p = 22{,}27$$

da una terza serie fatta nel luglio ed agosto 1888

$$p = 22{,}30\,.$$

Ed essendo $R_1 = 30$ consegue

$$dp = \pm 0{,}001\,R_1^2 = \pm 0{,}9\,.$$

Ora i tre suesposti valori di p differiscono fra di loro molto meno di 0,9 perciò è logico di ritenere che la media di ogni serie di osservazioni ha dato per p un valore sufficientemente approssimato.

Siccome poi il valore di p varia col momento magnetico dei due aghi (il quale può variare per uno stesso ago col tempo anche lasciando tranquillo l'ago, può variare sensibilmente in conseguenza di qualche urto, e varia colla temperatura), così p può variare sensibilmente col variare la temperatura degli aghi [1]). E perciò non sarà mai abbastanza raccomandato il metodo delle misure da me sempre seguito; vale a dire quando si debbano stabilire i punti nei quali si abbiano da fare delle misure magnetiche, conviene sceglierli per modo che in quella data stagione abbiano pressochè uguale clima, e si deve sempre per ogni serie di misure calcolare il coefficiente p; e mai fidarsi del valore di p dedotto da precedenti serie di misure.

Così ad esempio nel 1885 con un magnetometro diverso da quello ora citato feci quattro serie di misure; tre di queste (la prima, la seconda e la quarta) in pianura, una (la terza) in re-

1) In taluni magnetometri p non varia sensibilmente colla temperatura, in tali altri sì; ma in questo caso perchè la variazione sia sensibile, occorre in generale che la temperatura varii almeno di 10°.

gioni alpine; e mentre dalle tre serie fatte in pianura ottenni per p i seguenti valori:

$$23{,}72 \qquad 23{,}38 \qquad 23{,}29$$

per la terza serie fatta in regioni fredde ottenni:

$$p = 22{,}47$$

Quando per una eventualità qualunque si sia costretti a fare in breve tempo delle misure parte in regioni fredde e parte in regioni calde, sarà prudente di dividere in due la serie di osservazioni, e calcolare p da una parte per quei punti nei quali la temperatura era alta, e dall'altra parte per quei punti nella quale la temperatura era bassa.

Per rendere più facile il calcolo di p per mezzo della (8), basta considerare, che nei casi pratici $(\tau_1 - \tau_2)$ varia di pochissimo in una serie di misure; e che quando pure si abbia da tenere calcolo di $\log [1 + h\,\mathrm{H}\,(\mathrm{sen}\,\phi_1 - \mathrm{sen}\,\phi_2)]$ il valore di $(\mathrm{sen}\,\phi_1 - \mathrm{sen}\,\phi_2)$ varia di pochissimo; e che per conseguenza basterà fare la media di $(\tau_1 - \tau_2)$ e di $(\mathrm{sen}\,\phi_1 - \mathrm{sen}\,\phi_2)$ ed introdurre come costanti questi valori nella (8).

Inoltre per una data serie di esperienze sono costanti, R_1, R_2 a ed h. La H come coefficiente di correzione in p può ritenersi come costante, e perciò la (8) può essere così semplificata

$$\log p = \log \mathit{Costante} + \log [(\log \mathrm{sen}\,\phi_1 - \log \mathrm{sen}\,\phi_2) + \log \mathit{costante}],$$

nella quale *Costante* è sempre positiva poichè $\left(\frac{\mathrm{R}_1^2}{\mathrm{R}_2^2} - 1\right) \log e$ è negativo ed R_1^2 è positivo.

Quanto alla disposizione da darsi al calcolo per ottenere i valori di p la cosa è semplice.

Si calcola prima di tutto

$$-\frac{\mathrm{R}_1^2}{\left(\frac{\mathrm{R}_1^2}{\mathrm{R}_2^2} - 1\right) \log e} = \mathit{Costante}.$$

Si fa la media di $(\tau_1 - \tau_2)$; e se si deve tenere calcolo di

$$\log [1 + h\,\mathrm{H}\,(\mathrm{sen}\,\phi_1 - \mathrm{sen}\,\phi_2)],$$

si fa la media anche di $(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)$ e poi si calcola

$$\log[1 + a(\tau_1 - \tau_2)] + \log[1 + hH(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)] + \log \frac{R_1^3}{R_2^3}$$
$$= \log \textit{costante}\,,$$

nella quale per $(\tau_1 - \tau_2)$ e per $(\text{sen}\,\phi_1 - \text{sen}\,\phi_2)$ si introducono le medie suddette.

Si dispongono in colonna i diversi valori di

$$(\log \text{sen}\,\phi_1 - \log \text{sen}\,\phi_2)$$

e ad ognuno di questi si aggiunge log *costante,* formando così una seconda colonna di numeri. Sopra una terza colonna si scrivono i logaritmi dei numeri della seconda colonna. Si aggiunge a ognuno di questi logaritmi log *Costante* e si ottiene così una quarta colonna di numeri che sono i log p. Di fianco quindi nella quinta colonna si scrivono i valori di p; i quali non dovranno meravigliare se saranno fra di loro diversi di qualche unità, poichè per esempio fatto $\phi_2 = 7°$, ed $R_1 = 30$ si ha:

per	$d\phi = 12''$	$dp = 1$
»	$d\phi = 23''$	$dp = 2$
»	$d\phi = 35''$	$dp = 3$
»	$d\phi = 47''$	$dp = 4$
»	$d\phi = 59''$	$dp = 5$.

Ora può benissimo darsi che durante le osservazioni delle deviazioni, la declinazione varii sensibilmente per modo da rendere incerto il valore di ϕ_2 di circa $30''$, e perciò è possibile di ottenere qualche valore di p che devii dalla media di tre unità circa.

RICERCHE SULLE ONDULAZIONI ELETTRICHE; PER H. HERTZ [1]).

1. È a tutti nota la teoria del Maxwell; essa, dalle proprietà di un solo e medesimo fluido, l'etere, deduce nello stesso tempo le leggi della luce e quelle dell'elettricità, ma fino ad ora non se ne ebbe una prova esperimentale, per causa della grande velocità della luce, velocità che, come tutto ci induce a crederlo, è pur quella della propagazione delle azioni elettriche. Queste azioni non sono apprezzabili che a qualche metro di distanza dai conduttori da cui emanano, e il tempo che esse impiegano a percorrere tale intervallo non è che di qualche centomilionesimo di secondo. Qualunque fosse il mezzo meccanico, per aprire o chiudere circuiti per magnetizzare o smagnetizzare magneti, per caricare o scaricare bottiglie di Leida, pareva insufficiente a realizzare condizioni tali da poter studiare le fasi della produzione dei fenomeni durante un tempo così breve. L'A. trovò un mezzo per chiudere un circuito completamente aperto, in un tempo più breve della millesima parte di un milionesimo di secondo. Quel mezzo è la scintilla elettrica, ottenuta in condizioni speciali, per eccitare vibrazioni elettriche così rapide da fornire una prova esperimentale della teoria di Maxwell.

Si ha un rocchetto di induzione che può dare scintille lunghe da otto a dodici centimetri, passando le scariche fra le estremità, o poli, di un eccitatore B separati da un intervallo di circa un centimetro. Se quei poli sono due superfici sferiche ben pulite, le scintille sono bianche, vivissime, producono un rumore secco, simile ad una esplosione. Tale scintilla veduta nello specchio ruotante, mostra che la scintilla bianca non esiste che nel primo istante della scarica, e per un tempo cortissimo. Se ne aumenta l'intensità facendo terminare ciascuna delle altre due estremità, delle asticine dell'eccitatore, con una massa metallica

1) *Archives des Sciences phy. et natur.*, 15 Avril 1889. Dietro preghiera della Redazione degl'*Archives* l'Hertz ha fatto delle sue ricerche un sunto, che qui è tradotto *testualmente* parola per parola in tutte le sue parti essenziali, o più interessanti, onde nulla sia perduto relativamente alla chiarezza.

Della Memoria: *Sulle vibrazioni elettriche molto rapide*, dell'A., contenuta negli *Annali* del Wiedemann 1887, fu dato un largo sunto dal Prof. Stefanini, in questo Giornale nel 1888.

considerevole. Allora quella scintilla bianca proviene dalla scarica delle superfici metalliche le più vicine a quei poli, e non dalla scarica propriamente detta dell'apparecchio di induzione. Quella scintilla ha una durata infinitamente piccola. Per dimostrar questo, si ha un filo conduttore A piegato in circolo, ma le di cui due estremità stanno in un luogo *b* del circolo, ad una piccola distanza fra loro che si può variare micrometricamente. L'A. lo chiama eccitatore micrometrico A. La estremità *a* del diametro del circolo che passa per *b*, è messa, per mezzo di un filo conduttore, in comunicazione con uno dei poli dell'eccitatore B. Quando l'apparecchio di induzione agiva, con questa disposizione, non esplodevano scintille in *b*, ma esplodevano quando il punto di comunicazione del filo che poneva A in comunicazione con l'eccitatore B, era spostato, da una parte o dall'altra del punto *a*. Queste scintille provengono dalle differenze di tempo necessarie alle onde elettriche per arrivare nel luogo *b*, percorrendo nel circuito A due cammini di diversa lunghezza.

L'A. ripetè questa esperienza frapponendo nelle due parti del circuito A (che devono esser percorse dalle onde elettriche nelle quali si biparte l'onda che arriva dall'eccitatore B) fili conduttori di diversi metalli e di diverse lunghezze e forme, per confrontare fra loro le velocità di quelle onde in quei conduttori.

L'A. avverte che 19 anni sono, il Van Bezold ha osservati gli stessi fenomeni, dandone una giusta interpretazione (*Ann. Pogg.* t. CLX) ma nessuno ne rimarcò la importanza, e l'A. gli ignorava esso pure quando li osservò la prima volta. Bezold scoprì di già che quella velocità non dipende dalla natura o dalla resistenza del filo, se è buon conduttore, e quei fenomeni dipendono dalla forma speciale presa dalla scintilla nel suo primo istante.

Sia una scintilla brillante, accompagnata da scariche secondarie intense: se si proietta su questa la luce del magnesio o quella della lampada elettrica, la sua vivacità sparisce e il suo rumore divien sordo, e quelle scariche secondarie cessano. E qui vi ha l'azione della luce ultravioletta sulla scarica elettrica.

2. Siano due sfere metalliche di 30 centimetri in diametro, oppure due lastre metalliche quadrate di 40 centimetri di lato, e unite fra loro con un filo lungo un metro. L'una carica in più

e l'altra in meno. Se le forze che tengono separate quelle due elettricità cessano istantaneamente, le due elettricità si ricombinano, ma la corrente così sviluppata durerà oltre l'istante di quella ricombinazione, e formerà su quelle sfere delle cariche di segno inverso alle primitive; e queste daranno luogo ad un'altra scarica, e così di seguito avremo una serie di oscillazioni. La teoria conduce in un modo sicuro a determinare per approssimazione la durata di oscillazione di tal diapason a un centomilionesimo di secondo. Ma onde tal specie di diapason vibri, bisogna che la azione eccitatrice abbia una durata dello stesso ordine di grandezza della durata di quella oscillazione. A questo scopo l'A. taglia nel suo mezzo quel filo di comunicazione adattando a ciascun dei due capi, così separati, una pallina ben pulita grossa quattro centimetri, e poi ognuna di queste sferette è respettivamente riunita ad un polo di un apparecchio di induzione. Ad ogni scarica si generano allora le oscillazioni di tal nostro diapason, che l'A. chiama *conduttore primario.* Non si potrebbe far uso di una macchina elettrica invece del rocchetto, perchè l'azione sarebbe troppo debole.

Prendiamo ora un filo di rame piegato secondo un circolo di 75 centimetri in diametro, con una interruzione in un punto, e che con una vite micrometrica si possa ridurre a piccolissimo intervallo. Posto questo filo, che diremo *conduttore secondario,* vicino al primario, vi saranno prodotte delle scariche corrispondenti a quelle del primario. La lunghezza delle scintille secondarie è variabile; e può essere fino a sei o sette millimetri in certe posizioni favorevoli, mentre per altre posizioni la scintilla secondaria sparisce. Ad uno o due metri dal primario la scintilla secondaria era sufficientemente viva, e si aveva ancora a 15 metri di distanza, ma visibile solo nella oscurità.

Nelle esperienze si palesa che l'azione esiste sopratutto nelle regioni situate lateralmente all'oscillazione primaria; ed a grandi distanze non si ottengono scintille nel prolungamento delle oscillazioni [1]. Secondo la legge di Weber, la azione induttrice di una corrente variabile deve farsi sentire principalmente

1) Qui, come in tutte le altre parti di questo pregevolissimo lavoro che si riferiscono alla forma degl'apparecchi ed ai resultati, la traduzione è letterale.

lungo il prolungamento di quella corrente. É poi noto che la intensità della induzione e l'attrazione elettrodinamica sono talmente legate insieme che là dove una cessa, cessa anche l'altra.

Le scintille del conduttore secondario dimostrano la esistenza, nel primario, di movimenti elettrici molto intensi, e l'A. passa a dimostrare che quei movimenti hanno la forma di ondulazioni regolari. Prendiamo una serie di conduttori secondarii circolari di grandezze crescenti, e poniamoli successivamente cominciando dai più piccoli, in una stessa posizione identica, particolarmente favorevole. relativamente al principiò. Dapprima non vedremo che piccolissime scintille, ma arrivati a quelli di 75 centimetri otterremo scintille di più millimetri. Poi con circoli più grandi si avranno scintille più piccole. Però se riduciamo alla metà le dimensioni del primario, la azione su quello di 75 centimetri diventa minore, e le più grandi scintille allora si produssero con circoli di 38 centimetri. Cangia la durata di oscillazione dei due conduttori, variando le dimensioni delle palline o la forma dei fili; ma in qualunque modo si faccia esiste sempre un rapporto costante fra le dimensioni dei due conduttori, pel quale la loro azione è la massima. È difficile il non scorgere in ciò un fatto analogo alla risonanza.

Ecco un altro esempio. Sia il conduttore primario disposto orizzontalmente. Presso, e di fronte, alle due grosse sfere metalliche laterali di questo conduttore primario si pongono due lastre metalliche, dalle quali partono normalmente due fili, in linea retta, per una lunghezza da dieci a venti metri, e paralelli fra loro. Fra quei due fili si colloca il conduttor secondario, col suo piano normale ai due fili, e con la interruzione, ove esplode la scintilla, nella parte superiore. Partendo dalla estremità lontana dei fili avremo scintille lunghe qualche millimetro; approssimandoci al conduttor primario le scintille diminuiranno, e poi spariranno alla distanza di un metro e mezzo da quella estremità. Le scintille ritorneranno vive alla distanza di tre metri, spariranno a quattro metri e mezzo da quella detta estremità, e così il fenomeno si riproduce periodicamente ad intervalli eguali. Evidentemente, le onde del conduttor primario propagandosi nei fili sono riflesse dalle estremità, e per interferenza con le onde dirette producono un sistema di oscillazioni fisse. Bisogna però

che la lunghezza di quei fili sia in un dato rapporto con la lunghezza d'onda; e a questo si arriva per tentativi.

Nella disposizione anzidetta, la estremità libera dei fili hanno un ventre di vibrazione; ma basta riunirle insieme per avervi un nodo; ed allora gli altri nodi si ritroveranno a 3, 6, 9 metri di distanza da quelle estremità.

3. Abbiamo ora il conduttore primario come prima fu descritto; soltanto in luogo delle due grosse sfere metalliche, vi sono le due lamine metalliche che già abbiamo menzionate, e sono disposte in uno stesso piano orizzontale. Il conduttor secondario è posto col suo piano verticale; col suo centro sulla linea retta orizzontale compresa nel piano di quelle lamine e che passa fra le due palline del conduttor primario fra le quali scocca la scintilla. Questa retta è l'asse di simmetria di tutto l'apparecchio, e il piano del conduttor secondario gli è normale; cosicchè questo conduttore è nelle stesse condizioni di orientazione e di distanze, così per l'una che per l'altra lamina, e per tutto il resto del primario; solamente si principia la esperienza tenendo la interruzione del conduttor secondario nel piano di queste lamine, e dalla parte di una di queste. Così tutto disposto, non si hanno scintille nel secondario, perchè l'azione sulla sua parte superiore è distrutta da quella sulla inferiore. Ma se si colloca per terra un cilindro di ferro od una lastra di zinco immediatamente appariscon scintille, effetto delle correnti prodotte in quei corpi metallici, dalle oscillazioni del conduttore primario. La stessa esperienza, ottenendo lo stesso risultato si fa con un corpo isolante, posto pure come quel ferro o quello zinco. L'A. prevede la obbiezione, che quelle scintille abbiano un'origine elettrostatica, e vi risponde in parte, ma rimanda per il resto ai dettagli contenuti nelle sue memorie.

4. L'azione del conduttore primario trasmessa dall'aria eccita delle scintille nel secondario anche a 15 metri di distanza, e vedemmo altresì che le onde propagandosi lungo un filo agiscono esse pure sul secondario. Noi possiamo dunque sottoporre il conduttore secondario a queste due specie di azioni, e ricercare se queste si rinforzano o si indeboliscono. L'A. descrive il seguente metodo per tale ricerca.

Abbiamo il conduttore primario formato come sempre da due asticelle metalliche stese sulla stessa linea retta orizzontale l'una nel prolungamento dell'altra. Nelle estremità fra loro vicine terminano con due sferette, e nelle laterali terminano con le due lamine sopraindicate; ma queste ora sono nello stesso piano verticale che contiene quelle asticelle. Quelle due palline per mezzo di due fili comunicano ognuna separatamente con un polo dell'apparecchio di induzione. Dietro ad una di quelle lamine, p. es. dietro quella a sinistra, è di fronte fissata un'altra simile paralella lamina verticale, dalla quale parte un filo la di cui direzione è perpendicolare alla direzione secondo la quale si fanno le oscillazioni nel conduttore primario, e quel filo prolungandosi per 60 metri comunica poi con la terra.

Sotto a questo filo si colloca il conduttor secondario già descritto verticalmente, con la sua interruzione nella sua parte superiore, e può girare attorno un asse verticale. Quando il suo piano è normale al filo, questo non può esercitare su lui alcuna azione; ma nulladimeno si hanno scintille, effetti dell'azion diretta delle oscillazioni primarie. Quando poi il piano del secondario è normale alla direzione delle ondulazioni primarie, agisce il solo filo. Regolando convenientemente la sua distanza, si poteva condurre la sua azione ad essere del medesimo ordine dell'azione diretta. Fra queste due posizioni del secondario ve ne sono altre due nelle quali le due cause agiscono insieme. Se in una di quelle due posizioni le due azioni si rinforzano scambievolmente, esse devono forzatamente indebolirsi nell'altra, e per conseguenza la forza delle scintille deve esser differente in quelle due posizioni; e infatti ciò fu confermato dalla esperienza,, quella differenza era ora più ora meno sensibile, ma si vedeva facilmente da che parte si doveva girare il secondario per avere le scintille più forti. Alle volte non vi era differenza sensibile; e questo doveva avvenire quando le due azioni interferendo fra loro presentavano una differenza di fase di un quarto della durata di oscillazione. Infatti, quando la interferenza non avea luogo, non si aveva che ad allungare o ad accorciare la estremità di un filo intercalato, per verificare immediatamente una differenza nella grandezza delle scintille. Quel filo era intercalato

in quel filo di 60 metri nella sua parte vicina alla lamina, con la quale egli comunicava come dicemmo.

La precedente esperienza fu ripetuta tanto per piccole che per le più grandi distanze possibili, per fare un confronto fra la velocità di propagazione nell' aria e la velocità di propagazione nel filo; e si trovò che tale interferenza cangiava di segno, di distanza in distanza, allontanandosi. Ciò provò che quelle due velocità erano diverse fra loro, ed hanno valori finiti. Accurate osservazioni dimostrarono che la velocità nell' aria è la maggiore di quelle due, e che sta a quella nel filo come all' incirca sta 7 a 4, L' A. però dichiara che i fenomeni osservati in questa esperienza, furono in realtà più complessi di quello che potrebbe apparire dalla anzidetta descrizione sommaria.

5. Se l' onda elettrica incontra una parete solida coibente, l' onda gli passa attraverso, e si ottengono ancora dietro la parete le scintille del conduttore secondario ma se la parete è conduttrice, dietro essa non si hanno segni sensibili. Allora essa è riflessa, e le onde riflesse interferendo con le dirette formano ventri e nodi nello spazio, come l' A. lo dimostra esperimentalmente.

Poniamo il conduttore primario di fronte alla parete riflettente, alla distanza maggiore possibile, e poniamo il conduttor secondario vicino alla parete, orientandolo in modo che il suo piano passi per la direzione delle oscillazioni primarie, e volgendo la sua interruzione, ora verso la parete ora in senso opposto; e allora vedremo che le scintille saranno più forti nel primo caso. Siccome la parete è molto conduttrice, la azione elettrica deve esser debole nella sua vicinanza immediata. Se la forza non fosse debolissima, essa produrrebbe correnti straordinariamente forti. Deve dunque esservi un nodo in un punto della parete. Ma le vibrazioni del conduttore secondario non possono esser prodotte essenzialmente che dalle forze che agiscono sulla parte del suo circolo opposta alla sua interruzione. Evidentemente questo circolo deve comportarsi nello stesso modo, tanto in prossimità della parete che presso qualunque altro nodo; le scintille devono essere più forti quando la interruzione è volta verso il nodo, che quando è volta in senso opposto; come infatti lo dimostrò la esperienza. Infatti, allontanandoci dalla parete comincia col sparire la differenza di intensità fra le scintille, per quelle due

posizioni opposte di quel cerchio; ma poi seguitando ad allontanarci, ricompariscono di nuovo, ma in senso inverso di prima; poi sparisce e ritorna nel senso di prima. Siam dunque passati per un nodo; e misurando la distanza che lo separa dalla parete abbiamo la mezza lunghezza d'onda. Continuando, si hanno gli stessi effetti nello stesso ordine. Con questo metodo, per le grandi ondulazioni la lunghezza d'onda fu trovata più grande nell'aria, che nei fili conduttori, mentre avvenne il contrario per le corte ondulazioni; risultato che l'A. ancora non vuole ammettere come certo, proponendosi un nuovo studio.

Fu posto il conduttor primario presso alla parete, e il secondario di fronte alla parete, ma lontano. Allontanando via via il primario dalla parete si ebbero effetti simili e concordanti ai precedenti.

6. L'eccitatore, impiegato nelle seguenti esperienze, come sorgente del movimento ondulatorio, è un tubo di ottone lungo 26 centimetri e di 3 in diametro, diviso in due pel passaggio della scintilla eccitatrice. La corrente di scarica di un piccolo apparecchio di induzione si unisce alle due metà di questo eccitatore. Per studiare la propagazione delle onde, si impiega o un piccolo cerchio come nelle esperienze precedenti, di 7,5 centimetri in diametro, o per le nuove esperienze un filo diritto lungo circa un metro e diviso in due parti, presentando nel suo mezzo un piccolo eccitatore. Senza una disposizione speciale non possiamo, in questo caso, percepire l'azione delle ondulazioni a più di due metri di distanza. Ciò basta per determinar la lunghezza d'onda secondo il metodo già descritto. Questa lunghezza è di 33 centimetri. Poniamo ora il conduttore primario nella linea focale di uno specchio concavo avente la forma di un cilindro parabolico, di due metri alto, con l'apertura di un metro. Allora le ondulazioni sono concentrate e si propagano in forma di raggi nella direzione dell'asse dello specchio. Con questa disposizione si può osservare l'azione delle ondulazioni fino a 10 metri di distanza. Ponendo il conduttor secondario rettilineo nella linea focale di un secondo specchio identico al primo, e che concentra le ondulazioni su quel conduttore, si ottengono delle scintille fino a 20 metri di distanza.

Il raggio elettrico così ottenuto non è arrestato dai coibenti, come ad es. legno secco, e uno schermo conduttore sospende il suo cammino e getta un' ombra all' indietro. Ma corpi conduttori a dritta od a sinistra del raggio non esercitano alcuna azione sopra di lui. La propagazione è dunque rettilinea.

Sia un *reticolo* di fili conduttori vicini e paralleli, posto lungo il tragitto del raggio. Se la direzione dei fili è normale a quella della forza elettrica la quale con l'asse del conduttore primario, il raggio passa liberamente, ma nel caso opposto il raggio è arrestato. Tal reticolo funziona come una turmalina, e concorre a provare che le vibrazioni studiate sono trasversali. Poniamo la linea focale dello specchio primario verticale, e quella dello specchio secondario orizzontale; e allora le ondulazioni avranno un effetto nullo sul conduttore secondario, e non si avrà scintilla. E sarà la stessa cosa se intercaliamo il reticolo fra i due specchi, coi suoi fili orizzontali o verticali; ma se noi lo intercaliamo con i suoi fili inclinati di 45 gradi all' orizzonte, esso decomporrà le onde arrivanti lasciandone passare una componente, la quale inclinata di 45 gradi sopra il conduttore secondario potrà agire sopra di lui, e infatti allora si hanno scintille. Siccome questa esperienza si può fare approssimando molto i due specchi fra loro, essa riesce facilmente.

Poniamo sul tragitto del raggio, e con una inclinazione qualunque su lui, una parete piana di zinco, alta e larga due metri. Cerchiamo la direzione secondo la quale noi otteniamo sulla superficie metallica una immagine ottica della scintilla primaria, e poniamo in questo luogo il nostro secondo specchio concavo, volgendo la sua apertura contro la superficie dello specchio. Nel modo stesso col quale le cortissime ondulazioni luminose eccitate dalla luce della scintilla arrivano al nostro occhio, così le molto più lunghe ondulazioni elettriche arrivano al conduttore secondario e producono le scintille; ma questa azione elettrica non è osservabile che nella direzione secondo la quale si propaga altresì la luce riflessa. Dunque il raggio elettrico segue riflettendosi le stesse leggi della luce.

Si può variare la esperienza facendo girare la linea focale dello specchio primario e con essa il piano di vibrazione del raggio incidente, attorno a questo raggio. Il piano di vibrazione

del raggio riflesso subisce una rotazione corrispondente, ma la riflessione non ne è cangiata, e non si vede che la intensità del raggio riflesso dipenda dall'azimut della polarizzazione. Se si impiega come parete riflettente il reticolo anzidetto, si ottiene la riflessione della componente del raggio che non può attraversare, di quella per conseguenza per la quale la direzione della forza elettrica è parallela alla direzione dei fili del reticolo. Noi rassomigliammo quel reticolo ad una turmalina, ma l'analogia non è completa, perchè la turmalina assorbe la componente che non l'attraversa.

Finalmente veniamo ad una esperienza di refrazione elettrica. L'A. avea un grande prisma di asfalto, con l'angolo refringente di 30 gradi, e le facce di metri 1,5 di altezza sopra 1,2 di larghezza. Diresse il raggio elettrico sopra una delle faccie del prisma, avendo cura di disporre degli schermi da ogni lato del raggio per impedirgli di passare a lato del prisma. Allora non si produceva alcuna azione nel prolungamento rettilineo del raggio incidente; ma spostando gradatamente lo specchio secondario verso la base del prisma, tenendo la sua apertura sempre rivolta a quest'ultimo, non si tardò ad avere delle scintille. La deviazione del raggio presso al minimo fu di circa 22 gradi, il che conduce ad 1,7 per l'indice di refrazione, un poco maggiore di quello che si ha per la luce.

SUI RAGGI DI FORZA ELETTRICA; PER M. HERTZ. (*SUNTO*) [1].

(*Sitzungbericte der K. P. Akad. der Wissenscaften zu Berlin* 1888).

1. Dopo esser riescito a mostrare che le oscillazioni elettriche si trasmettono nell'aria in forma di onde, l'A. tentò di ottenere degl'effetti più intensi e sensibili a maggiori distanze, ponendo il conduttore rettilineo che dava queste oscillazioni sulla linea

1) La presente Nota è tradotta nel numero di marzo 1889 del *Jour. de Physique*.

focale di un cilindro parabolico, specie di specchio concavo di grandi dimensioni. Ma la prova non riuscì, perchè le dimensioni dello specchio non erano in rapporto con la lunghezza d'onda impiegata, di 4 a 5 metri. Ma, più tardi l'A. potè rifare le sue esperienze con oscillazioni dieci volte più rapide, ossia con onde dieci volte più corte.

L'eccitatore adoperato, è un cilindro di ottone di 3 centimetri in diametro, lungo 26, e diviso in due parti, nel mezzo, per la scintilla. Quelle due parti, di fronte l'una all'altra e nella stessa direzione, erano nelle loro estremità vicine terminate da sferette grosse quattro centimetri. La lunghezza di questo conduttore poteva di poco differire dalla mezz'onda sviluppata dalle sue oscillazioni in un filo rettilineo. Conviene che quelle sferette siano ben pulite a nuovo, e non soggette alla luce di scintille vicine; altrimenti non si hanno oscillazioni. Le due metà dell'eccitatore sono riunite ai poli del rocchetto con due grossi fili di rame, coperti di guttaperca, e sono attaccati accanto all'interruzione. Ora non fu adoperato il rocchetto di Ruhmkorff, ma invece un piccolo apparecchio a scintille, di Keiser e Schmidt, per scintille di 4 a 5 centimetri fra due punte, ed eccitato da tre accumulatori. Poteva dare fra quelle sferette, scintille di uno o due centimetri. Nelle esperienze la distanza esplosiva si riduceva a tre millimetri.

L'A. impiegò, come nelle sue ricerche precedenti, un cerchio quasi chiuso in se stesso ed avente quasi la stessa durata di oscillazione dell'eccitatore. Nel caso presente era di 7,5 centimetri in diametro; e il filo di rame era grosso un millimetro. Una delle sue estremità terminava con una sferetta di ottone ben pulita, grossa di alcuni millimetri; e nell'altra estremità era una punta che, mediante una vite isolata, si poteva avvicinare a quella sferetta. Non si ottengono mai che scintille di qualche centesimo di millimetro, e il più spesso bisogna riferirsi al loro splendore, più che alla loro lunghezza, per giudicare della intensità dell'azione.

Tal risonatore circolare non dà giammai che la differenza di due azioni, e non ha tal forma da collocarlo sulla linea focale dello specchio concavo. L'A. il più spesso si servì di un conduttore fatto di due bacchette dritte, grosse cinque millimetri, lun-

ghe 50 centimetri, poste nel prolungamento l'una dell'altra, e distanti di cinque centimetri con le loro estremità. Da queste due estremità partono due fili grossi un millimetro, lunghi 15 centimetri, perpendicolare a quelle bacchette, paralelle fra loro, e terminate con un micrometro a scintille, come quello del risuonatore circolare. Con questa disposizione non si hanno effetti di risuonanza. Si sarebbe potuto lasciare la interruzione sull'asse stesso del filo; ma, quando l'apparecchio fosse stato posto sull'asse dello specchio, non si sarebbe potuto osservar la scintilla, che mascherando una parte della superficie.

La maggior distanza alla quale le scintille sono ancora sensibili è di 1,5 o due metri in condizioni eccezionali. L'azione è aumentata quando, dall'altro lato dell'eccitatore relativamente all'osservatore, si pone a distanza conveniente e paralellamente alle oscillazioni, un piano conduttore; e a distanza piccolissima o di un poco maggiore a trenta centimetri, quel piano è piuttosto nocivo. Quel piano ha un buon effetto alla distanza di otto a 15 centimetri, ed un effetto deciso ma molto minore a 45 centimetri; al di là non ha più effetto sensibile. Nel caso attuale, questo fatto dimostra che la semilunghezza d'onda che corrisponde alle vibrazioni dell'eccitatore è, nell'aria, di circa 30 centimetri. Si avrà, evidentemente, maggior effetto, sostituendo alla parete piana uno specchio concavo della forma di un cilindro parabolico, e facendo coincidere l'asse dell'eccitatore con la linea focale. Per ottenere una concentrazione energica, la distanza focale deve esser piccolissima, ma non bisogna che le onde dirette nuocano alle riflesse, e per conseguenza bisogna che la distanza focale non sia inferiore al quarto della lunghezza d'onda. L'A. avea una distanza focale di 12,5 centimetri. Lo specchio era di una lamina di zinco grossa mezzo millimetro, formando un quadrato di due metri di lato, e fissata sopra una montatura di legno che avea la dovuta curvatura. Lo specchio era alto due metri, con 1,2 di apertura, e 0,7 di freccia. L'eccitatore era fisso nel mezzo della linea focale. I fili di carica attraversavano lo specchio, ed il rocchetto e la pila stavan di dietro. Esplorando col risuonatore lo stato del mezzo all'intorno, non si osserva alcuna azione, nè dietro allo specchio, nè dai lati; ma nella direzione dell'asse ottico le scintille son visibili fino a distanze di

5 a 6 metri. A 9 o a 10 metri sono ancor percettibili nella vicinanza di una parete conduttrice normale all'asse. In certi punti le onde riflesse rinforzano le incidenti, e in altri punti le indeboliscono. Il risuonatore rettilineo pone in evidenza, avanti a quel piano, i massimi ed i minimi che caratterizzano le onde stazionarie. Un primo nodo è sulla superficie stessa, e gli altri a 33, 65, e 98 centimetri di distanza; e da ciò si deduce, approssimativamente, che la semionda è di 33 centimetri, e che la durata di oscillazione è di 1,1 bilionesimo di secondo, ammettendo che la velocità di propagazione sia quella della luce. In un filo, la stessa oscillazione produce un' onda di 29 centimetri. Qui ancora, la velocità di propagazione in un filo è più piccola che nell' aria, ma la differenza è più piccola che nelle precedenti esperienze, ove il periodo era più lungo. Questo è un resultato rimarchevole.

La azione non è sensibile che presso l' asse ottico, e il suo campo può esser considerato come un *raggio elettrico* emanante da uno specchio concavo. Prendiamo ora un secondo specchio concavo identico al primo, e poniamo sulla linea focale i due fili di 50 centimetri dell' anzidetto risonatore rettilineo, mentre i due fili ausiliarii che vanno al micrometro traversano la parete restando isolato. Così il micrometro si trova dietro allo specchio, e si può vedere la scintilla senza mascherare lo specchio. Con questa disposizione l' A. potè osservare le scintille a distanze fino a 16 metri, facendo passare quel raggio per una porta, e avrebbe potuto osservare scintille fino a 20 metri.

2. Facciamo coincidere gli assi ottici dei due specchi, e interponiamo normalmente all' asse comune una lamina di zinco alta uno e larga due metri. Allora la scintilla sparisce. Lo stesso avviene con un foglio di stagnola o di carta dorata. La scintilla sparisce ancora se una persona si pone nel tragitto del raggio. I corpi coibenti non producono alcun effetto, e così pure il legno. Due schermi metallici alti due e larghi un metro, posti simmetricamente a dritta ed a sinistra del raggio, non hanno alcun effetto sulla scintilla, fino a che la loro distanza è maggiore di $1^m,2$; ma diminuendo quell' intervallo le scintille diminuiscono, e finiscono col sparire quando l' intervallo è di 50 centimetri. Quando si sposta solamente di 10° a dritta od a sinistra l' asse

di uno dei specchi, la scintilla diventa debolissima, e cessa quando la deviazione è di 15°. Dunque il raggio ha un contorno ben determinato; ma questo non è per le ombre, e si osservano fenomeni evidenti di diffrazione. Ma l'A. non ha ancora potuto verificare la esistenza di massimi e di minimi, nei limiti dell'ombra.

3. Il nostro raggio è formato da vibrazioni trasvervali, ed è polarizzato rettilineamente, cosa che si può verificare esperimentalmente. Facciamo girare lo specchio ricevente attorno del raggio come asse, fino a che la linea focale e l'asse del risonatore abbiano la posizione orizzontale. La scintilla va diminuendo a misura che la inclinazione aumenta, e cessa completamente quando le due linee focali sono in croce, anche quando i due specchi sono molto vicini; e allora l'uno agisce come polarizzatore e l'altro come analizzatore.

In una cornice di legno di due metri quadrati, si tende una serie di fili di rame paralelli fra loro, grossi un millimetro, e distanti tre centimetri. Stando paralelle le due linee focali, si pone quel *reticolo* perpendicolarmente al raggio. Se i fili sono normali alle linee focali, l'effetto sulla scintilla è nullo; e se i fili sono paralelli alle linee focali, il raggio è completamente intercettato. L'A. riguarda quel reticolo come una turmalina relativamente ad un raggio polarizzato. Poniamo orizzontalmente la linea focale del secondo specchio, e allora la scintilla non si produce quando i fili sono orizzontali o verticali; ma se si inclinano in un senso o nell'altro, a 45°, ricomparisce.

Egli è evidente, dice l'A., che il reticolo decompone la vibrazione incidente in due altre, e lascia soltanto passare quella delle due componenti che è perpendicolare alla direzione dei fili; e questa componente, che fa un angolo di 45° con la linea focale dello specchio, si decompone in due altre delle quali l'una soltanto contribuisce a produr la scintilla. L'A. cita una analoga esperienza di ottica.

Questo modo di esperimentare fa conoscere soltanto la forza elettrica totale. Quando l'asse dell'eccitatore è verticale, le oscillazioni sono nel piano verticale del raggio, e nulla vi è nel piano orizzontale. Secondo ciò che sappiamo delle correnti ad oscillazioni lente, dobbiamo supporre che le oscillazioni elettriche sono accompagnate dalle oscillazioni della forza magnetica; oscilla-

zioni che si compiono nel piano orizzontale, nulla operando nel verticale. La polarizzazione del raggio non è dunque soltanto caratterizzata dal fatto che non esistono vibrazioni che nel piano verticale, ma anche da che le vibrazioni che si compiono nel piano verticale sono di natura elettrica, e quelle nel piano orizzontale di natura magnetica.

Se dunque si domanda semplicemente qual'è il piano di vibrazione del raggio, senza dire se si tratta di vibrazioni elettriche o delle magnetiche, la domanda non ha risposta; e questo spiega il perchè le controversie che ebbero luogo per questo problema di ottica non condussero ad alcun resultato. Su questo proposito si può vedere un lavoro recente del Kolacek, negl'Annali del Wiedemann, tomo XXXIV.

4. Ecco un'altra esperienza, per separare l'onda riflessa dall'onda diretta, che interferiscono nei casi precedenti sovrapponendosi. Nel mezzo della sala, l'A. pone a lato l'un l'altro i due specchi, girando le loro aperture dalla stessa parte, e in modo che i loro assi ottici si incontrino alla distanza di tre metri. Naturalmente l'eccitatore nulla produce nello specchio ricevitore; ma se, nell'intersezione dei due assi e perpendicolarmente alla bisettrice del loro angolo, si pone un piano verticale fatto con una lamina di zinco quadrata, di due metri di lato, si ottiene un nutrito flusso di scintille, in seguito della riflessione del raggio sullo specchio piano. Le scintille cessano, quando si gira il piano attorno un asse verticale, in un senso o nell'altro, solamente di una quindicina di gradi. Dunque si tratta di una riflessione regolare e non di una diffusione. Se si allontana il piano, spostando uno degli specchi in modo che il piano passi sempre per la intersezione dei due assi, le scintille non diminuiscono che lentamente; e si vedono ancor bene a dieci metri di distanza, ed allora le onde hanno percorso 20 metri.

Per lo studio dell'incidenza normale, si dispone il raggio paralellamente ad un muro della sala, il quale ha una porta. Lo specchio ricettore è posto nella stanza a cui dà accesso quella porta, ed è girato in modo che il suo asse passi pel mezzo della porta e perpendicolarmente al raggio. Nel punto di incrociamento sta verticalmente il piano conduttore facendo un angolo di 45° con le due direzioni. Il risuonatore produce delle scintille che

continuano dopo chiusa la porta, e basta girare lo specchio di 10° per farle cessare. Dunque la riflessione è regolare e l'angolo di incidenza è uguale a quello di riflessione. Per verificare che la propagazione è rettilinea e che l'azione si trasmette in linea retta dall'eccitatore allo specchio e dallo specchio al risuonatore, basta l'osservare che la interposizione di uno scherma su quella direzione fa cessare le scintille ma non ha alcun effetto in ogni altra posizione.

Il risuonatore circolare, che permette di determinare in ogni punto la direzione del piano dell'onda, fa vedere che quest'ultimo è normale al raggio e prima e dopo la riflessione, e che per conseguenza gli fa subire una riflessione di 90°.

Per rendere il piano di oscillazione paralello al piano di incidenza ed osservare in questo caso la riflessione, basta girare i due specchi in modo che le due linee focali siano orizzontali; ma allora nulla apparve di variato nel fenomeno, e nessuna differenza apparve nei due casi circa alla intensità del raggio riflesso. Se una delle linee focali è verticale e l'altra orizzontale, non vi è scintilla; e così quando il piano di vibrazione è normale o parallelo al piano di incidenza, la sua direzione non è modificata dalla riflessione. Probabilmente non sarà la stessa cosa per altre inclinazioni; e si può anche prevedere che il raggio riflesso non sarà allora più polarizzato rettilineamente. L'A. osserva che tali interferenze dei due sistemi di onde, interferenze poste in evidenza dal risuonator circolare, saranno forse un mezzo eccellente per alcuni problemi, interessanti nell'ottica, sui cangiamenti che la riflessione produce nelle amplitudini e nelle fasi.

Altra esperienza. I due specchi sono di nuovo posti l'uno accanto all'altro come nella esperienza prima sulla riflessione, e come piano riflettente si adopera il reticolo già descritto. La scintilla sparisce quando i fili sono normali alla direzione della oscillazione, e ritorna quando i fili sono paralleli alla oscillazione. La analogia fra tal reticolo e la turmalina non esiste che per la parte trasmessa del raggio, perchè la turmalina assorbe ciò che non trasmette, mentre quella superficie trasparente, il reticolo, la riflette. Se si mettono in croce le linee focali dei due specchi, non si hanno scintille per la riflessione del raggio sopra una superficie isotropa; ma l'A. potè ottenerle con la superficie ani-

sotropa, girandola in modo che i fili facessero un angolo di 45° con le linee focali. Questo resultato è spiegato da ciò che precede.

5. Per vedere se il raggio si refrange passando dall'aria in un mezzo coibente, l'A. adoperò un grande prisma di asfalto, alto $1^m,5$, e la sua base, isoscele, aveva $1^m,2$ di lato, e l'angolo al vertice di 30°. Siccome pesava tre quintali, era fatto di tre parti sovrapposte, alte mezzo metro ciascuna. La massa fu colata in una cassa di legno, il legno non avendo di per sè alcuna influenza. Il prisma era disposto verticalmente, a tale altezza che il suo mezzo era in uno stesso piano orizzontale con le scintille dei due apparecchi. Dopo avere verificato che vi era realmente refrazione, l'A. dispose il primo specchio a $2^m,6$ dalla prima faccia del prisma, in modo che l'asse del fascio passasse pel centro di gravità facendo con la faccia di entrata un angolo di 65°. Due schermi conduttori l'uno da un lato dello spigolo e l'altro dal lato della base, precludono al raggio ogni altro passaggio attraverso il prisma. Dal lato del raggio emergente, fu descritta sul pavimento una circonferenza di $2^m,5$ di raggio, col centro nel centro di gravità della base. Il secondo specchio poteva essere spostato lungo quella circonferenza, senza che l'asse cessasse di passare pel centro.

Lo specchio era dapprima situato sul prolungamento del raggio incidente; non si aveva traccia di scintilla ed il prisma formava uno scherma assoluto. La scintilla cominciava ad apparire per una deviazione di 11°, ed andava aumentando fino a 22° per poi decrescere. Spariva completamente quando la deviazione raggiungeva 34°. Quando lo specchio era nella direzione del massimo, lo si poteva allontanare nella direzione del raggio fino a una distanza di 5^m a 6^m, senza veder sparire la scintilla. Spariva infallibilmente quando una persona si poneva sul tragitto del prisma sia davanti, sia dietro, il che prova bene che la trasmissione è fatta dal prisma e non per altra via. Si ricominciò l'esperienza lasciando il prisma nella sua primitiva posizione, ma ponendo orizzontalmente le due linee focali. Non si potè osservare alcun cambiamento. Un angolo al vertice di 30° e una deviazione minima eguale a 22° danno per l'indice il numero 1,69.

L' indice ottico per le sostanze di questa natura è compreso fra 1,5 e 1,6. L' esperienza non è assai precisa, nè la materia del prisma assai pura, perchè vi sia agio di trarre alcuna deduzione dal confronto di questi numeri.

L' autore non pone alcun dubbio sulla identità della luce, del calorico raggiante e dei movimenti elettrodinamici.

SULLA DIVERSA RESISTENZA ELETTRICA OPPOSTA DA ALCUNI CIRCUITI METALLICI ALLA SCARICA DEI CONDENSATORI ED ALLA CORRENTE DELLA PILA; RICERCHE DEL PROF. EMILIO VILLARI.

(*Atti della R. Acc. delle Scienze fis. e mat. di Napoli*, Serie 2. vol. III).

Dopo di avere dimostrato, in un precedente mio lavoro, che il ferro presenta alla corrente elettrica interrotta una maggiore resistenza che a quella continua, e che molto maggiore ne oppone alle correnti alternate, per cagione di peculiari induzioni magneto-elettriche inverse [1]), volli investigare la resistenza del ferro alle scariche dei condensatori.

Le ricerche che ho eseguite sono state moltissime; ma io per semplicità dirò di alcune soltanto, ed in quell' ordine che crederò più opportuno per la chiarezza di questo mio scritto. Esporrò successivamente i fenomeni che manifestano alcuni metalli, provati alle scariche delle bottiglie ed alla corrente delle pile, sia a circuiti derivati sia non derivati: e dirò da ultimo di alcuni fenomeni speciali magnetici manifestati dal ferro [2]).

I fili metallici da esaminare formavano due circuiti, ed erano disposti in quadrati, stirati su colonne di vetro confitte nel muro e verniciate, per modo che essi erano verticali e rimanevano discosti circa 60 cm. dal muro medesimo. Tali due circuiti, con una

1) E. Villari, *Sui fenomeni che si manifestano ecc.* — *Nuovo Cimento*, Serie II, Vol. IV, 1870.

2) Questo mio lavoro fu eseguito in parte alcuni anni sono, ma non potè essere ultimato che in questi ultimi tempi, per cagioni indipendenti dalla mia volontà, onde soltanto ora ho potuto pubblicarlo. Infrattanto il sig. Guillemain ha già pubblicato nel *Journal de Physique*, p. 229-81, Vol I, e 50-53, Vol. II, alcune ricerche sul medesimo soggetto, come mano mano verrò indicando, e che qui ricordo per debito d' imparzialità.

coppia di capi comunicavano con una pallina di uno spinterometro; e con l'altra coppia erano uniti all'armatura interna di una batteria di leida: mentre la esterna era unita alla seconda pallina dello spinterometro. Tutti i fili che legavano i due circuiti allo spinterometro ed alla batteria erano eguali ed egualmente disposti; onde scaricando la batteria la corrente si bipartiva egualmente fra i due circuiti.

Per apprezzare l'energia delle scariche derivate nei due circuiti, introducevo in uno di essi un termometro a gas, formato di un tubo di vetro, lungo circa 40 cm. e di circa 1 cm. di vano, che porta saldato ad angolo retto, nel suo mezzo, un cannello da termometro, avente la sua estremità inferiore immersa nell'alcoole, contenuto in un bicchierino. Lungo l'asse del tubo ben verniciato e chiuso con turaccioli di sughero così da tener l'aria, corre un sottil filo di platino, le cui estremità, attraversati i sugheri, vengono fuori a fissarsi a due serrafili fissati sopra una bacchetta di vetro verniciata. Nel cannello, per via di un lieve riscaldamento del tubo, si fa ascendere una colonna di alcoole che fa da indice, misurandone gli spostamenti prodotti dalle scariche, sopra una scala scorrevole lunga il medesimo cannello.

Mentre nell'un circuito s'inserisce il termometro col suo filo, nell'altro, per compenso, s'inserisce un filo di platino eguale sostenuto dalla medesima asticciuola di vetro. Dapprima feci i due circuiti eguali, con filo di rame grosso 1^{mm}, 15 e lungo ciascuno 14,53 M; ed essi furono trovati di eguale resistenza, col ponte di Wheatstone, e perfettamente isolati, così da conservare per parecchio tempo la carica di una macchina elettrica. Quindi caricai la batteria sino a scaricarla spontaneamente attraverso lo spinterometro: e la corrente si derivava pei due circuiti, ed il termometro unito prima all'uno e poscia all'altro, si riscaldava sempre egualmente. Onde i due circuiti erano perfettamente eguali e simili, e posti in identiche condizioni elettriche.

In tutte le successive esperienze tenni invariato uno dei circuiti, per termine di confronto, e lo chiamerò circuito *normale*: e del pari non mutai quel lato che dirò costante del secondo circuito che era prossimo al lato corrispondente del *normale* per

non modificare le induzioni fra loro. Così disposte le cose le esperienze furono fatte a circuiti derivati e non derivati.

Circuiti derivati. — Il circuito normale era unito in derivazione col secondo circuito della medesima lunghezza del normale ma formato di fili di diverso diametro, e tali da avere la medesima resistenza voltaica [1]) del normale: e ciò nel modo seguente:

Secondo circuito formato

1° da un filo di rame, lungo	4,77^{m}	, grosso	1,15^{mm}
2° da un filo di rame, lungo	5,60	»	3,23
3° » » »	4,20	»	0,25
lunghezza totale	14,57^{m}.		

Scaricando ripetute volte per questi circuiti la batteria, ed interponendo nell'uno e nell'altro, successivamente ora il termometro ed ora il filo compensatore, ottenni per medie le seguenti indicazioni termometriche:

Termometro unito al circuito normale riscaldamento 50°
» » al secondo circuito » 60°.

Dunque il termometro inserito nel secondo circuito od eterogeneo si riscalda di più, di quando è inserito nel normale, come se la corrente derivata per quello eterogeneo avesse maggiore energia della corrente che passa nel normale, sebbene entrambi i circuiti abbiano la stessa resistenza vera.

Poscia preparai il circuito eterogeneo con fili diversamente grossi, e tali da avere la stessa lunghezza totale e resistenza leidica [2]) del normale; il che ottenni nella seguente maniera:

Circuito eterogeneo formato

1° dal filo rame ordinario lungo	4,78^{m}	grosso	1,15^{mm}
2° » » »	4,10	»	3,23
3° » » »	5,90	»	0,77
Totale	14,78.		

1) Chiamo *resistenza voltaica* o *vera* quella misurata per mezzo della pila.

2) Dico che due circuiti hanno eguale resistenza leidica quando mandata per essi una data scarica lo stesso termometro che vi è unito si riscalda egualmente.

Ora prendendo per unità la resistenza voltaica del filo normale, quella dell'eterogeneo d'eguale resistenza leidica, fu trovata eguale ad 1,77 di resistenza voltaica; ed in un altro caso consimile, nel quale il circuito eterogeneo risultava di fili di 3mm,23 e di 0mm,25 di diametro, le resistenze reali furono trovate, del filo normale = 1, e dell' eterogeneo = 9,9, abbenchè avessero essi l' identica resistenza leidica; laonde potremo dire:

Due circuiti di filo di rame d' eguale lunghezza e resistenza voltaica, uno formato di filo grosso e di filo sottile, e l'altro omogeneo e di grossezza intermedia, quello eterogeneo avrà minore resistenza leidica di quello omogeneo, e tanto minore quanta maggiore è la differenza dei diametri dei fili che formano il circuito eterogeneo. Od ancora: due circuiti derivati, uno di filo grosso, e di filo sottile, e l' altro di filo di grossezza intermedia, di eguali lunghezze e resistenza leidica: quello eterogeneo avrà maggiore resistenza reale, e tanto più quanto più grosso è l' uno dei fili che lo costituisce.

Quindi formai il circuito eterogeneo con striscie di rame e filo sottile, scelti per tentativi, in maniera da avere la medesima resistenza leidica e lunghezza del filo normale, e poscia misurai le loro resistenze voltaiche, ed ottenni i dati che seguono:

Circuito normale ed eterogeneo di eguali lunghezze e resistenze leidiche

Circuito eterogeneo formato da				Resistenza voltaica del circuito	
Striscia		Filo			
Lunga	Larga	Lungo	Grosso	Eterogeneo	Normale
470cm	120mm	515cm	0,165mm	18,3	1
500	59	475	»	16,9	»
570	34,4	474	»	14,8	»
630	16	355	»	12,7	»
670	12,8	301	»	11,2	»
690	9	295	»	10,1	»
780	6,5	207	»	8,3	»
820	3,75	165	»	3,8	»
980	1,8	00	»	3,5	»

Onde, dei due circuiti di resistenze leidiche eguali, quello eterogeneo mostra tanta maggiore resistenza reale di quello nor-

male quanta maggiore è la larghezza della striscia che ne forma parte: e perciò, a pari resistenze reali, le striscie larghe sono meno resistenti alla scarica di quelle strette. Questi fatti, in apparenza singolari, dipendono da estracorrenti inverse, risvegliate dalle scariche nei circuiti, come risulta confermato dalle varie esperienze qui appresso descritte.

Formai il circuito eterogeneo della consueta lunghezza, in parte con due fili (bifilo) paralleli e vicinissimi, di 0,5^{mm} di diametro, ed in parte con filo di 0,165^{mm}, scelti per tentativi di lunghezze tali da avere detto circuito la stessa resistenza leidica del normale. Poscia allontanai mano mano i capi del bifilo fra loro, ed osservai che la corrente per esso pareva crescere, mentre sembrava decrescere quella del circuito normale. Infatti quando i due capi del bifilo erano vicinissimi (distanti circa 4^{mm}), il termometro unito all'uno od all'altro circuito si riscaldava, per la stessa scarica, sempre di 52°: e quando i capi del bifilo erano portati a qualche metro di distanza fra di loro, il termometro unito col circuito normale si riscaldava di 36°, ed unito con l'eterogeneo di 78° per la medesima scarica di dianzi. La conducibilità leidica quindi di quest'ultimo aumenta con la distanza dei capi del bifilo; e la differenza apparirà anche maggiore quando si considera che il circuito eterogeneo ha una resistenza reale $= 3,7$, posta quella del normale $= 1$.

Quindi feci ancora un'altra esperienza. Formai il circuito eterogeneo con un filo eguale a quello normale, col quale messo in derivazione, la scarica vi si bipartiva egualmente. Poscia lo ripiegai ad ansa, così che la scarica doveva percorrerlo in direzioni opposte; e messo in derivazione col normale ottenni al termometro i seguenti riscaldamenti:

	Riscaldamenti
Termometro unito al normale disteso	40°
» » al circuito ad ansa	114°
Avvicinate le branche dell'ansa	
Termometro unito al normale disteso	34°
» » a quello ad ansa	129°
Avvicinate ancora le branche dell'ansa	
Termometro unito normale disteso	30°
» » a quello ad ansa	138°.

Queste esperienze sono analoghe alle precedenti e mostrano realmente, come si disse, che la cagione dei fenomeni studiati è l'induzione prodotta dalle scariche. Nel caso del bifilo le induzioni inverse prodotte fra di loro s' oppongono al passaggio della scarica; ed essa incontra una resistenza, la quale scema con l' allontanare i capi del bifilo fra di loro. Analogamente, un filo sottile od una striscia ristretta, sembrerà alla scarica più resistente di un filo grosso o di una striscia larga, perchè in quelli le estracorrenti inverse sono più poderose che in questi.

Nel caso poi del filo ad ansa, la scarica percorrendolo in opposte direzioni fa sì che le induzioni si contrastano, e tanto più quanto più prossimi sono i capi dell'ansa. Perciò coi capi dell' ansa vicini le estracorrenti inverse sono quasi nulle, ed il circuito sembrerà più conduttore che quando i capi medesimi trovansi più discosti fra di loro.

Perciò potremo dire in modo generale:

« Che se si abbiano due circuiti derivati, di eguale lunghezza
« e natura, si mostrerà di minore resistenza leidica quello nel
« quale si scemano, in un modo qualunque, le estra-correnti in-
« verse, prodotte dalla scarica dei condensatori ».

Altre simili ricerche, a circuiti derivati, furono fatte col filo normale, e con quello eterogeneo, costituito con fili di rame della stessa lunghezza ma di diametri successivamente crescenti. I riscaldamenti prodotti nel termometro, vicendevolmente unito all' uno od all' altro circuito furono, per alcune fra le molte misure da me eseguite, i seguenti:

Circuiti di rame derivati

NORMALE		ETEROGENEO		V. Resistenza vera dell'eterog. quella del normale = 1
I. Diamet. filo	II. Riscaldam.	III. Diametro filo	IV. Riscaldamento	
1,15mm	51	0,165	14	44,500
	59	0,300	36	11,500
	90	0,750	77	1,430
	85	1,350	90	0,390
	88	3,230	118	0,075

Considerando questi numeri si rileva, che col crescere del diametro il filo eterogeneo diminuisce la sua resistenza sì voltaica che leidica (colonna IV. e V.) come è naturale. Ma è poi singolarissimo il fatto, che col crescere del diametro di esso e del calore nel termometro ad esso unito (colonna IV.) cresce altresì il calore del termometro unito al normale in derivazione (colonna III.) fino ad un massimo, che poi rimane quasi invariato: come se col crescere del diametro dell'eterogeneo diminuisse non solo la propria resistenza, ma ancora la resistenza dell'altro circuito derivato, onde si verificherebbe per esso un aumento di derivazione.

Però le deviazioni galvanometriche non manifestano cotali anomalie, come dirò in seguito.

(Continua)

RIVISTA

Comptes Rendus, 1888.

(Fine del 2. semestre).

8, 9, 10. — Ch. Soret. *Sulla misura degl' indici di refrazione dei cristalli a due assi, con la osservazione degl' angoli limiti di riflessione totale sopra delle faccie qualunque.* — L' A. comincia col rammentare la equazione (1) della sua Nota del fascicolo 3 qui più sopra riportata; ed ora egli indica come il suo metodo si applica anche alle faccie refrangenti che passano vicino ai punti ombilicali. Egli ha ripreso il suo studio servendosi unicamente dell' onda di Fresnel e della costruzione di Huygens; ma la Nota non è suscettibile di un sunto, e il difetto di spazio ci impedisce di riportarla qui.

11, 12. — E. H. Amagat. *Compressibilità dei gas, ossigene, azoto, idrogene ed aria atmosferica fino a tremila atmosfere.* — L' A. segue lo stesso metodo che gli servì per i liquidi entro gli stessi limiti di pressione, ma in causa dei piccoli volumi occupati dai gas compressi, le difficoltà sono ora molto maggiori di prima; nulladimeno è arrivato a dei resultati concordanti e regolari, impiegando per la calibrazione dei tubi con fili di platino, lo stesso modo di lettura per contatti elettrici, che serve in seguito a valutare in quei tubi i volumi successivamente occupati dal gas compresso. Ottenne così, per uno stesso gas, con tubi differenti, delle curve quasi esattamente sovrapponibili. I resultati, che sono solamente i resultati così detti apparenti, differiscono notevolmente

da quelli numerici ottenuti dal Natterer; e le differenze, distribuite molto irregolarmente, arrivano a più centinaia di atmosfere nella parte delle ricerche comune ai due esperimentatori. In generale l' Amagat trova delle pressioni molto più forti di quelle indicate dal Natterer; e questo si può spiegare facilmente, discutendo le cause di errore probabile ed anche inevitabili del metodo del Natterer. I resultati riferiti in questa Nota sono soltanto quelli relativi a forti pressioni; e le pressioni inferiori a mille atmosfere saranno studiate a parte. Il quadro seguente indica, sotto le pressioni indicate nella prima colonna, i volumi a 15° occupati da una massa gassosa il di cui volume, a quella stessa temperatura ed alla pressione normale $0^m 76$, è l' unità.

Atmosfere	*Aria*	*Azoto*	*Ossigene*	*Idrogene*
750	0,002200	0,002262	»	»
1000	0,001974	0,002032	0,001735	0,001688
1500	0,001709	0,001763	0,001492	0,001344
2000	0,001566	0,001613	0,001373	0,001161
2500	0,001469	0,001515	0,001294	0,001047
3000	0,001401	0,001446	0,001235	0,000964

L' A. ha calcolato, da 500 in 500 atmosfere il coefficiente di compressibilità dei gas, coefficiente definito nello stesso modo che si fa pei liquidi; e presenta un altro quadro, ove si vede che, a molto forti pressioni, l' ossigene, l' azoto e l' aria, hanno quasi la stessa compressibilità, ed è dello stesso ordine di grandezza di quella dei liquidi. A 3000 atmosfere essa è sensibilmente eguale a quella dell' alcool alla pressione normale. La compressibilità dell' idrogene è molto più grande, e quasi il doppio; ed a 3000 atmosfere è quasi uguale a quella dell' etere alla pressione normale. Tali compressibilità aumentano con la temperatura; ed a questo proposito l' A. presenta un quadro per l' idrogene. Dal primo quadro, si deduce anche il seguente per le densità a 3000 atmosfere, e riferite all' acqua, ammettendo per la compressibilità del vetro il numero generalmente adottato.

Ossigene	*Densità apparenti*	1,0972	*reali*	1,1054
Aria	»	0,8752	»	0,8817
Azoto	»	0,8231	»	0,8293
Idrogene	»	0,0880	»	0,0887

Le curve aventi le pressioni per ascisse, ed i prodotti pv per ordinate, sono quasi linee rette, leggermente concave verso le ascisse.

E. Mathias. *Sui calorici specifici delle dissoluzioni.* — Considerando il caso delle dissoluzioni saline, per le quali il numero n

degli equivalenti del dissolvente per un equivalente del corpo disciolto è superiore od eguale a 25, in generale il calorico specifico γ_n è molto esattamente espresso dalla formula

$$(1) \qquad \gamma_n = \frac{a+n}{b+n} c,$$

c essendo il calorico specifico del dissolvente, ed a e b costanti determinate secondo le esperienze del Marignac e del Thomsen. Qui l' A. presenta un quadro del quale, dovendo limitarci, riprodurremo soltanto le due prime righe.

$$SO^3, HO + n HO, \quad \gamma_n = \frac{2,5+n}{7,3+n}, \quad HCL + n HO, \quad \gamma_n = \frac{2,73+n}{10,1+n}.$$

La concordanza arriva generalmente fino al millesimo.

Quella formula si interpreta facilmente. Sia e l' equivalente del dissolvente, e poniamo $b.\gamma_0 = ac$, ed $E = eb$. Allora dalla (1) si ha $E\gamma_0 + nec = \gamma_n (E + ne)$ che esprime il teorema seguente.

Quando una sostanza salina entra in soluzione diluita ($n \geq 25$), la legge di Woestyn è applicabile alla dissoluzione, e tutto avviene come se il corpo disciolto avesse preso un nuovo equivalente E, ed un nuovo calorico specifico γ_0, ambi indipendenti dalla diluizione.

13. — I. Bertrand. *Generalizzazione di un teorema di* Gauss. — « Qualunque sia il corpo attraente, il valor medio del potenziale ai differenti punti di una sfera è eguale al potenziale relativo al centro di questa sfera ». È il teorema di Gauss, che suppone la sfera esterna al corpo attraente. Sostituendo alla sfera piena una superficie sferica, quel teorema sussiste sempre. Se la superficie inviluppa il corpo attraente, il valor medio del potenziale è eguale alla massa attraente divisa pel raggio della sfera. Se il corpo attraente è parte nell' interno della sfera e in parte nell' esterno, il valor medio del potenziale sulla superficie sferica è eguale al potenziale al centro della sfera della parte esterna alla massa attraente, più la massa interna alla sfera divisa pel raggio della sfera.

Il teorema di Gauss è la traduzione geometrica della equazione di Laplace. La generalizzazione precedente, nel caso in cui la superficie sferica è infinitamente piccola e situata nell' interno della massa attraente, equivale alla equazione $\Delta^2 V = -4\pi\rho$. Se ne deduce che la elettricità libera, secondo le condizioni ammesse nella elettricità statica, deve portarsi alla superficie del corpo: altrimenti il valore costante di V sarebbe impossibile. I teoremi sul potenziale medio di uno strato sferico si dimostrano senza calcolo: essi sono la traduzione immediata di una identità algebrica. L' intervento delle equazioni differenziali che le traducono, è inutile

alla dimostrazione, come anche a quella dei corollarii che se ne deducono.

14. — G. Govi. *Il microscopio inventato da* GALILEO. (Vedi *N. Cimento*, marzo 1889).

A. Righi. *Sopra fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni* (*idem*. gennaio 1889).

E. Bichat. *Sui fenomeni actino-elettrici.* — Nei *Conti resi* del 7 Maggio 1888, l' A. ed il Blondlot, mostrarono che sostituendo nell' esperienza dello Stoletow, una lamina di acqua al piatto metallico non si otteneva deviazione alcuna nel galvanometro. Questo fatto sembra una prova che il trasporto della elettricità non avviene per conduzione, la qual cosa è confermata dalle esperienze seguenti.

Un cilindro metallico, coperto di nero fumo internamente, elettrizzato negativamente, comunica con l' elettrometro. Si illumina l' interno con luce ultra violetta, e la dispersione non è modificata; ma questa è accelerata se si illumina l' esterno del cilindro con luce elettrica. Se il fascio luminoso fosse conduttore, lo sarebbe così per un punto interno che per un esterno. L' A. descrive anche un' altra esperienza fatta con un mulinello elettrico da lui descritto nei *Conti resi* t. CIV e ne ricava la stessa conclusione; e poi passa alla seguente.

Se si illumina con radiazioni ultravioletto un conduttore unito ad un elettrometro, questo divien positivo al potenziale di 7 od 8 volt, ossia l' aria in contatto col conduttore si carica negativamente. È l' esperienza del Righi in forma diversa.

A. Righi. *Sopra alcuni nuovi fenomeni elettrici prodotti dalle radiazioni.* — L' A. fa un riassunto dei resultati ottenuti da lui e menzionati in una Nota presentata all' Accademia dei Lincei nel 4 marzo 1888, e che ha per titolo *Di alcuni fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni*, e che abbiamo già inserita nel *N. Cimento* (vol. 23 pag. 61, 1888), Nota che poi ebbe una continuazione (vol. 24 pag. 11, e 25 1889) riprodotta pure in questo giornale. In questa Nota dei *Comptes rendus*, l' A. espone altresì, in riassunto, i resultati ottenuti dopo quella Nota del 4 marzo 1888, in lavori che per intiero si ritroveranno nel *N. Cimento.*

15. — G. Govi. *Nuovo metodo per costruire e calcolare il luogo, la grandezza delle immagini date dalle lenti o dai sistemi ottici complessi* (*N. Cimento* marzo 1889).

16. — G. Govi. *Sui colori latenti dei corpi.* — Come si sa, se si illuminano i corpi con radiazioni semplici essi sembrano colorati sol quando la luce che li colpisce può da essi esser diffusa o trasmessa. Per es. il carminio sembra nero nella luce verde o nella azzurra, e non è rossa che nel rosso, ed altri simili esempi

son citati dall' A. Non vi sono che i miscugli di colori che possono illuminarsi in parti differenti dello spettro, abbenchè le loro tinte non appariscono che indebolite, o mescolate di oscurità. Si devono queste nozioni a Newton.

Se, in questo stato di cose, si fosse voluto prevedere l' effetto che sarebbe stato prodotto sopra del biioduro di mercurio, sopra del minio, sopra dell' aranciato del cromo, ecc., da altre radiazioni spettrali o semplici, che le radiazioni aranciate, si sarebbe detto che quelle materie coloranti vi avrebbero perduto o in gran parte o completamente la loro bella tinta aranciata e il loro splendore, che sarebbero diventate brune o nere. Ora nulla è vero di ciò; perchè alla luce del vapore incandescente del sodio, quelle sostanze, in luogo di oscurarsi o di perdere in colorazione, acquistano un vivo color giallo, ossia la luce della linea D del sodio, e perdono ogni traccia di rosso, senza parere esser meno luminose per quella perdita. È un fenomeno impreveduto, e che, veduto la prima volta, fa grande impressione.

Dunque quelle anzidette sostanze si comportano alla luce D come materie bianche o gialle, e non sono aranciate che alla luce ordinaria, ma il loro color proprio, quello che diffondono in maggior proporzione, è tutt' altro; esso è giallo e non rosso, e precisamente di quel raggio irraggiato dai vapori incandescenti del sodio e che manca, od è in debol proporzione nei raggi solari. Quelle materie devon dunque parer più rosse con la luce solare che a quella dei solidi incandescenti la quale contiene i raggi D diffusi più specialmente da quei corpi. Due striscie di carta vicine fra loro, sopra un fondo nero, coperte di bianco di piombo, di giallo di cromo e di biioduro di mercurio, illuminata da luce D, appena si distinguono l' una dall' altra, perchè il poter diffusivo del biioduro relativamente al rosso ed all' aranciato è molto minore del suo poter diffusivo per la luce D.

Ma vi è altra cosa più sorprendente ancora; ponendo presso una striscia di biioduro di mercurio un' altra striscia di solfuro di mercurio, il quale alla luce ordinaria sembra aver quasi lo stesso colore, si vedono le due striscie differire completamente alla luce del sodio. Il biioduro impallidisce, quasi bianco, e il solfuro imbruna così che par terra d' ombra. Ecco dunque dei corpi, che sarebbero gialli in luogo di parer rossi, se le ordinarie sorgenti di luce contenessero una quantità sufficiente di luce D.

La luce ordinaria non ci mostra dunque il vero colore di quei corpi, e ci vuole una luce speciale onde il vero colore *invisibile*, o *latente* si manifesti; e ciò che è vero per quei corpi lo sarà anche per altri. La luce solare non contenendo che debol parte di tutte le radiazioni spettanti alle strie di Fraunhofer, non

può mostrarci sempre il vero colore dei corpi; e potrebbero esserci delle materie nere al sole, e che sarebbero colorate nella luce dell' idrogene, del litio, ecc.

Se si vuol chiamare *colore proprio* di un corpo quello che risulta dalle radiazioni diffuse o trasmesse in maggior quantità, si può dire che i colori proprii sono imperfettamente conosciuti; 1° perchè la luce solare non contenendo tutte le radiazioni colorate visibili, non ci può mostrare il vero colore dei corpi; 2° perchè la luce dei solidi incandescenti che contiene tutte le radiazioni visibili, non basta per mostrarci i corpi col loro colore proprio; 3° perchè a voler scoprire quel colore, bisogna illuminare il corpo con uno spettro continuo senza strie, o con radiazioni semplici di gas incandescenti. Allora il color vero è quello diffuso o trasmesso in maggior quantità, ed è il miscuglio dei colori diffusi o trasmessi in maggiori proporzioni; 4° perchè, vi sono dei corpi il di cui color proprio è *visibile* o *latente*, nelle condizioni ordinarie di illuminazione, abbenchè si possa scoprire con una luce conveniente.

E. H. Amagat. *Ricerche sulla elasticità del cristallo.* — L'A. ha determinato il coefficiente k di compressibilità cubica, quello μ del coefficiente e il coefficiente α di compressibilità lineare di Poisson, col metodo da lui indicato nella nota del 13 febbraio ultimo, nei *Conti resi*, e che consiste nel valutare la variazione di volume interno per trazione, e poi per pressione esterna, ciò che fornisce due note equazioni per ottener quei coefficienti. Non ha seguito il metodo del Wertheim perchè nel caso di un cristallo è impossibile seguirlo con buoni resultati.

L' A. si servì di tubi di cristallo tirati e rincotti con molte cure, per conservarli omogenei, assai regolari ed un poco più lunghi di un metro. Alvergniat ne fece dei piezometri che avevano bulbi cilindrici lunghi un metro ed a basi piane, per poter far uso delle formule. Per mezzo di un apparecchio particolare si potè ottenere uno stiramento regolare ed evitare la rottura dei tubi. Il bulbo cilindrico stava entro un manicotto di vetro attraversato da una corrente costante di acqua.

L'A. ottenne in media, dalle sue esperienze i seguenti valori.

$$\mu = 0{,}2499 \,. \qquad \alpha = 0{,}000001602 \,, \qquad k = 0{,}000002405.$$

Il valor medio del coefficiente di Poisson è identico al valore trovato dal Cornu pel cristallo. La Nota termina con alcune considerazioni generali.

J. L. Soret e Ch. Soret. *Osservazioni sul punto neutro di* Brewster. — Gli Autori hanno potuto osservare stando in cima al Rigi (altitudine 1800^{m}) il punto neutro di polarizzazione atmosferica al disotto del sole, e che fu indicato dal Brewster.

Nei giorni 23 e 24 settembre, dalle 8 alle 9, 40' del mattino,

con tempo chiaro, e con un polariscopio Savart, gli Autori misurarono le distanze dal sole di quel punto, e nella Nota è inclusa una serie di valori ottenuti, dei quali il più piccolo è di 15° e il più forte di 17°20'. Misurarono anche il punto neutro del Babinet che sta al disopra del sole, e per lui trovarono una distanza dai 15 ai 16°.

18. — M. JANSEN. *Sullo spettro tellurico nelle alte stazioni, e particolarmente sullo spettro dell' ossigene.* — L' A. volle verificare se i gruppi di linee nere A, B ed α dello spettro solare, prodotti dall' ossigeno, diminuiscono di intensità all' aumentare dell' altitudine; o, in altri termini, se la luce solare prima di entrare nell' atmosfera ha o no nel suo spettro quelle linee, che sono nel rosso e nell' aranciato. Ma è pure in tal luogo ove sono i più importanti gruppi di linee dovute al vapore di acqua; per la qual cosa l' A. pensò di fare le sue osservazioni sulle Alpi, nella stazione dei *Grands Mulets*, nel monte Bianco, a più di 3000^m di altezza, e ad una temperatura molto inferiore allo zero, onde così si aveva anche il vantaggio di eliminare la influenza del vapor d' acqua. Questa Nota contiene una interessante descrizione dei disagi e dei pericoli incontrati dal Janssen per ascendere il Monte Bianco nell' Ottobre, durante un freddo rigorosissimo, quando il rifugio dei Grands Mulets era già stato abbandonato. Fu adoperato uno spettroscopio a più prismi.

Prima di tutto, a quell' altezza, sparirono le linee e le striscie dovute al vapor d' acqua. Le striscie (*bandes*) dell' ossigene, del rosso, del giallo e dell' azzurro sparirono esse pure; e dunque non pare che si possano attribuire alla luce solare. Il calcolo mostra che l' azione della atmosfera terrestre, al di sopra di 3000^m deve esser enormemente minore di quella necessaria per far apparire quelle striscie nei tubi.

Ma le strie, A, B ed α dell' ossigene sono formate da linee per la maggior parte oscure. L' A. le ha studiate a parte, ed ha veduto un grande indebolimento della B e delle linee vicine e dell'α. A era difficilmente visibile, e potè concludere che ai limiti dell' atmosfera tutte quelle linee sparirebbero. È dunque un fenomeno esclusivamente tellurico. L' A. conclude che l' ossigene non esiste nell' atmosfera solare, in uno stato tale da produrre quel fenomeno spettrale.

CH. ANTOINE. *Tensione dei vapori, e nuova relazione fra le tensioni e le temperature.* — Il Bertrand dimostra nella sua termodinamica, per le pressioni dei vapori saturi la formula

$$P = G\left(\frac{T - \lambda}{T}\right)^{\alpha}. \qquad (1)$$

Il Dupré diede pel vapor d'acqua la formula

$$(2) \qquad \log P = 17{,}44324 - \frac{2798}{T} - 3{,}8682 . \log T$$

Ponendo $y = P . \left(\frac{dP}{dT}\right)$, differenziando, l'A. esprime y in funzione di T, ottenendo per la prima l'equazione di una parabola, e per la (2) una iperbola. Ma l'A. dimostrò già, fra limiti molto estesi di temperatura, che la funzione

$$P = \left(\frac{t + 55}{155}\right)^{5,5}$$

rappresenta praticamente le pressioni del vapor d'acqua, in atmosfere, e ne deduce la equazione di una retta,

$$(3) \qquad y = \frac{t + 55}{55} .$$

Nella (1) si può prendere per α un numero qualunque fra 43 e 100, ma poi dedurne il respettivo valore di λ. Con ciò un infinità di parabole, che, per temperature da 40^0 a 200^0, si approssimeranno alla retta (3). Ci possiamo domandare se, contando le temperature θ a partire da un zero speciale ad ogni vapore, esiste una parabola tale, $y = C\,\theta^2$, che sarebbe più conforme ai dati delle esperienze, della retta che si dedurrebbe dalla $P = A\theta^{5,5}$. In questo caso, dalla $y = C\,\theta^2$, integrando si ha un'espressione della forma

$$(4) \qquad \log P = A\left(D - \frac{1}{\theta}\right),$$

A e D essendo determinabili esperimentalmente. Ponendo $\theta = 230 + t$, l'A. presenta delle tavole numeriche, pel confronto fra quella formula e le esperienze, pel vapor d'acqua.

E. L. TROUVELOT. *La fotografia applicata allo studio delle scariche elettriche.* — L'A. per costringer la scintilla a mantenersi in contatto immediato con la superficie sensibilizzata, adoprò un condensatore a lamine di stagno, ed ottenne delle immagini ben nette ed eleganti. La immagine del polo positivo è sinuosa e ramificata. In generale le branche principali del polo negativo sono rette, sovente spezzate ad angolo retto.

19, 20. — CH. ANTOINE. *Calcolo delle tensioni di diversi vapori.* — L'A. ha applicata la sua formula (4) anzidetta a circa nove vapori, determinando le costanti.

M. VASCHY. *Sul modo di attenuare gli effetti nocivi dell'extracorrente nelle elettrocalamite.* — È una Nota essenzialmente pratica, ma non suscettibile di un breve sunto.

F. GODFROY. *Nuovo metodo per migliorare il rendimento delle linee telegrafiche a grandi distanze* — È pure una Nota essenzialmente pratica, ma non suscettibile di sunto.

E. L. TROUVELOT. *Fenomeni prodotti dalle scariche elettriche sulla carta pellicolare* Eastman. — L'A. adoperò un rocchetto d'induzione per la scarica sopra carta negativa sensibilizzata Eastman, e descrive minutamente le traccie lasciate dalla scarica, ossia le sue ramificazioni. Vi troviamo in quella descrizione, ciò che segue. Se si prende una prova, un *cliché*, così ottenuto, fissato e secco, e se, ponendolo sul condensatore, già menzionato dall'A. nella sua Nota più sopra, si provoca una scarica del rocchetto sul punto corrispondente ove già si fece la prima scarica, si osserva il fenomeno seguente. Se si scarica il polo negativo sopra una prova che contiene una immagine della elettricità positiva, si osservano delle linee biancastre che si allungano e si allargano gradatamente con altre scariche che seguono la prima, e seguono generalmente le ramificazioni della prova positiva. Ma se si fa la stessa esperienza scaricando il polo positivo sopra l'immagine del polo negativo, nulla si osserva di simile.

21. — CH. ANTOINE. *Tensioni dei diversi vapori.* — L'A. ha determinate le costanti della sua più sopra detta formola, per altri diciotto vapori, e ne presenta i valori.

22. — H. LE CHATELIER. *Sulla determinazione dei coefficienti di dilatazione ad alte temperature.* — Per la misura delle temperature l'A. adopera la coppia termoelettrica platino-platino rodiato, e per la misura delle lunghezze il metodo fotografico, ed espone tutte le cautele necessarie in tal metodo. L'A. fa osservare la utilità di conoscere quei coefficienti, fatta astrazione dall'importanza scientifica, e presenta i resultati di alcune sue misure, per la porcellana e per alcuni metalli.

R. BLONDLOT e P. CURIE. *Elettrometro astatico che può servire da wattmetro.* — L'ago è composto da due semicerchi sostenuti da un pezzo di ebanite; ed i settori sono pure dei semicerchi. Se V_1, V_2, V_3, V_4 sono i potenziali dei due semicerchi dell'ago e dei settori, per l'angolo di deviazione si ha

$$\alpha = K(V_1 - V_2)(V_3 - V_4).$$

purchè l'angolo formato dalle due fenditure diametrali non sia piccolissimo.

La posizione di equilibrio dell'ago è determinato da due fili finissimi di platino, tesi sopra e sotto l'ago, come nel galvanometro Deprez d'Arsonval. I settori fissi sono quattro, due sopra e due sotto all'ago, e sono magnetici per smorzare, come nell'elettrometro Donati, le oscillazioni.

Gli Autori descrivono, come può servire da elettrometro ordinario, o da vattmetro, o da elettrometro differenziale.

23, 24, 25. — H. Poincaré. *Sulla teoria analitica del calore.* — In altra Nota (*Comptes rendus* t. CIV) l' A. studiando il raffreddamento di un solido omogeneo ed isotropo, mostrò esistere una infinità di funzioni U_1, $U_2, \ldots U_n \ldots$ che soddisfanno nell' interno alla equazione $\Delta U_n + k_n U_n = 0$, e per la superficie, alla

$$\frac{d\,U_n}{dn} + h\,U_n = 0\,.$$

h è costante positiva che dipende dal potere emissivo. k_1, $k_2 \ldots$ son costanti positive a determinarsi. Applicando questo resultato alla determinazione della temperatura in un dato punto ed in un dato istante, si incontra il seguente caso. Bisogna trovare un limite inferiore a k_2. Ci si limita al caso di un solido *convesso*, e di $h = 0$. V è una funzione qualunque di x, y, z, $d\tau$ e $d\tau'$ due elementi di volume. x, y, z ed x', y', z' le coordinate dei centri di gravità M ed M' di quei due elementi. V e V' i valori di V in M ed M'. W il volume totale del corpo. Ci si può proporre di scegliere V in modo da render minimo il rapporto

$$(1) \qquad \frac{2\,W \int \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dz}\right)^2 \right] d\tau}{\iint \left(V - V' \right)^2 d\tau\, d\tau'}$$

ed è facile vedere che quel minimo è k_2. Poniamo allora

$$\begin{aligned} x &= \xi + \rho \cos\phi \,\text{sen}\,\theta\,, & x' &= \xi + \rho' \cos\phi\,\text{sen}\,\theta\,, \\ y &= \eta + \rho\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta\,, & y' &= \eta + \rho'\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta\,, \\ z &= \rho\cos\theta\,, & z' &= \rho'\cos\theta\,, \end{aligned}$$

e la (1) diverrà

$$(2) \qquad \frac{3W}{\pi} \frac{\int \left(\frac{dV}{d\rho}\right)^2 \text{sen}\,\theta\cos\theta\, d\rho\, d\xi\, d\eta\, d\theta\, d\phi}{\int (V - V')^2 (\rho - \rho')^2\, \text{sen}\,\theta \cos\theta\, d\rho\, d\rho'\, d\xi\, d\eta\, d\theta\, d\phi}$$

ove si ha

$$\frac{dV}{d\rho} = \frac{dV}{dx}\cos\phi\,\text{sen}\,\theta + \frac{dV}{dy}\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta + \frac{dV}{dz}\cos\theta\,.$$

Se dapprima si integra per ρ e per ρ', ecco come si troveranno i limiti della integrazione. Se ξ, η, ϕ, e θ restano costanti e ρ varia il punto (x, y, z) descrive una linea retta.

Questa retta taglia la superficie del solido in due punti, e ρ_0 e ρ_1 sono i valori corrispondenti di ρ. I limiti di integrazione per ρ e ρ' saranno ρ_0 e ρ_1. Si avrà $\rho_1 - \rho_0 < \lambda$ che è la più grande distanza di due punti alla superficie del solido.

Siamo così condotti a cercare il minimo del rapporto fra i due integrali

$$B = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \left(\frac{dV}{d\rho}\right)^2 d\rho\,, \qquad A = \int_{\rho_0}^{\rho_1}\int_{\rho_0}^{\rho_1} (V - V')^2 (\rho - \rho')^2 d\rho\, d\rho'\,,$$

che per ragioni di omogeneità deve esser della forma

$$\frac{2\,k_0}{(\rho_1 - \rho_0)^5}\,,$$

k_0 essendo una costante numerica, la di cui determinazione dipende dalla integrazione di una equazione differenziale, e dalla risoluzione di una equazione trascendente.

Si avrà dunque $\dfrac{B}{A} > \dfrac{2\,k_0}{(\rho_1 - \rho_0)^5} > \dfrac{2k_0}{\lambda^5}$.

Nel calcolo degl' integrali della (2), i limiti sono 0 e 2π per ϕ, e 0 e $\pi/2$ per θ. Le funzioni sotto il segno integrale sono sempre positive. La (2), trasformazione della (1), sarà sempre maggiore di

$$\frac{6\,k_0\,W}{\pi\,\lambda^5}\,, \qquad \text{onde}\; k_2 > \frac{6\,k_0\,W}{\pi\,\lambda^5}\,.$$

Dividendo il solido in $n - 1$ solidi parziali convessi, ragionando come nella Nota citata, avremo

$$k_n > \frac{6\,k_c}{\pi}\,\frac{W}{\lambda^5}\,,$$

$\dfrac{W}{\lambda^5}$ essendo il valore di questa frazione calcolata per quello degl' $n - 1$ solidi parziali per il quale questa frazione è la più piccola. Si può scegliere n grande, e la decomposizione in modo che quella frazione sia grande quanto si vuole; e dunque k_n *cresce indefinitamente con n*. Il teorema è dimostrato per un solido qualunque e per $h = 0$, e poichè h_n aumenta con h, è vero per h qualunque. Ecco un modo per trovare un limite *superiore* di k_n. Siano F_1, $F_2 \ldots$, F_n, n funzioni qualunque di x, y, z. Poniamo

$$F = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 \ldots + \alpha_n F_n\,,$$

α_1, $\alpha_2 \ldots$ essendo indeterminate. Poniamo ancora

$$B = h\int F^2\,dw + \int\left[\left(\frac{dF}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dF}{dz}\right)\right]^2 dt\,, \quad A = \int F^2\,dt.$$

A e B saranno forme quadratiche relativamente alle n indeterminate $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$.

Formiamo la forma $B - \lambda A$, ove λ è un coefficiente qualunque; e scriviamo che il discriminante di questa forma è nullo. Otterremo una equazione algebrica di grado n in λ. Questa equazione avrà tutte le sue radici reali e positive. Siano

$$\lambda_1, \lambda_2 \ldots \ldots \lambda_n,$$

le sue radici per ordine di grandezza crescente. Si avrà $\lambda_1 > k_1$, $\lambda_2 > k_2 \ldots \lambda_n > k_n$.

Ecco altro modo per trovare un limite superiore di k_2, nel caso $h = 0$. Si dovrà avere alla superficie del corpo $\alpha u + \beta v + \gamma w = 0$, α, β, γ essendo i coseni direttori della normale alla superficie del corpo. Allora il rapporto

$$\frac{\int\left(\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} + \frac{dw}{dz}\right)^2 dt}{\int(u^2 + v^2 + w^2)\, dt}$$

sarà sempre maggiore di k_2.

26, 27. — CH. ANTOINE. *Volumi dei vapori saturi.* — Secondo lo Zeuner fra la pressione e il volume del vapor d'acqua si ha la relazione $pv^n = c$. Le pressioni sono date dalla formula

$$\log p = A\left(D - \frac{1000}{\theta}\right). \tag{2}$$

Dalla $pv^n = c$ e dalla (2) si deduce

$$\log v = \frac{1}{n}\left(\log c - AD\right) + \frac{1000}{n}\,\frac{A}{\theta}.$$

Pel vapor d'acqua, Zeuner ammette $n = 1{,}0646$. L'A. ha esteso questo coefficiente ad altri vapori, e dalla formula $p = \overline{A\theta^{5,5}}$ deduce una prima approssimazione del volume, del calor totale, del coefficiente di dilatazione etc. dei gas e dei vapori. Convien ridurre questa approssimazione. Ci si avvicina alla realtà dei fatti ponendo $n = 1{,}05597$, $1000 = n \, . \, 947$. Da ciò l'A. i coefficienti A della (2) per diversi vapori: p. es. pel vapor d'acqua, $A = 1{,}6844$, per l'etere, $A = 1{,}185$, pel solfuro di carbonio, $A = 1{,}202$. Il coefficiente k della formula

$$\log v = k + 947\,\frac{A}{\theta}$$

si determina conoscendo il volume v per la temperatura θ. Qui l'A. presenta i valori di log v e di θ per i citati vapori. Per es. pel vapor d'acqua.

$\log v = \frac{1595}{\theta} - 1,61585$, e $\theta = 230 + t$; e per l'etere

$\log v = \frac{1122}{\theta} - 1,52500$, e $\theta = 242 + t$. Pel solfuro di carbonio

$\log v = \frac{1138}{\theta} - 1,37340$, e $\theta = 246 + t$. In questi quadri numerici è trascurato il volume di un chilogrammo di liquido in presenza del volume del suo vapore.

M. VASCHY. *Propagazione della corrente in una linea telegrafica.* — Se Rl è la resistenza, Cl la capacità, ed Ll la selfinduzione della linea di lunghezza l, si ha essendo V il potenziale in un punto di ascissa x all'epoca t,

$$\frac{d^2V}{dx^2} = CR\frac{dV}{dt} + Cl\frac{d^2V}{dt^2}. \tag{1}$$

Se L è nullo si ha la equazione dalla quale Sir W. Thomson dedusse, nel 1856, la sua teoria della propagazione in lunghe linee sotto marine.

Sia, all'origine della linea, il potenziale portato bruscamente da zero ad E. Qual sarà il regime della corrente nell'altra estremità? Secondo il Thomson, indicando con t le ascisse e con la intensità i le ordinate, si ottiene una curva che è la stessa per tutte le linee. La i cresce costantemente verso un massimo che è il valor finale in regime permanente. Ma la integrazione della (1) conduce ad un resultato molto diverso. Ponendo $l\sqrt{CL} = \theta$, e $CRl^2 = T$, i resta zero da $t = 0$ fino al tempo $t = \theta$; e nell'epoca θ prende il valore finito $\frac{2T}{\theta}e^{-\frac{T}{2\theta}}$, poi varia in modo continuo fino al tempo $t = 3\theta$. Subisce allora un nuovo valore uguale a $\frac{6T}{\theta}e^{-\frac{3T}{2\theta}}$, per variare in modo continuo fino a $t = 5\theta$ e così via via. La intensità all'origine subisce delle variazioni brusche nelle epoche 0, 2θ, 4θ..., e ciò mette in evidenza, le riflessioni successive dell'onda elettrica nelle due estremità, e la velocità finita di propagazione relativamente all'onda. Questa conclusione è conforme a quella di Fizeau e Gonelle, nelle esperienze fra Parigi, Amiens e Rouen. (*Comptes rendus* t. XXX). Quella velocità è

$$\frac{l}{\theta} = \frac{1}{\sqrt{CL}} = a.$$

Inoltre, la curva di arrivo della corrente ha forme differenti a seconda del rapporto di θ a T. Qui l' A. entra in alcuni dettagli che per brevità dobbiamo tralasciare. Se la linea ha una perdita uniforme, il secondo membro della (1) deve esser completato con l'aggiunta del termine $RV : R_1 = m^2 V$, indicando con R_1 l'isolamento per la unità di lunghezza. Se $R_1 = L : CR$, l'integrale è

$$V = e^{mx} f\left(t + \frac{x}{a}\right) + e^{-mx} \varphi\left(t - \frac{x}{a}\right)$$

che indica che le onde elettriche si propagano *senza cangiar forma*, decrescendo in amplitudine con progressione geometrica. La Nota termina con una applicazione al caso pratico della telegrafia.

X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Philosoph. Magazine, Vol. XXVI, 1888.

158. — A. Kundt. *Sull' indice di refrazione dei metalli.* — Gl' indici di refrazione sono stati determinati dall' A. col metodo diretto della deviazione prismatica, adoperando delle sottilissime lamine metalliche deposte galvanicamente sul vetro platinato. Questo vetro, dello spessore di 6 mm., fu platinato dall' A. stesso, e coi più potenti microscopi fu riconosciuto che lo strato metallico era perfettamente omogeneo. Per far depositare le lamine prismatiche di altri metalli, l' A. poneva la lastra platinata in posizione orizzontale, e l'anodo metallico verticale in modo che non toccasse il platino. Fra la lastra platinata e l' anodo era posto uno strato sottile della soluzione elettrolitica, e così al passaggio della corrente si deponevano due lamine metalliche inclinate, collo spigolo in corrispondenza dell' anodo.

Il valore trovato in questo modo per gl' indici di refrazione dei metalli rappresenta il rapporto fra le velocità della luce nell' aria e nei metalli, come l' A. ha potuto verificare facendo cadere i raggi luminosi sulle lamine metalliche una volta dopo che avevano attraversato l' aria, e un' altra volta dopo di aver attraversato un altro fluido di refrazione conosciuta, e costatando che l' indice calcolato per questa seconda esperienza coincideva con quello osservato.

Gl' indici trovati sono i seguenti:

	Verde	Bianco	Bleu
Argento . . .		0,27	
Oro	0,38	0,58	1,00
Rame	0,45	0,65	0,95
Platino . . .	1,76	1,64	1,44
Ferro	1,81	1,73	1,52
Nichel. . . .	2,17	2,01	1,85
Bismuto. . .	2,61	2,26	2,13

Da questa tavola si vede che per la velocità di propagazione della luce i metalli si dispongono nello stesso ordine che hanno rispetto alla conduttività elettrica. Infatti prendendo come 100 la velocità dei raggi verdi nell' argento, per gli altri metalli si hanno le velocità: argento 100, oro 71, rame 60, platino 15,3, ferro 14,9, nichel 12,4 bismuto 10,3.

L'A. si propone di ricercare se gl' indici di refrazione dei metalli cambiano, com' è probabile che avvenga, quando i metalli son situati in un forte campo magnetico.

H. Tomlinson. *Di una teoria relativa alla perdita subitanea della proprietà magnetica nel ferro e nel nichel.* — Dalle proprie esperienze sulla recalescenza (*N. Cim.* XXV, p. 76) e da quelle di altri, l' A. deduce che alle temperature critiche indicate in quel suo precedente lavoro vi deve essere una specie di ricostituzione molecolare nel nichel e nel ferro. Per spiegar quei fenomeni l'A. ammette che le molecole di ferro contengano degli atomi magnetici suscettibili di movimenti di traslazione e di rotazione, che tendano a formare dei circuiti magnetici chiusi, ma che non possono riuscirvi alla temperatura ordinaria per il ravvicinamento dei loro centri. Aumentando la temperatura quei centri si allontanano, fino verso 680°, che è la temperatura alla quale il ferro perde il magnetismo, alla qual temperatura le loro estremità polari si ricongiungono, costituendo circuiti chiusi, e allora non si presentano proprietà magnetiche all' esterno. Raffreddando il ferro, i centri anzi detti si riavvicinano, e riappariscono le proprietà magnetiche.

J. Joly. *Su un fotometro a diffusione.* — È un apparecchio semplicissimo, formato da due prismi retti di paraffina, di dimensioni uguali, e sovrapposti l' uno all' altro. Se questo doppio prisma si pone fra le due sorgenti luminose da confrontare colla faccia d' unione perpendicolare alla retta che riunisce le due sor-

genti, retta che deve attraversare quella faccia, la superficie di separazione fra i due prismi è visibile come una fenditura, finchè le quantità di luce che vi arrivano dalle due parti non sono uguali. Situando perciò il fotometro fra le due sorgenti in modo che la fenditura non sia più visibile, le intensità relative delle due sorgenti staranno fra loro come le inverse dei quadrati delle loro distanze dal piano di separazione fra i due prismi. Invece della paraffina l' A. ha usato con vantaggio delle lastre di vetro spulito.

Detto. *Su un metodo per determinare il peso specifico di piccoli frammenti di sostanze molto dense o porose.* — La sostanza di cui si vuol trovare il peso specifico si pesa esattamente, e poi si fa penetrare, scaldandola dolcemente, entro un piccolo pezzo di paraffina, di cui si conosce il peso, e poi si pone il tutto in una soluzione salina la cui densità sia tale che questo solido così formato vi si mantenga in equilibrio a qualunque profondità. Se W è il peso del frammento dato, ω quello della paraffina, σ il peso specifico della paraffina e s quello della soluzione anzi detta, il peso specifico S della sostanza data è

$$S = \frac{W}{(W + \omega)/s - \omega/s} .$$

T. H. Blakesley. *Sul ritardo della magnetizzazione.* — In questo lavoro, che è essenzialmente analitico, l' A. stabilisce che il ritardo anzi detto esiste realmente, e indica come possa esser misurato per mezzo dei dinamometri. Il ritardo è attribuito a uno sforzo magnetico prodotto dall' aumento o dalla diminuzione del magnetismo e sempre in direzione contraria, analogamente all' attrito che è sempre in direzione opposta a quella del moto.

C. V. Burton. *Della f. e. m. di contatto.* — Secondo l' A. l' azione molecolare che produce una f. e. m. di contatto fra due conduttori è limitata all' immediata vicinanza del contatto stesso. Di più, per le sostanze chimicamente inattive, la f. e. m. reale di contatto fra due sostanze è uguale al loro coefficiente dell' effetto Peltier, espresso in misura assoluta; e per quelle chimicamente attive, ma prive di effetto Peltier, la f. e. m. è uguale all' energia di combinazione di uno degli equivalenti elettrochimici. Poichè la sede dell' effetto Peltier può esser soltanto al contatto fra' metalli, ne resulterebbe che la f. e. m. apparente di contatto (misurata per induzione) dovesse esser dovuta specialmente al contatto fra l' aria e i metalli.

Da esperienze fatte per determinare la f. e. m. di contatto fra il vetro e l' ebanite col mercurio, l' A. conclude poi che non

vi ha f. e. m. di contatto, reale e ben definita fra i conduttori e i coibenti.

Nella discussione fatta di questa Memoria alla *Phisical Society* dai proff. Ayrton, Schuster, Thompson e Perry fu fatto osservare all' A. che per decider la questione bisognerebbe fare delle esperienze sulla f. e. m. di contatto nel vuoto assoluto. Ma l' A. ritiene che ciò sia impraticabile, e dice che tutto si riduce a riconoscere se i suoi ragionamenti sono o no concludenti.

W. E. Ayrton e J. Perry. *Nota sulla regolazione dei motori elettrici.* — La disposizione più recente adottata dagli A. per un sistema a corrente costante, consiste nel far uso di un motore in derivazione e di alcuni accumulatori montati in serie con l' indotto. Un commutatore speciale permette di caricare gli accumulatori quando il motore è in riposo.

Ammettendo per la f. e. m. dei motori la relazione

$$E = n\,(p + t\,Z)\,,$$

ove n è la velocità, Z il numero delle spire sui magneti di campo, p e t due costanti, la velocità alla quale il motore si regolerà sarà

$$n = \frac{z + a + a'}{t}\,,$$

e la corrente costante sarà

$$C = \frac{e - np}{a + a'}$$

essendo z e a le resistenze della derivazione e dell' indotto, e ed a la f. e. m. e la resistenza degli accumulatori. Si vede che basta un piccol numero di accumulatori per poter avere un valore di C assai grande, perchè a e a' possono essere piccoli, mentre np non è molto grande.

S. P. Thompson. *Sulle formule di* Bernouilli *e di* Haecker *per la forza portante dei magneti.* — Bernouilli riteneva la portata P di una calamita proporzionale alla radice cubica del quadrato del peso W della calamita; Haecker pose più precisamente

$$P = a\sqrt[3]{W^2}$$

indicando con a una costante che dipende dalla qualità dell' acciaio e dalla forma della calamita. L' A., supponendo che l' induzione magnetica B sia uniforme alla superficie, mostra che per una superficie polare di area A, il valore di P in dine è

$$P = \frac{1}{8\pi}\,B^2\,A\,.$$

Si ha così anche un modo facile per misurar B. Se si misura P in Cg e A in cm² si ha

$$B = 5000 \sqrt{P/A}.$$

La costante a della formula di Haecker può ritenersi dunque data da

$$a = \frac{1}{8\pi} B^2 d^{3/2} c,$$

se d è la densità dell'acciaio, e c il rapporto fra la superficie polare e la superficie di un cubo che abbia lo stesso volume del magnete.

159. — J. VAN' T HOFF. *Sulla funzione della pressione osmotica nell' analogia fra le soluzioni e i gas.* — In questo lavoro l'A. stabilisce delle analogie, dalle quali si ottengono, per le soluzioni, delle leggi simili a quelle di Avogadro e di Gay Lussac pei gas. Le conclusioni dell' A. furon poi discusse dal Duhem in due Note, cui fu già accennato in questo Giornale (vol. XXIII, pag. 271 e 276).

W. W. HOLDANE GEE e H. HOLDEN. *Esperienze sull' elettrolisi. II. Conduttività irreciproca.* — Seguendo il Christiani, gli A. dicono che si ha conduttività irreciproca quando un cangiamento nella direzione della corrente elettrica produce una variazione nella sua intensità. Gli A. hanno osservato che quando per elettrolito si adopra l' acido solforico concentrato, e quando gli elettroliti sono di platino, la decomposizione cessa quasi del tutto allorchè, diminuendo la resistenza del circuito, si cerca di aumentare la corrente al di là di un certo valore. Quando si giunge a questo stato, detto stato d' isolamento, basta cambiare il senso della corrente per ristabilire immediatamente la conduttività.

La densità della corrente è un elemento importante in questo fenomeno, e la composizione, la vischiosità e la temperatura dell' elettrolito, nonchè la natura degli elettrodi influiscono molto sulla densità della corrente per la quale si produce quello stato d' isolamento. Secondo gli A. lo strato isolante si trova all' anodo; e, come hanno già accennato in un precedente lavoro, sarebbe formato da un acido molto concentrato che si produce attorno all' anodo, e che ha una resistenza specifica molto elevata.

J. T. BOTTOMLEY. *Su un termometro a aria a volume costante.* — Nel termometro ad aria di Jolly, quando la temperatura è molto alta si ha l' inconveniente che una porzione d' aria è scacciata dalla parte dell' apparecchio che è scaldata fortemente, e riesce incomoda la soverchia vicinanza del tubo manometrico al recipiente termometrico. L' A. ha eliminato questi inconvenienti

separando il recipiente termometrico e l' indicatore del volume dal manometro; per questo egli unisce l' uno all' altro per mezzo di un tubo di gomma, al quale fa capo un apparato di compressione, che si regola con una vite. Per indicatore del volume l' A. adopra un tubo a U di 1 mm. di diametro, con due rigonfiamenti, per impedire che il liquido che fa da indice possa penetrare nel recipiente termometrico, o nel tubo di gomma.

S. P. THOMPSON. *Dei trasformatori di corrente continua.* — Dei trasformatori se ne posson fare due classi: i motori generatori, e i trasformatori a commutatore nei quali un' armatura a due circuiti è fissa in un campo magnetico animato da un movimento di rotazione. Questo campo può ottenersi con un anello Pacinotti che fa da elettromagnete, e facendo girare le spazzole attorno al suo commutatore.

Se C_1 e C_2 sono i numeri delle spire primarie e secondarie all' esterno dell' armatura, se E_1 ed E_2 sono le f. e. m.; e_1 ed e_2 le differenze di potenziale ai serrafili, i_1 ed i_2 le intensità delle correnti, e r_1 ed r_2 le resistenze del circuito primario e di quello secondario, si avrà

$$E_1 = n\, C_1\, N \,.\, 10^{-8}$$
$$E_2 = n\, C_2\, N \,.\, 10^{-8}$$

da cui

$$E_2/E_1 = C_2/C_1 = k$$

qualunque siano i valori della velocità n e del campo magnetico N. Inoltre si avrà

$$E_1 = e_1 - r_1\, i_1 \qquad E_2 = e_2 + r_2\, i_2$$

e perciò

$$e_2 = k e_1 - r_2\, i_2 - k r_1\, i_1 \,. \tag{1}$$

Se si ammette che il lavoro speso nell' armatura per vincere le resistenze meccaniche e magnetiche, e nel produrre le correnti parassitarie, sia trascurabile di fronte a quello fatto per mettere in moto il generatore, il lavoro $E_1\, i_1$ fatto dalla corrente primaria nell' unità di tempo sarà uguale a quello $E_2\, i_2$ fatto sulla corrente secondaria: cioè sarà $i_1 = k i_2$, e la (1) diverrà

$$e_2 = k\, e_1 - (r_2 + k^2\, r_1)\, i_2 \,.$$

Così la differenza di potenziale è la stessa come se la resistenza della dinamo fosse stata aumentata di $k^2\, r_1$. Poichè le correnti nelle spire primarie e secondarie sono di direzioni opposte, l' autoinduzione sarà piccolissima, e con questi apparecchi non si avranno scintille, o si avranno debolissime. Per i trasformatori

a correnti alternate valgono proprietà analoghe, riguardo all' autoinduzione e alla resistenza.

W. F. MAGIE. *Sull' angolo di raccordamento fra i liquidi e i solidi.* — Secondo Gauss la superficie di un liquido qualunque a contatto con un solido, deve fare col solido un angolo definito, lungo la linea di contatto. Non vi sono ragioni teoriche contro l' esistenza di tale angolo; ma non essendo mai stato ricercato sperimentalmente se ciò è o no vero di fatto, l' A. ha intrapreso una serie di esperienze per decider la questione. Egli determinò perciò il valore della costante a^2 per diversi liquidi, usando due metodi indipendenti fra loro. Con uno di quei metodi non si fa nessun uso dell'ipotesi sull'esistenza dell'angolo di raccordamento, mentre coll' altro metodo si ammette che quell' angolo sia nullo. Dal confronto dei resultati ottenuti, si poteva dedurre se l' angolo di raccordamento aveva o no un valore finito. Ambedue i metodi usati consistevano nel misurare le dimensioni di una larga bolla d' aria formata nel liquido sotto una lastra orizzontale di vetro. Nel primo metodo era misurata la distanza verticale fra la base della bolla e il piano orizzontale che conteneva la sezione massima della bolla; nel secondo metodo era misurata la distanza verticale fra la base anzidetta e il piano contenente il cerchio secondo il quale la bolla toccava la lastra di vetro.

Dalla discussione dei valori trovati, l' A. giunse ai seguenti resultati:

Angolo ω di raccordamento nullo	Angolo ω finito	Valore di ω
alcole etilico	acqua (?)	piccolo
» metilico	acido acetico	20°
cloroformio	trementina	17°
acido formico	petrolio	26°
benzina	etere	16°

Quanto poi alla legge delle forze molecolari sembrerebbe che non fosse esatta l' ipotesi di Gauss che le due funzioni $f(x)$ ed $F(x)$ della distanza x fra gli elementi di volume, e che sono proporzionali respettivamente alla forza fra due elementi di liquido, e a quella fra un elemento del liquido e uno del solido, abbiano fra loro un rapporto indipendente da x; cioè non sembra che quelle due funzioni debbano avere la stessa forma.

FINE DEL VOLUME XXV, SERIE 3.

INDICE

RIVISTA

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*